地質調査所月報，第49巻 第7号，p. 365-369，1998

位相動力学による沈み込み帯での巨大地震モデル

平田隆幸*++

Takayuki HIRATA (1998) A phase-dynamics approach to large earthquakes along the subduction zones. *Bull. Geol. Surv. Japan*, vol. 49 (7), p.365-369, 3 figs.

Abstract: A phase-dynamics approach was applied to explain a wide variety of large earthquakes along the subduction zones and large segments of the fault plane of giant earthquakes. The dynamical triggering that works as an effect of slip weakening, in terms of the friction law, was considered as the nearest neighbor interaction. A coupled map lattice (CML) that has discrete values in time and space and continuous values in the state was used for simulation. The formation of segment patterns of fault planes was demonstrated by the CML simulation. The behavior of the system depends only on the parameter γ: the ratio of static and dynamic frictions. The transition between stable sliding and stick-slip was obtained at the value of γ around 0.8.

要　旨

沈み込み帯で発生する地震のさまざまなタイプや巨大地震の断層面でのセグメントの形成を説明するために位相動力学を使ったアプローチを試みた．

最近接の相互作用を考慮するために，ダイナミックトリガーによるスリップウイークニングの効果をとりいれた．時間空間において離散値をとり，状態は連続値をとるカップルマップ格子（CML）を使ってシミュレーションをおこなった．CMLをつかったシミュレーションで断層面のセグメントパターンの形成が示された．システムの挙動は，動摩擦と静摩擦の比である γ だけに依存している．ステーブルスライディングからスティックスリップへの転移は $\gamma=0.8$ 付近で発生した．

1．はじめに

沈み込み帯では，巨大地震が発生するChileからほとんどの歪みをアサイスミックに解放し巨大地震が発生しないMariana (Scholz, 1990) までさまざまな歪みの解放タイプが存在するのはなぜであろうか？　また，沈み込み帯で発生する巨大地震の発生領域は，いくつかの大きな断層面に分かれている．例えば，南海トラフは4つの大きな断層面に分割できる（Ando，1975)．これらのセグメント化された断層面はどのように形成されたのであろうか？　ここでは，自然現象の位相に注目した位相動力学（例えば，Kuramoto，1984）という視点に立ち，ミクロな素過程から巨大地震が発生するような断層面の形成について考察する．

複雑な挙動を示すマクロな滑り現象をモデル化するのには，主に2つの方法がある．一つは，摩擦の現象論からのアプローチとして非線形の方程式（構成方程式）で記述すること，もう一つは，ダイナミックにカップリングしている多体系としてのアプローチである．ここでは，後者の立場に立ち，Coupled Map Lattice（以降，CML）（金子，1988)をもちいてシミュレーションをおこない，位相がランダムでばらばらの小さなすべり領域から巨大地震をひきおこすような巨大なすべり領域が形成されていく過程が再現できるかどうかを試みる．

2．カップルした振動子モデル

2.1　粗視化されたすべり面と単位領域

マクロなすべりは，ミクロなすべり領域で発生する個々のすべりの協同現象と考えられる．まず，単純なすべり法則で記述される素過程が成立していると考えられるミクロなすべり領域を定義する．ミクロなレベルでのすべり面は，原子同士の接触から，凹凸をもつ表面の接触，地震断層におけるアスペリティやバリアーまでいろいろなスケールで考えることができる．ここでは，すべりが発生する最小単位として，具体的なサイズを特定せず，静摩擦と動摩擦が定義できるという条件を満たすも

*筑波大学物理工学系（Institute of Applied Physics, University of Tsukuba ; Tennodai 1-1-1, Tsukuba, Ibaraki 305-0006, Japan)
++現所属）福井大学工学部応用物理学科（Department of Applied Physics, Faculty of Engineering, Fukui University ; Bunkyo 3-9-1, Fukui, Fukui 910-8507, Japan)

Key words: Phase-dynamics, Locking, Fault planes, Coupled map lattice.

のを考え，単位領域と定義する．

2.2　単位領域のダイナミクス

単位領域の挙動を考えよう．単位領域のダイナミクスは，単位領域にかかる応力が静摩擦力 σ_s に達した時にすべりがはじまり，歪みを解放し応力０で止まるとする．ここでの摩擦力は単位領域の面積で正規化したものとする．すべりが発生した時の単位領域の応力降下量(stress drop) D_c は，σ_s である．

外部からの力，例えばプレートの沈み込み，によって，一定レートで単位領域の応力が増加するとしよう．応力の時間変化は鋸歯状の挙動を示す．単位領域のダイナミクスは次の方程式で記述できる（平田，1989）．

$$X_{n+1}=(X_n+a)\bmod D_c \qquad (1)$$

ここで，X_n，X_{n+1} は時間 t_n，$t_{n+1}(=t_n+\Delta t)$ での単位領域に作用する応力の値である．定数 a は外力により時間間隔 Δt の間に増加する応力である．孤立した単位領域の挙動は単純であり，周期 D_c/a の振動子として取り扱える．

2.3　単位領域間のダイナミックな相互作用

ふたつの単位領域 $1(a_1, D_{c1})$・単位領域 $2(a_2, D_{c2})$ がダイナミックにカップルしたときの挙動を考える．それぞれの単位領域の挙動は，式(1)のダイナミクスにしたがい，個々の領域が孤立しているとき，それぞれの単位領域は周期 D_{c1}/a_1，D_{c2}/a_2 で振動する．さて，ある単位領域がすべったために生じた弾性波による周囲の単位領域に対するダイナミックなトリガーを考えよう．すべりによって発生した弾性波が隣接領域を通過すると，その領域での応力は外力により貯められた応力＋弾性波の応力となり増加する．もし，この応力が静摩擦力より大きくなると，すべりが発生する．隣接する単位領域間の相互作用の第一次近似は，このダイナミックなトリガーによる相互作用である．

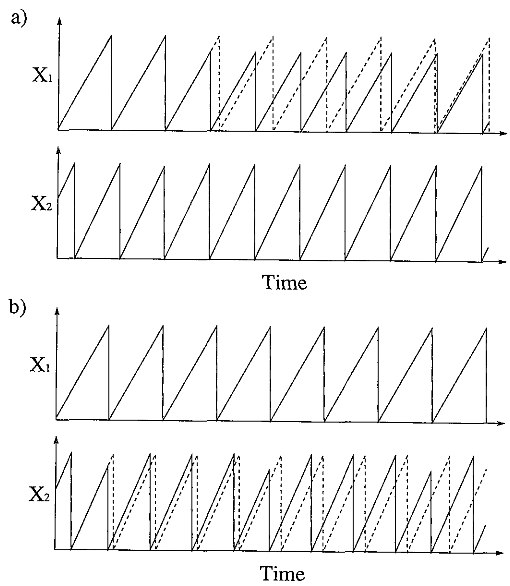
Das and Aki (1977)，Andrews (1985)，Scholz (1989) の結果によると，単位領域２がすべることにより，隣接する単位領域１がダイナミックにトリガーされるかの判定基準は，

$$S_{12}=\frac{\sigma_{s1}-\sigma_{t1}}{\sigma_{t2}-\sigma_{d2}}<1 \qquad (2)$$

である．ここで，σ_{s1} は単位領域１の静摩擦力，σ_{d2} は単位領域２の動摩擦力であり，σ_{t1}，σ_{t2} は単位領域２ですべりが発生する直前での応力である．

さて，$\sigma_d=\gamma\sigma_s$（γ 静摩擦と動摩擦の比：$0<\gamma<1$）としよう．すると，ある単位領域の応力が σ_s に達してすべりが発生したとき，隣接する領域の応力が動摩擦 $\sigma_d=\gamma\sigma_s=\gamma D_c$ より大きい場合にダイナミックなトリガーにより２次的なすべりが発生する．D_c と a が等しい場合は，唯一位相の違いが二つの振動子系の挙動を特徴づけるパラメータとなる．位相の違いが０から $(1-\gamma)D_c$ の範囲であれば，ダイナミックトリガーによる引き込みによって位相ロッキング（phase locking）が発生し，一旦ダイナミックにトリガーされた二つの振動子は一つの大きな振動子のようにふるまうことになる．

次に，応力の増加率 a_1，a_2 だけが異なり，臨界応力 D_{c1}, D_{c2} は同じである場合を考える．また，それぞれの振動子の初期応力値すなわち初期位相も異なっているとする．この場合は，もう少し複雑な挙動があらわれる．ダイナミックなトリガーによる引き込み現象がおこり，引き込みによる位相ロッキングおよび周波数ロッキング（frequency locking）が発生している様子が Figure 1に示される．Figure 1では，$\gamma=0.8$，$D_{c1}=D_{c2}=50$ であり，Figure 1a では，$a_1=1.0$，$a_2=1.2$，Figure 1b では，$a_1=1.0$，$a_2=1.3$，の二つの単位領域がダイナミックにカップリングした場合の単位領域１と単位領域２の応力 X_1，X_2 の時系列をプロットしてある．Figure 1a で



第１図　結合した２つの振動子の挙動．単位領域１と単位領域２は応力降下 $D_{c1}=D_{c2}=50$ および $\frac{\sigma_d}{\sigma_s}=\gamma=0.8$ は等しく，それぞれの応力増加率が異なる：a）$a_1=1.0$, $a_2=1.2$；b）$a_1=1.0$, $a_2=1.3$．第１図ｂでは，ダイナミックなトリガーの後，準周期的な挙動が観察される．破線は，ダイナミックなトリガーが存在しなかった場合の挙動を示している．

Fig. 1.　Behavior of two coupled oscillators. Although both unit element 1 and 2 have the same value of stress drop ($D_{c1}=D_{c2}=50$ and $\frac{\sigma_d}{\sigma_s}=\gamma=0.8$), the increasing rate of stress of each unit element is different: a) $a_1=1.0$, $a_2=1.2$; b) $a_1=1.0$, $a_2=1.3$. Quasi-periodic behavior was observed after dynamical triggering in Figure 1-b. Broken lines indicate the behavior when there is no dynamical triggering interaction.

は，単位領域１は，単位領域２のすべりによってダイナミックにトリガーされた後は，最初は周期 D_{c1}/a_1 で振動していたのが周波数ロッキングをおこして周期 D_{c2}/a_2 で振動していることがわかる．$\frac{a_1}{a_2}>\gamma\,(a_1<a_2$ とする）の場合，一旦ダイナミックトリガーによる引き込みがおこると周波数ロッキングはくずれない．Figure 1b の場合は，単位領域２は４回に１回トリガーされ，単位領域１が３回振動するときに単位領域２が４回振動するという準周期的な挙動を示す．

３．CML による多数がカップリングした振動子系

２次元空間で多数の単位領域がダイナミックにカップリングしている場合について調べる．このモデルでは，２つの時間スケールが使われている．一つは，地震によるすべりが発生している時間スケール（ダイナミックなトリガーによってすべりが伝播している時間スケール）である分単位以下の時間スケール．もう一つは，式(1)にしたがうようなプレートの沈み込みによる応力増加に対応する年単位の時間スケールである．

２次元空間として，離散化された正方格子を考える．$X_n(i,j)$ は，時刻 t_n での $x-y$ 座標で (i,j) の位置にある単位領域の応力である．システムを次のステップにしたがって発展させる．

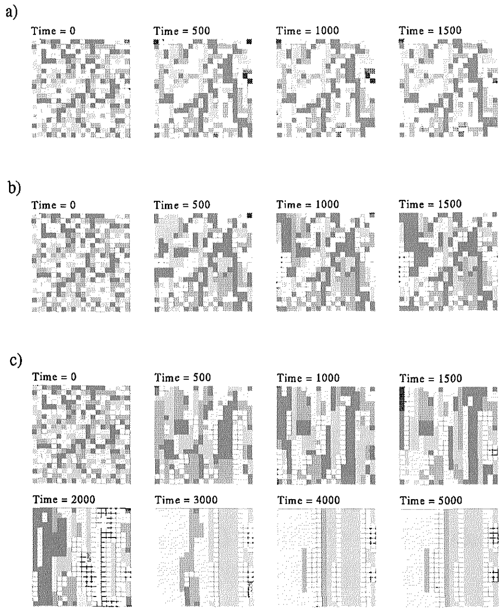
ステップ１：$X_{n+1}(i,j)$ を式(1)の２次元格子版である式(3)にしたがって発展させる．

$$X_{n+1}(i,j)=(X_n(i,j)+a(i,j))\bmod \mathrm{D}_c(i,j) \tag{3}$$

これは外力によってそれぞれの単位領域の応力が単位時間あたり $a(i,j)$ だけ増加することを意味する．個々の格子は，周期 $D_c(i,j)/a(i,j)$ をもつ小さな振動子と考えられる．

ステップ２：ダイナミックトリガーによるすべりの伝播を考える．判定基準(2)にしたがうと，応力が $\gamma\sigma_s$ から σ_s の範囲にある単位領域が最近接の単位領域のすべりによってトリガーされる．それゆえ，ダイナミックなトリガーは式(3)において $D_c(i,j)$ を $(1-\gamma)\,D_c(i,j)$ だけ減少させるのと同じ効果をもつ．沈み込み帯では一定方向（プレートの沈み込む方向）にすべるとして，K_{II}（面内せん断形），K_{III}（縦せん断形）の異方性の効果を考慮し，ダイナミックなトリガーに異方性を導入しよう．ダイナミックなトリガーは弾性波の通過によるもの（Das & Aki，1977）なので，弾性波の伝播方向に並行方向にくらべ垂直方向の影響は半分であると仮定する．最初のトリガーは，格子の位置 $(i\pm1,j)$ にあるものの臨界応力を $(1-\gamma)\,D_c(i\pm1,j)$ だけ減少させ，位置 $(i,j\pm1)$ にある臨界応力を $((1-\gamma)/2)\,D_c(i,j\pm1)$ だけ減少させる．ダイナミックにトリガーされた単位領域がすべることによる２次的なトリガーを考えよう．トリガーされてすべる単位領域の平均応力は，$(\gamma\sigma_s+\sigma_s)/2$ である．それゆえ，面内せん断形の場合２次的なトリガーは D_c を $(1-\gamma)\,\sigma_s/2$ だけさげるのと等しい効果をもっている．同様に，第３，第４，...，第ｎ次のトリガーは D_c を $\sigma_s\,(1-\gamma)/2^{n-1}$ だけさげるのと同じ効果をもっている．縦せん断形の場合はその半分の効果をもっているとしてシミュレーションをおこなった．

空間・時間は離散値をとり，状態は連続値をとることを許す CML（例えば，金子（1988）を参照）の手法をもちい，シミュレーションをおこなった．γ の値を変えながら，$D_c(i,j)=50$，$a(i,j)=1$ として 20×20 の正方格子をもちいておこなったシミュレーションの結果を Figure 2 および Figure 3 に示す．このモデルにはチューニング・パラメータは存在せず，静摩擦と動摩擦の比 γ だけがシステムの挙動を決定する．Figure 2 は，一様ランダムな初期値から出発し，小さな振動子が統合され大きな振動子が形成されていく過程を示している．初期値依存性に関しては，初期値を変えると個々に引き込まれる領域の詳細（個々のパターン）は変化するが，系全体のふるまいは変化しない．Figure 2 では，それぞれの格子の応力状態が５段階のグレースケールで示されており，隣接する格子が同一のグレースケールである場合は位相ロッキングがおこり統合された大きな振動子として振る舞っていると考えられる．それぞれの領域の $a(i,j)$ および $D_c(i,j)$ が等しい場合は，一旦位相ロッキングが発生すると，各振動子の位相差は０になり，位相ロッ



第２図　すべりパターンの発展の例．ａ）$\gamma=0.82$, ｂ）$\gamma=0.80$, ｃ）$\gamma=0.76$．各格子の応力状態は５段階のグレースケール（濃くなるにつれ高い応力状態）で表わされている．

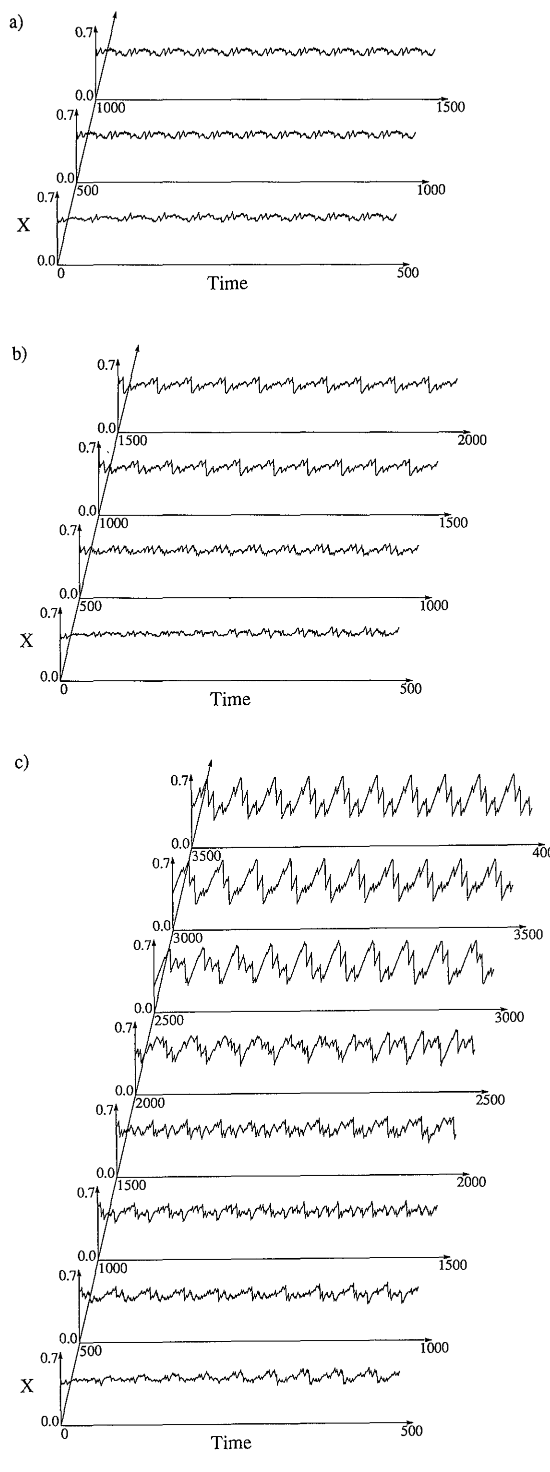
Fig. 2.　Examples of evolution of the slip patterns. a) $\gamma=0.82$, b) $\gamma=0.80$, c) $\gamma=0.76$. The states of the cell were represented by the five grade gray scale.

キングの状態から抜け出せなくなり，一つの大きな振動子としてふるまうようになる．しかし，位相ロッキングによって大きな振動子になった大きな振動子間での競合は存在し，ある大きな振動子としてふるまっていた個々の小さな振動子が隣接する別の大きな振動子に引き込まれてしまう現象は時間発展の途中の過程では発生する．静摩擦と動摩擦の比 γ が大きいときは，大きな振動子は形成されず，γ が小さくなるにしたがってシステムサイズ（L×L の格子でシミュレーションをおこなったとき異方性を導入しているのでシステムのサイズを L のオーダーとする）大の振動領域が形成されるようになる．$\gamma=0.76$ の Figure 2c の例では，数個の大きな断層面が形成されていく様子をみることができる．

Figure 3 は，時間に対して系全体の応力の値を分割し並べてプロットしたものである．Figure 3 から γ の値によって，系全体としてのシステムがスティックスリップをおこすようになってくることがわかる．γ を変えることにより，$\gamma>0.8$ の場合（Figure 2a，Figure 3a を参照）は，大きな振動がない（アサイスミックな歪みの解放に対応させることができる）ことがわかる．つまり，位相ロッキングによる大きな振動子が形成されていない．一方，$\gamma\leq0.76$ の場合，Figure 3c では明らかに大きな系全体での応力の降下が時間発展とともにみられるようになり，系全体でのスティックスリップの発生がみられる．Figure 2c と比較しながら見ると，位相ロッキングによりシステム全体にまたがるような大きな振動子が形成され，巨大地震の発生に対応する数個の断層面が形成されたことがより明確にわかる．なお，ルールにノイズ（乱数）は導入されておらず，一旦，安定に形成された振動領域は壊れることはなく，Figure 2 および Figure 3 の最後に表われたパターンが維持されながら振動を繰り返す．また，この現象を視点を変えてみると，γ をコントロール・パラメータとしてステーブルスライディング-スティックスリップ転移がおこっているともみなせる．

4．議　　論

本研究では，巨大地震を引きおこす大きな断層面の形成を説明する非常に単純なモデルを考えた．物理現象は，振幅・周波数・位相によって記述できる．モデルは，振幅・周波数・位相の情報を含んだ定式化をおこなっている．しかし，各すべり領域の $D_c(i,j)$，$a(i,j)$ が等しい場合は，各振動子の振幅・周波数は等しくなり，システムの挙動は位相だけに注目すればよい．前章でのシミュレーションは，システム挙動のうちの位相だけに注目した位相動力学という視点に立ったシミュレーションになっている．そういう意味で，位相に注目するだけで巨大地震をおこす断層面の形成過程を説明できたといえる．



第3図　第2図で示された例についてシステム全体の規格化した応力値を時間軸に対してプロットしたもの．a）$\gamma=0.82$, b）$\gamma=0.80$, c）$\gamma=0.76$.

Fig. 3.　The normalized stress of the systems shown in Figure 2 was plotted against time. a) $\gamma=0.82$, ,b) $\gamma=0.80$, c) $\gamma=0.76$.

$a(i,j)$，$D_c(i,j)$ にゆらぎ（空間的なばらつき）があった場合はどのようなことがおこるのであろうか？　システムサイズ大の振動子が形成される γ の値，つまりス

ティックスリップからステーブルスライディングへ遷移するγ値が変わってくるであろうことが予想される．Figure 1b の例にみられるように単位領域のゆらぎは明らかに位相ロッキングを疎外する．それゆえ，スティックスリップ-ステーブルスライディングの転移は，より小さなγで発生することになるだろう．

位相動力学という視点に立った本研究のモデルにおいては，システムの発展はすべり面での静摩擦と動摩擦の比γにだけ依存している．実験によると岩石のγは，0.7-0.85である(Scholz, 1989・1990)．現実的な$\gamma=0.76$で，システムサイズ大の位相ロッキングが発生し，系全体が数個の振動子に統合されてしまうことは示唆的である (Figure 2c・3c 参照)．また，同時に Figure 2a・3a に対応する大きな振動子が形成されない，つまり巨大地震によらないアサイスミックな応力の解放もこの$\gamma>0.8$で再現できる．沈み込み帯での地震発生は，巨大地震が発生する Chile からほとんどの歪みをアサイスミックに解放し巨大地震が発生しない Mariana(Scholz, 1990) までさまざまなタイプが存在し，今までサイスミック・カップリングという視点から説明されてきた．本研究のモデルはγが現実の値に近いところで巨大地震の断層面の形成を説明できると同時に，沈み込み帯でのアサイスミックな歪みの解放も説明でき，沈み込み帯でのさまざまなタイプの地震を統一的に説明できる可能性をもっている．最後に，一旦形成された巨大地震の断層面を一つの振動子とみなし，Figure 1b でみたような現象が発生すると考えることによって，より複雑な地震のふるまいを説明できることは注目に値すると思われる．

謝辞 工業技術院地質調査所の中野司氏，西澤修氏には原稿を読んでいただき有意義なコメントをいただきました．また，小川泰教授には研究をおこなっていく上であたたかく励ましていただきました.ここに感謝の意を表させていただきます．本研究の一部は，地質調査所所内シーズ研究「断層物質科学と地震発生過程に関するフィージビリティスタディ」の成果である．

文　献

Ando, M. (1975) Source mechanisms and tectonic significance of historic earthquakes along the Nankai trough, Japan. *Tectonophysics,* **27**, 119-140.

Andrews, J. (1985) Dynamic plane strain shear rupture with a slip weakening friction law calculated with a boundary integral method, *Bull. Seismol. Soc. America,* **75**, 1-21.

Das, S. and Aki, K. (1977) A numerical study of two-dimensional spontaneous rupture propagation. *Geophys. J. R. astr. Soc.*, **50**, 643-668.

平田隆幸（1989）Coupled oscillators による滑りの general model—Stick slip 実験から巨大地震まで—．地震学会講演予稿集，1, 77.

金子邦彦（1988）時空カオス：時空間的複雑さの理解に向けて．日本物理学会誌，**43**, 689-697.

Kuramoto, Y. (1984) Chemical Oscillations, Waves, and Turbulence, Springer-Verlag, Berlin. pp. 156.

Scholz, C.H. (1989) Comments on modeld of eqrthquake recurrence, USGS Open-File Report 89-315 Proceedings of Conference XLV "Fault Segmentation and Controls of Rupture Initiation and Termination". 350-360.

Scholz, C.H. (1990) *The Mechanics of Earthquakes and Faulting*, Cambridge University Press, New York, 439p.

（受付：1998年2月24日；受理：1998年3月18日）