

光弾性実験

～理論・実験装置・実例～

衣笠善博・垣見俊弘

光弾性実験の基礎となっている原理は 以下にのべる二つだけである。すなわち 直交応力場におかれた弾性体を光が垂直に透過するとき

地質構造のモデル化——それはたやすいことかも知れない。粘土や糖蜜 パラフィンなどを使って形を似せる実験はすでに前世紀に行なわれている。しかしそれは地質構造の発達のプロセスとメカニズムを正確に再現するものではなかった。モデル化 とくにスケールモデルを使う場合には実物（プロトタイプ）とモデルの間には厳密な相似律が保障されていなければならない—少なくとも 実物の持つさまざまな性質のうち どのような性質が相似律を満たしており 他のどのような性質がこれを満たしていないかを わきまえていなければならない。

弾性モデル それは実物 すなわち変形をこむる地殻の弾性のみに着目し その限界内での現象を解析しようというものである。弾性という限界 そしてそれに加えて技術的なさまざまな制限があるにしても その範囲での自然を理解するには役に立ち 今日において あえてそれを行なう事にも一定の意義があると思う。

昨年末 われわれの研究室では光弾性実験装置を導入し 今春早々より実験に取りかかった。光弾性実験についてのごく概要についてはこの地質ニュースでも垣見らがすでに紹介しているので(垣見・小玉 1968) われわれの研究室に入った光弾性実験装置についての紹介と弾性モデルについての2・3の問題点 そして現在までに行なったいくつかの実験例を紹介する。

光弾性の原理と実験装置

以下に光弾性についての理論的な点について2・3のべるが 詳細については専門書もいくつか刊行されており 実際に実験に従事する場合以外は さして重要な事柄ではないと思われるので 簡単にふれるにとどめた。

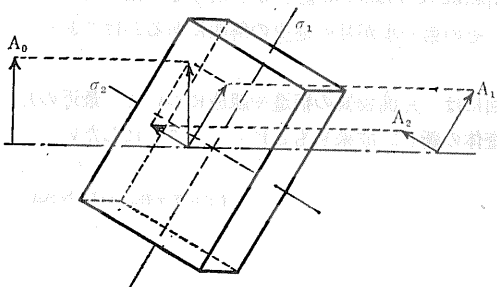


図1 直交応力場にある平板に A_0 を透過し 直交偏光 $A_1 A_2$ を得る

- (1) 光は主応力軸の方向に振動する二つの平面偏光となって主応力軸面に垂直に進行する
- (2) 主応力軸の方向に振動する偏光の屈折率の差は 両主応力の値の差(差応力)に比例する
このことを位相差であらわせば

$$\delta = \frac{2\pi}{\lambda} d = \frac{2\pi}{\lambda} cd(\sigma_1 - \sigma_2) \text{ となる}$$

- δ : 複屈折された光波の位相差
- d : 複屈折された光波の光路差
- λ : 透過した光の波長
- d : 光が透過する物質の厚さ
- $\sigma_1 - \sigma_2$: 主応力差
- c : 光弾性定数

従って位相差 δ を求めればその点の差応力 $\sigma_1 - \sigma_2$ が求まる。直交二応力 σ_1, σ_2 が作用する試験片 T を直交偏光子の間に挿入すると入射光は二つの偏光子 および試験片を次々に偏光 複屈折を受けながら透過する。第一偏光子を通過した入射光は この偏光子の主軸と同じ方向をもつベクトル量としてあらわされ その大きさは $a \sin \omega t$ である (a は振幅 ω は角速度)

偏光 複屈折を受けて最終的に得られる光もベクトル量であり その大きさは

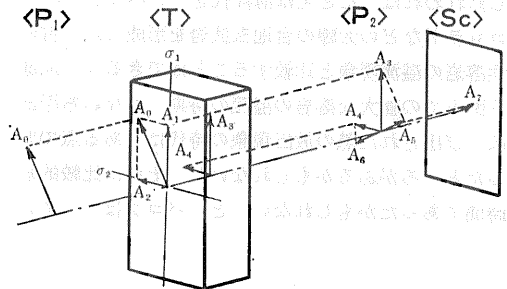


図2 試験片を直交偏光子の間に置いた場合
 P_1 : 第1偏光子 P_2 : 第2偏光子
 T: 試験片 Sc: スクリーン

$$\begin{aligned} A_0 &= a \sin \omega t \\ A_1 &= a \cos \theta \sin \omega t \\ A_2 &= a \sin \theta \sin \omega t \\ A_3 &= a \cos \theta \sin(\omega t + \delta) \\ A_4 &= a \sin \theta \sin \omega t \\ A_5 &= a \sin \theta \cos \theta \sin(\omega t + \delta) \\ A_6 &= a \sin \theta \cos \theta \sin \omega t \\ A_7 &= A_5 - A_6 = a \sin 2\theta \sin \frac{\delta}{2} \cos(\omega t + \frac{\delta}{2}) \end{aligned}$$

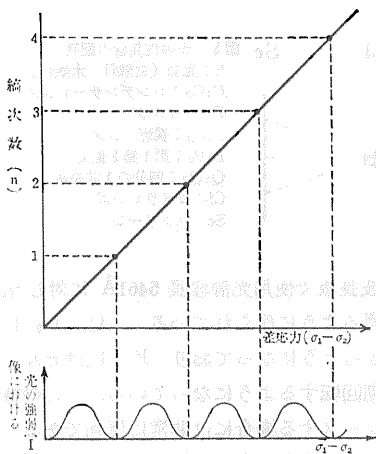


図3 差応力と縞次数 光の強弱の関係

$$A_7 = A_5 - A_6 = a \sin 2\theta \sin \frac{\delta}{2} \cos(\omega t + \frac{\theta}{2}) \text{ となる}$$

ここで $\delta = \frac{2\pi}{\lambda} cd(\sigma_1 - \sigma_2)$ を使って書きあらためると

$$A_7 = a \sin 2\theta \sin \left\{ \frac{\pi}{\lambda} cd(\sigma_1 - \sigma_2) \right\} \cos \left\{ \omega t + \frac{\pi}{\lambda} cd(\sigma_1 - \sigma_2) \right\}$$

となり これは $\frac{1}{\lambda} cd(\sigma_1 - \sigma_2) = n$ (n は 0 または整数で縞次数と呼ぶ) のとき

$$\sin \left\{ \frac{\pi}{\lambda} cd(\sigma_1 - \sigma_2) \right\} = 0 \text{ となり } A_7 = 0$$

したがって得られる影像の上では暗黒の縞となる 縞と縞の中間の点での光の強さは

$$I = a^2 \sin^2 2\theta \sin^2 \left\{ \frac{\pi}{\lambda} cd(\sigma_1 - \sigma_2) \right\} \text{ となる}$$

投影された試験片の影像上で上の暗黒の縞をトレースすれば同じ差応力の点の軌跡を得る。これを等色線といい このようにして暗黒部の縞次数を読み取る方法を単色フリンジ法という (正確には単一波長の光線を使って行なう場合をいう)。

また A_7 あるいは I において θ は偏光板の主面と試験片に作用している主応力軸とのなす角である。したがってこの θ によっても明暗の縞が出る事になり 偏光子を回転させて主応力軸と一致させれば $\theta = 0$ $\sin 2\theta = 0$ となり 暗黒となる。この暗黒部の上では主応力軸のかたむきは 偏光子のかたむきと一致しているわけで暗黒部をトレースしたものを等傾線という。

これらの操作により等色線 等傾線を得るわけであるが 実際の場合には 等色線と等傾線が重りあってわずらわしいので 等色線と 等傾線を別々に得るようにする。等色線のみを得る場合は直交偏光子とさらに “1/4

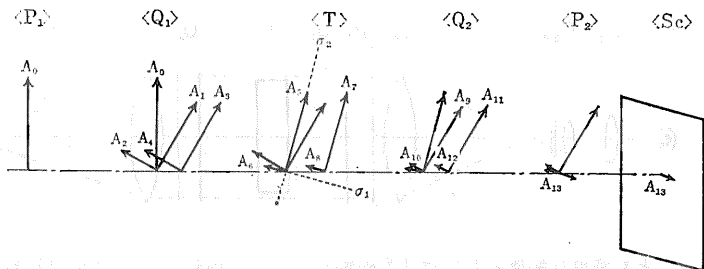


図4 1/4波長板を加え 等色線だけを取り出す場合

$$\begin{aligned} A_0 &= a \sin \omega t & A_1 A_2 &= \frac{1}{\sqrt{2}} a \sin \omega t \\ A_3 &= \frac{a}{\sqrt{2}} \sin(\omega t + \frac{\pi}{2}) = \frac{a}{\sqrt{2}} \cos \omega t & A_4 &= \frac{a}{\sqrt{2}} \sin \omega t \\ A_5 &= \frac{a}{\sqrt{2}} \cos(\omega t + \theta) & A_6 &= \frac{a}{\sqrt{2}} \sin(\omega t + \theta) \\ A_7 &= \frac{a}{\sqrt{2}} \cos(\omega t + \theta + \delta) & A_8 &= \frac{a}{\sqrt{2}} \sin(\omega t + \theta) \end{aligned}$$

$$A_9 = A_7 \cos \theta + A_8 \sin \theta = \frac{a}{\sqrt{2}} \{ \cos \theta \cos(\omega t + \theta + \delta) + \sin \theta \sin(\omega t + \theta) \}$$

$$A_{10} = -A_7 \sin \theta + A_8 \cos \theta = \frac{a}{\sqrt{2}} \{ -\sin \theta \cos(\omega t + \theta + \delta) + \cos \theta \sin(\omega t + \theta) \}$$

$$\begin{aligned} A_{11} &= \frac{a}{\sqrt{2}} \left\{ \cos \theta \cos(\omega t + \theta + \delta - \frac{\pi}{2}) + \sin \theta \cos(\omega t + \theta - \frac{\pi}{2}) \right\} \\ &= \frac{a}{\sqrt{2}} \{ \cos \theta \sin(\omega t + \theta + \delta) - \sin \theta \cos(\omega t + \theta) \} \end{aligned}$$

$$A_{12} = \frac{a}{\sqrt{2}} \{ -\sin \theta \cos(\omega t + \theta + \delta) + \cos \theta \sin(\omega t + \theta) \}$$

$$A_{13} = \frac{1}{\sqrt{2}} (A_{11} - A_{12}) = \frac{a}{2} \{ \sin(\omega t + 2\theta + \delta) - \sin(\omega t + 2\theta) \}$$

$$= a \sin \frac{\delta}{2} \cos(\omega t + 2\theta + \frac{\delta}{2})$$

Q_1 Q_2 は 1/4 波長板 他は図2と同じ

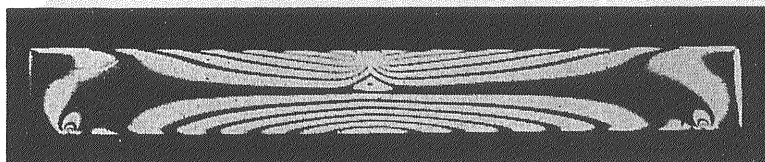
波長板” といって ある波長 λ に対して 1/4 波長の位相差をもつ複屈折板の間に試験片をおく。こうして最終的に得られる光は

$$A_{13} = a \sin \frac{\delta}{2} \cos(\omega t + 2\theta + \frac{\delta}{2}) \text{ となり 光の強さは}$$

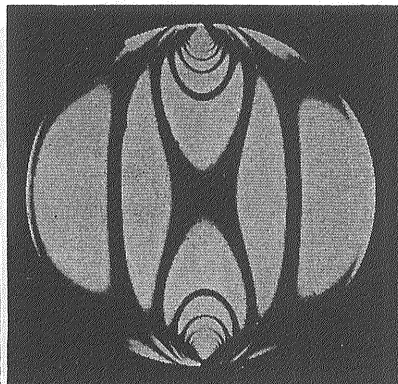
$$I = a^2 \sin^2 \frac{\delta}{2} \text{ となり } \delta \text{ のみによる縞模様となる}$$

また等傾線のみを得ることは理論的にできないが 試験片の厚みを小さくしたり 差応力の値を小さくし等傾線がより明瞭になるようにする事が多い。

以上のような原理により 差応力 および主応力のかたむきを知るための装置が光弾性装置にほかならない。



① 三点支持梁の等色線写真 材質はエポキシ樹脂



② 上下方向に力を加えた円板の等色線写真 エポキシ樹脂

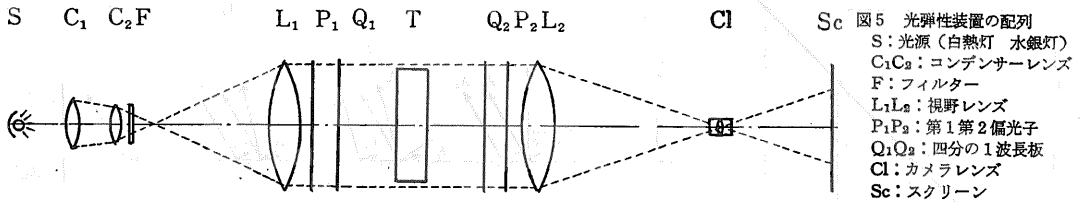


図5 光弾性装置の配列
 S:光源(白熱灯 水銀灯)
 C₁C₂:コンデンサーレンズ
 F:フィルター
 L₁L₂:視野レンズ
 P₁P₂:第1第2偏光子
 Q₁Q₂:四分の1波長板
 Cl:カメラレンズ
 Sc:スクリーン

もっとも簡単な装置としては「光弾性ビューア」がある。これは二枚の偏光板 1/4波長板 光源 荷重装置を組合わせたもので 偏光板は回転しないので任意のかたむきの等傾線は求められない。また光源も白熱灯に乳白色ガラスを組み合わせただけの白色散乱光を用いるため単色フリンジ法や 厚さの大きい試験片には向かない。これを本格化したものが図5に示すような組みあわせの光弾性装置となる。

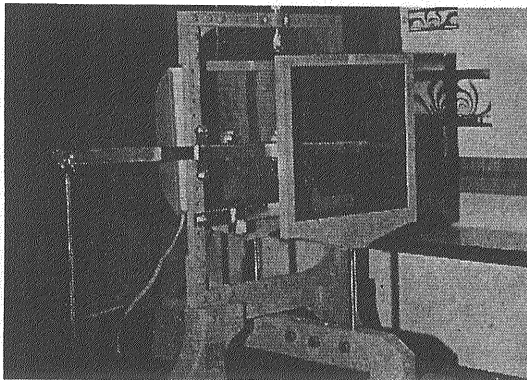
P₁ P₂が偏光板(偏光子)でP₁を偏光子 または第一偏光子と呼び P₂を検光子 または第二偏光子と呼ぶこともある。これらはその主軸が互に直交するようにセットされる。この偏光板の口径が使用される試験片の大きさを左右するため できる限り大きい事が望ましく 直径300mmとなっている。

Q₁ Q₂は1/4波長板で使用光源波長5461Åに対し1/4波長の位相差を得るように作られている。Q₁ Q₂は容易に取りはずせるようになっており P₁ P₂はセルシンモーターで同期回転するようになっている。この機構は等傾線をトレースする場合には非常に便利である。

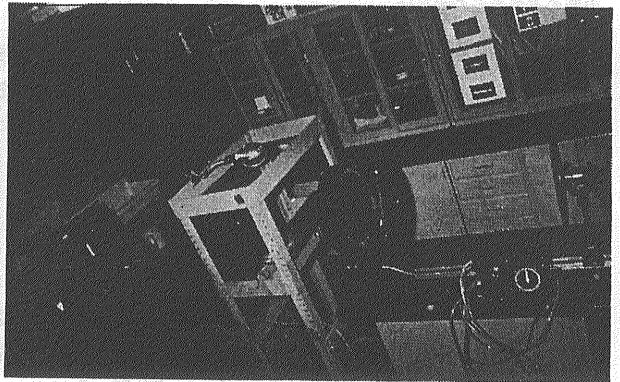
L₁ L₂は試験片を透過する光を平行光束にし それを収束するためのレンズで完全に調整されていないと試験片の縁の太い影像しか得られなくなり 正確な解析ができなくなる。

Sは光源で白熱灯と水銀灯を内蔵している。単色フリンジ法を行なう場合は水銀灯の輝線スペクトルの内5461Åのみを緑色フィルターで取り出して用いる。

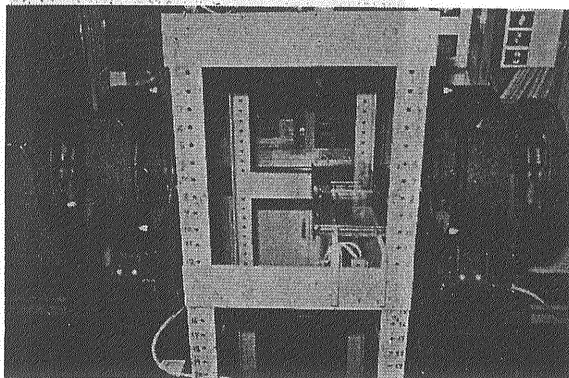
C₁ C₂は光源からの光を収束するためのコンデンサーレンズである。光源からの放射熱にさらされるので



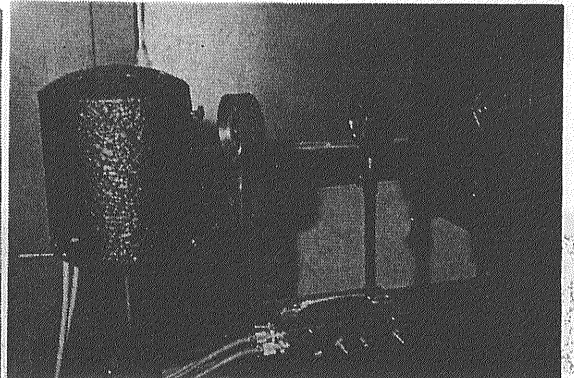
③ 最も簡単な光弾性装置 手前の四角の枠に偏光板と1/4波長板が組み込まれている



④ 光弾性装置 理研計器(株)製の大型 Type PHL300 荷重装置等は特殊技術課で作製した



⑤ 荷重台と偏光板 中央の枠が荷重台 左右に1/4波長板と偏光板の組合わせの枠 視野レンズがならぶ



⑥ 光源およびコンデンサーレンズ部 左端よりランプハウス C₁レンズ C₂レンズとフィルター 絞り

熱線吸収フィルターと合わせて使用する。

Clはカメラレンズ および投影レンズ。 写真撮影の際はF5.6 f=180mmのレンズを用い スクリーンに投影する時にはF10 f=500mmのレンズを用いている。

実験モデルと相似律

われわれは最初に最も単純で 地質学的にも基本的な様式である地下5kmの所にある幅3kmのブロックが上昇したときの上部層中の応力の分布を明らかにすることからはじめた。 この場合 5km以深の基盤 および上昇するブロックは完全剛体とし 上部層は等方 均質 完全弾性体であると仮定する。 もちろん「地下5km」および「幅 3km」は変化させる事は可能であり 実験の第1段階として選んだにすぎない。

「完全剛体のブロックの上昇」……これはもっぱら地質学的な条件である。

上部層に対する「等方 均質 完全弾性体」という仮定は厳密には決して正しいものではない。 不均質 異方性 不完全非線形弾性体さらに塑性体の要素も加わっている。 それにもかかわらずこの仮定をおくのは 不均質 異方性 不完全非線形弾性体 塑性体に対する理論があまりにも複雑すぎる事と 実際の岩石 地層についての不均質 異方性の度合 不完全非線形弾塑性としてのレオロジカルな性質がほとんど知られていないことそして若干の情報を知り得たとしても それらを満足する実験材料の開発が十分でないためである。

したがってこの仮定の下では地殻の応力状態を完全に知ることはできないが 第一次近似として等方 均質と見なせる地殻の弾性論が成立する範囲の問題についてはこの仮定は解を得る上での障害にならない。むしろ地質学的に与えられる境界条件の方が解に与える影響は大である。

次に縮尺の問題がある。 前述のようにこの実験装置では 最大径が 300mmである。 この最大径内でブロックの上昇による横方向の影響も考えれば 少なくと

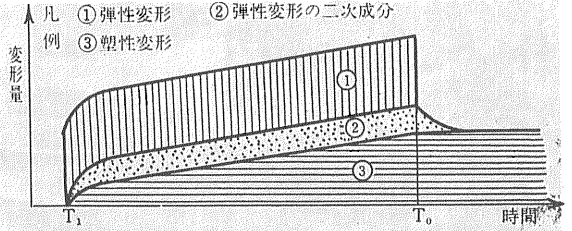
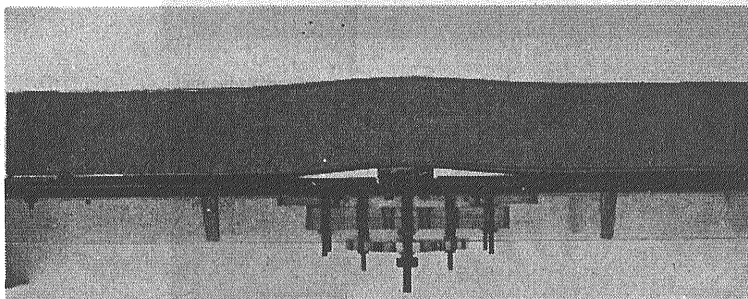


図6 定応力によって生じる岩石の変形 (Gzovskii 1956原因)

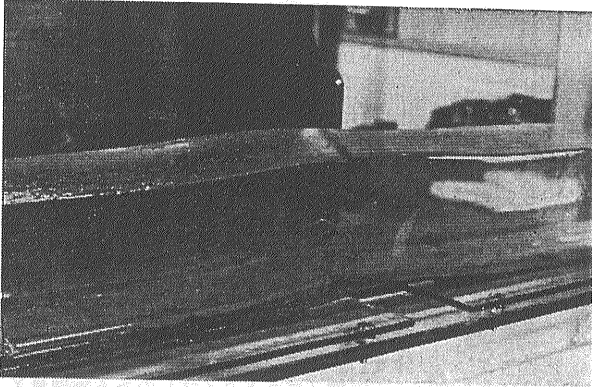
も実物の 30km 程度の範囲は観察できる様にしなければならない。 すなわち長さの縮尺を 10^{-5} 程度にはしなければならない。 実物(プロトタイプ)のある物理量Xに対して モデルの物理量をX' とすると $C_x = \frac{X'}{X}$ であらわされる値を相似乗数(モデル比)という。 長さについていえば $C_l = 10^{-5}$ ということになる。 同様に密度の相似乗数を C_p 、重力加速度については C_g ヤング率については C_E 垂直応力については C_σ 剪断応力については C_τ 剪断強度については $C_{p\tau}$ 破断強度のそれは $C_{p\sigma}$ とする。 この他にも時間については C_t 粘性係数について C_η 温度については C_T などがあげられるが 弾性モデルでは C_t C_η C_T などは考慮する必要はない。 また 破壊に至るまでの応力分布を求めようとする場合には 強度に関する相似乗数 $C_{p\tau}$ $C_{p\sigma}$ は無視してもさしつかえないであろう。

したがってわれわれの実験の場合に考慮する必要があるのは C_l C_p C_g C_E C_σ C_τ である。 これらは それぞれ単独に決定できるものではなく それぞれの間に密接な関係がある。 まず 同じディメンジョンをもつ物理量の相似乗数は当然の事ながら等しくなければならない。 すなわちこの場合では C_σ C_τ C_E はいずれも応力のディメンジョンをもつものの相似乗数であるから $C_\sigma = C_\tau = C_E$ でなければならない。

また長さ 密度 加速度 応力の間には ニュートンの運動法則に示されるような関係が成立し 相似乗数の間にも $C_\sigma = C_E = C_p \cdot C_g \cdot C_l$ が成立しなければならない。



① 実験モデル 長さ 40cm 高さ 5cm で 5mmの変位を加えたときのもの



⑧ 実験装置にセットさせたゼラチンモデル 後に見えるのが1/4波長板

ここでわれわれの実験の場合 C_1 は前述の様に 10^{-5} である。 C_g は実物に働く重力の加速度も地球上である限り同じであり $C_g=1$ である。 もちろん 遠心分離器のような適当な装置を使えば C_g は可変である。

次に天然の岩石の密度 ρ はせいぜいで 3gr/cm^3 普通は 2gr/cm^3 程度であり 一方実験材料として現在知られているものは大体 1gr/cm^3 であるので $C_\rho = \frac{1}{2}$ 程度となる。

したがって $C_E = C_\rho \cdot C_g \cdot C_1 = \frac{1}{2} \times 1 \times 10^{-5} = \frac{1}{2 \times 10^5}$ としなければならない。 天然の岩石のヤング率を 10^8gr/cm^2 程度とみつもれば 実験材料のヤング率 E' は $E' = E \times C_E = 10^8 \times \frac{1}{2 \times 10^5} = 500 \text{gr/cm}^2$ としなければならない。

このようにモデル物質と実物との相乗率を見きわめておけば 垂直応力については $\frac{\sigma'}{\sigma} = C_\tau = C_E = \frac{1}{2 \times 10^5}$ となり $\sigma = \sigma' \times 2 \times 10^5$ となる。 剪断応力についても同様にモデルから得られた値に相乗率 C_τ を乗ずればただちに得る事ができる。 変位

歪についてもまた同様である。

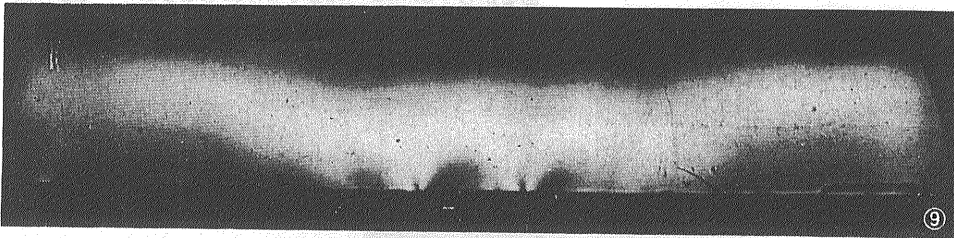
実例(以下にのべる実験は筆者らが 小玉喜三郎氏と共に行なったもので 詳細は小玉氏が別途発表する予定である) 前述の「地下 5km のところにある幅 3km のブロックの上昇による上部層中の応力」を10%のゼラチンゲルで行なった。 10%ゼラチンゲルの性質は $\rho=1.02\text{gr/cm}^3$ $E=500\text{gr/cm}^2$ ポアソン比は約 0.5 である。 また光弾性感度は 0.0469cm/gr である。 長さの縮尺は 10^{-5} すなわちモデルの 1cm が実物の 1km になるようにとった。 これらの値は前にのべた相乗率の間の関係を満足する。

写集9 は全くブロックが上昇していない場合である。 下底で明暗が一様でないのは下底面が完全に平坦でないためであろう。

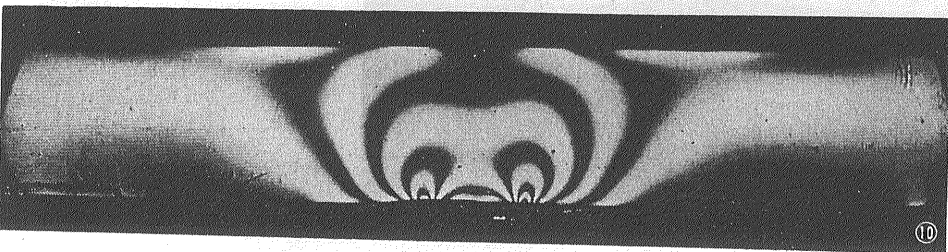
写集10 はモデルで 1mm 実物ではブロックが100m上昇した場合である。 すでにブロックの境界部には応力の集中が見られ ブロックの上部にもおよんでいる。

写真11~14 は同じ様に2mm 3mm 4mm 5mmとブロックを上昇させたものである。 3mm 4mm 5mm ではブロックの直上の表面近くでは内部より低い差応力が加わっており 事実上引張りの領域になっているのが読みとれる。 また4mm 5mm のものでは1mmのものにくらべて明らかにブロックの上昇のおよぼす影響の範囲が広がっていることもすぐにおかるであろう。

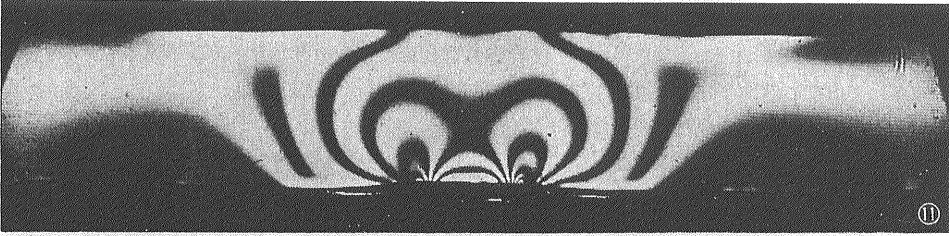
この例ではブロックの境界部は直角としたが 次にブロックの上昇にともなう下底部の変位がゆるやかな弧状をなすような場合についての実験を行なった。 この実験は はじめの実験に使った実験台の上のうすいセルロイド板を3枚かさね その上にゼラチンモデルをおいて



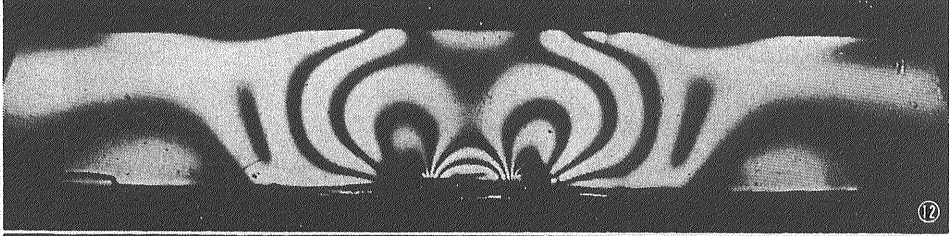
⑨



⑩



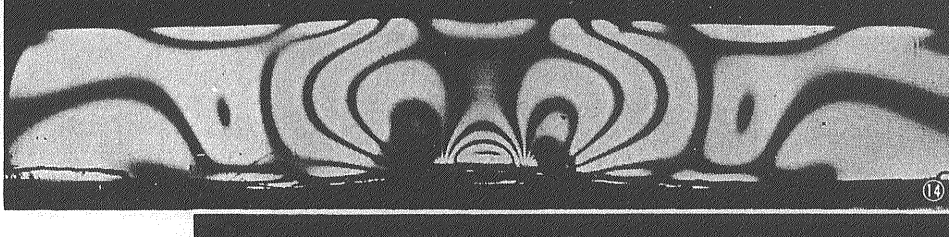
11



12



13

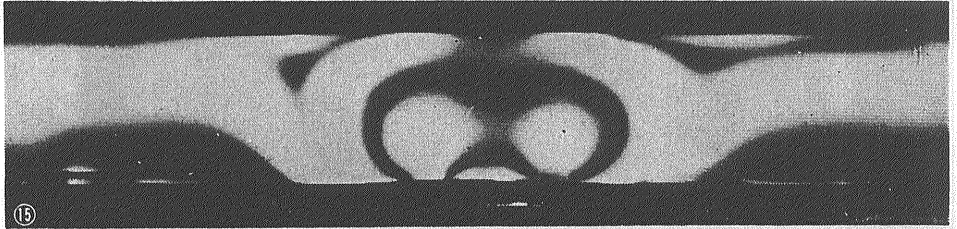


14

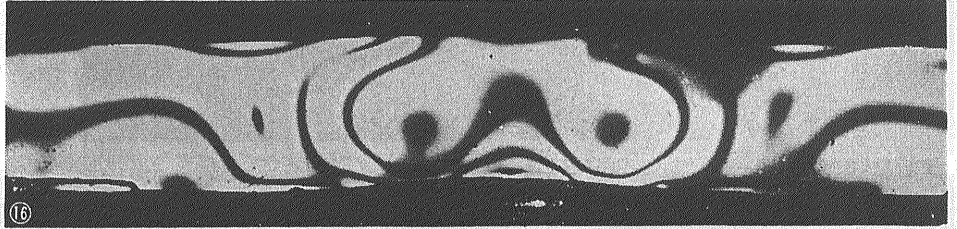
このように、この図は、
 中央の顔の輪郭が、
 周囲の曲線によって、
 徐々に浮かび上がって
 くるように見えます。

多くの観衆がこの
 図を、顔の輪郭が
 周囲の曲線によって、
 徐々に浮かび上が
 ってくるように見
 られると報告した。

この図は、顔の輪
 郭が、周囲の曲線
 によって、徐々に
 浮かび上がってくる
 ように見える。こ
 の現象は、人間の
 知覚の特性による
 ものである。



15

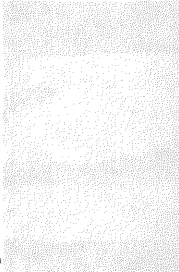


16



17

このように、この図は、
 中央の顔の輪郭が、
 周囲の曲線によって、
 徐々に浮かび上が
 ってくるように見
 られると報告した。



おこなった。

写真15~17はその内の1mmと4mmと5mmのものである。これだけのちがいで内部の応力の分布の様式は全く異なっている事がわかる。しかし地表近くの一定のレベルで切った水平断面上の応力の分布にはさほど影響がないように思われる。

次に下底部をブロックでなしに全体がゆるやかな正弦函数的に変位した場合についての実験をおこなった。

この正弦函数の波長は314mm 振幅は4mm で $C_1=10^{-5}$ であるので 実際には下底部が31.4kmの範囲で最大400mmゆるやかにたわんだ場合に相当する。

写真18 でみられるようにこの場合は前の二つの例と比較して 等色線のえがく模様は大きく異なり 縞次数もわずかに一次のものがあらわれているにすぎない。

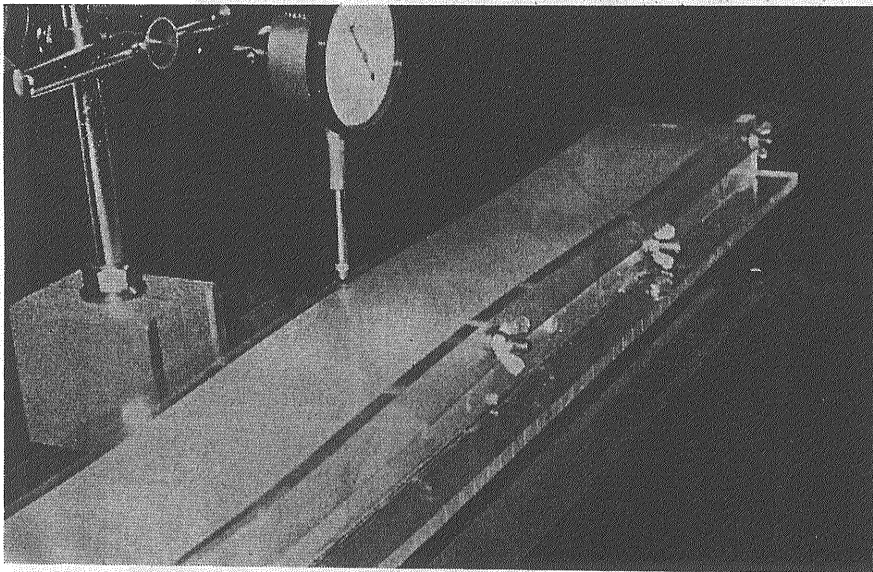
いずれの場合も等傾線を描くことにより主応力軸の方向を求めることができ またここにしめしたような等色線を等傾線と組み合わせれば 各点における主応力の値まで求めることができる。これらの作業は現在行なっている途中である。また正弦函数のような数学的に比

較的単純な境界条件を与える実験は 弾性論の問題として数理的に解くこともでき 互にチェックすることもできる。

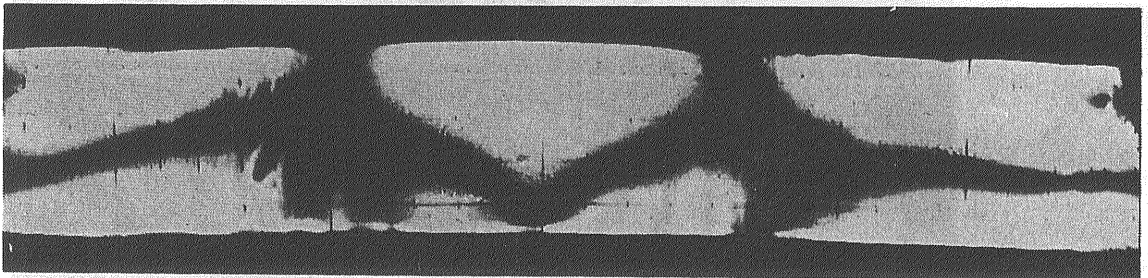
等方・均質・完全線形弾性体という大きな制約がありさらに 実験技術上のさまざまな制約も加わるが 境界条件……モデルの形や変位 力の加え方などを変える事は比較的容易であり われわれは今後大胆に実験をすすめたいと思っている。

自然現象は複雑でわれわれはそのすべてを認識することはとうていできそうもない。しかし それに一步でも近づくためには可能なところから始めなければならない。それが大自然のほんのせまい一部分であっても。

最後にこの光弾性実験は主として工学の分野に始まり発展してきたものであり 地質学の分野ではわが国では最初 世界にも数例を見るだけである。実験装置も地質の分野で使用する上で不備な点が多い。このような点は竹内三郎技官をはじめ技術部特殊技術課の方々によって改良が試みられている。明記して厚く感謝する次第である。
(筆者らは 地質部)



⑩
モデルにゆるやかなサインカーブ状の変位を与える実験台



⑪