

## 流体を含む多孔質体の Biot メカニズムによる S 波分散と減衰

## —アクリル粒子焼結体でのモデル実験—

西 沢 修\*

NISHIZAWA, Osamu (1982) S wave dispersion and attenuation due to Biot's mechanism in porous media containing fluid—A model experiment in sintered acrylic—. *Bull. Geol. Surv. Japan*, vol. 33(1), p. 1-10.

**Abstract:** Measurements were made on attenuation and dispersion of shear wave in sintered acrylic acid resin porous media (34~43% porosity) as a model of porous material for unconsolidated soils or sediments, by employing a bar resonance method in the frequency range from 1000 Hz to 3000 Hz.

Remarkable shear wave dispersion was observed in saturated conditions. Inverse of quality factor,  $Q^{-1}$  of shear wave was almost constant in dry samples, whereas remarkable frequency dependence of  $Q^{-1}$  was noted in the samples saturated with water or silicon oil.

The observed anelastic properties for shear wave in the sample saturated with water were interpreted in the light of Biot's theory, which is improved in this paper to include a matrix loss mechanism, with several combinations of reasonable parameters.

## 1. 序

熱水、石油は多孔質岩を母岩として存在する場合が多い。流体を含んだ多孔質体の非弾性的性質（弾性波の減衰、速度分散）は多孔質体中に含まれる流体の物性と関係する。したがって流体を含んだ多孔質体の非弾性的性質の実験的研究には上記の資源探査に関連した以下の応用が考えられる。

1) 石油貯留層の弾性波探査、石油孔井での音波検層において油層の存在、石油の粘性係数の推定。

2) 蒸気卓越型、高温水卓越型の熱水系の判別を弾性波探査又は音波検層によって推定 (Ito *et al.*, 1979)。

また、未固結の軟弱地盤や海底堆積物も流体を含んだ多孔質体として取り扱うことができ (Stoll *et al.*, 1979), 土木、海底堆積物の音波探査の方面においても流体を含む多孔質体の非弾性的性質の研究は重要である。

流体を含む多孔質体の非弾性的性質は次のメカニズムにより支配されている。

(a) 多孔質体自身の減衰。粒子間でのすべり (White, 1966) や、crack 面でのすべり (Walsh, 1966) に起因する。(b) Biot のメカニズム (Biot, 1956 a, b)。流体と多孔質体との間の相対的変位に起因する。(c) squirt flow。孔隙、割れ目に含まれた流体が狭い通路を通過して別の孔隙、割れ目に噴出することに起因する (Mavko and

Nur, 1975)。

以上のメカニズムの中で (a) は弾性の減衰を表わすパラメータ、 $Q^{-1}$  に周波数依存性がないが、(b)、(c) では  $Q^{-1}$  に周波数依存性がある。 $Q^{-1}$  の周波数依存性は、(b) では数 100 Hz 以上で、(c) ではそれより低周波側で大きい。したがって (c) は通常用いられる弾性波探査の周波数領域の減衰に対して重要なメカニズムであり、(b) は音波検層のようなさらに高周波を用いた場合の減衰に対して重要なメカニズムである。

ここでは上記のメカニズムの中で (b) の Biot メカニズムについての実験的研究の結果を報告する。Biot メカニズムの実験的研究は WYLLIE *et al.* (1962) によって行われているが、彼らは弾性波速度の分散については詳しく研究していない。以下で述べる実験では孔隙の大きさ、孔隙率、浸透率 (permeability) の異なる数種のアクリル粒子焼結体を用い、これらが水、シリコンオイルを含んだ状態での非弾性的性質を調べた。この実験の特徴は以下のようなになる。

- (1) 多孔質体自身の減衰を表わすパラメータ  $Q^{-1}$  が岩石に比べ大きい。すなわち、流体を含む媒質となる固体部分自身の減衰が大きい。
- (2) 媒質を構成する粒子、孔隙の大きさがほぼ一様である。
- (3) 構成粒子の形状が幾何学的に単純である。
- (4) 構成粒子の弾性、非弾性的性質が均一である。

\* 地殻熱部

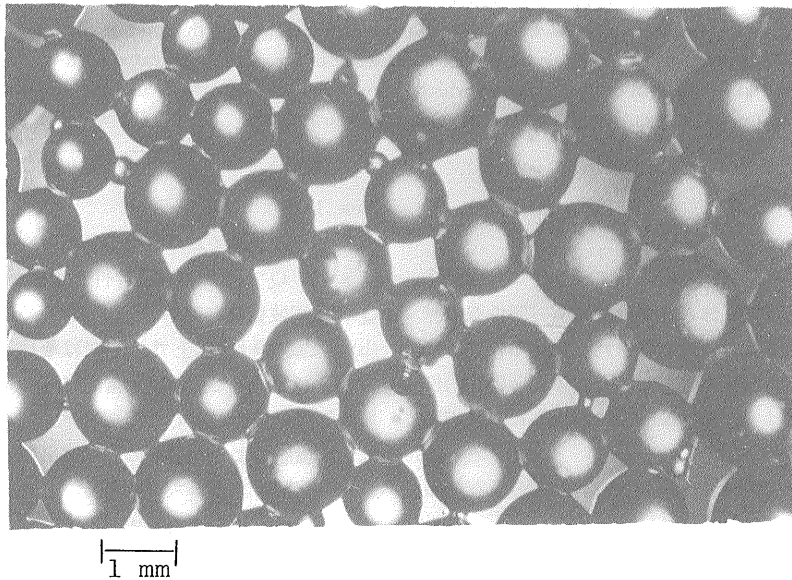
(1)は表層土や海底、湖底の堆積物など、未固結物質を近似するモデルと考えることができ(Stoll, 1977), WYLLIE *et al.* (1962)の取り扱った多孔質砂岩、アラシム焼結体のような媒質自身の減衰の小さいものとは異なる。(2)~(4)は理論的取扱いを単純化する。

ここでは上記試料の水、シリコンオイルを含む系に対して、S波(横波)速度と減衰を共振法によって求め、分散と $Q^{-1}$ の周波数依存性の結果を報告する。さらに多孔質媒質自身の減衰が大きい場合のBiotメカニズムの表現式を示し、計算結果と実験結果との比較を行う。

以下で用いるパラメタの意味は付録中のA-1表に、数式の詳しい説明は同じく付録に一括して示す。

## 2. 試料

実験に用いた試料は散気管やフィルタとして使用されているアクリル粒子焼結体である。第1図は試料の拡大写真の一例である。粒子の形状、孔隙の平均サイズ、孔隙率、密度、浸透率を第1表に示す。試料A, B, Cの粒子の形状は球であるが、Dだけは円柱状である。試料の浸透率は空気の流量速度によって測定した。岩石の浸透率は粒径、淘汰度、孔隙率、粒子形状などに関係する(小松, 1978)。試料Aは粒径が小さく淘汰度が低い。B, Cは粒径がAより大きく淘汰度も高い。第1表の結果は主として粒径と淘汰度の効果の反映であろうと考えられる。



第1図 試料Cの拡大写真

粒子の直径は1.00~1.41 mm。粒子表面がとけて互にくっついているのがわかる。

第1表 試料の粒子形状、粒子サイズ、孔隙の平均サイズ、孔隙率、乾燥状態の密度、浸透率(空気)水、シリコンオイル(#を付したもの)を含んだときの密度及び飽和度

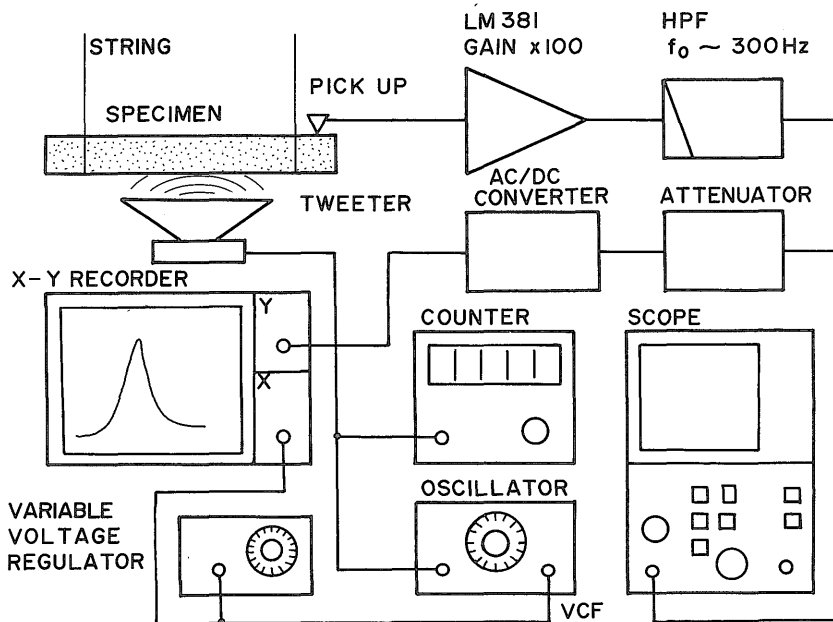
試料	粒子の形状	粒子サイズ(直径, mm)	孔隙の平均サイズ( $\mu$ m)	孔隙率(%)	密度( $g/cm^3$ )	浸透率(mdミリダルシー)	飽和時の密度( $g/cm^3$ )	飽和度(%)
A	球	$\leq 0.230$	約 30	33.5	0.790	7700	1.116	99.2
B	球	0.297~0.71	約 100	37.0	0.748	33000	1.103 1.081#	98.6 99.2#
C	球	1.00~1.41	約 200	38.6	0.730	48000	1.039 0.980#	93.2 90.3#
D	円柱	径 1.4 長さ 1.5	約 400	42.7	0.682	未測定	1.032	92.6

試料への水あるいはシリコンオイル (信越化学社製, KF96-10, 密度  $0.926 \text{ g/cm}^3$ , 粘性係数  $7.25 \text{ cp}$  ( $25^\circ\text{C}$ )) の飽和は, これらの液体中に試料を浸した後, 気泡を取り去るため, 真空ポンプによる脱気を24時間以上継続して行った。しかし, C, Dのような孔隙サイズの大きな試料では液体中から取り出して放置した際の孔隙からの流体の流出がかなりの量となり流体の飽和度は95%以下となる。

### 3. 弾性波速度及び $Q^{-1}$ の測定法

弾性波速度及び  $Q^{-1}$  の測定は SPINNER and TEFLET (1961) の円柱状試料の共振法を用いてなされた。この方法の測定システムを第2図に示す。試料の直径は30 mm, 長さは300 mmである。振動源としてスピーカ (トゥエーター) を, 振動検出用のピックアップとしてオーディオ・ディスク用のセラミックカートリッジを使用した。ピックアップの出力特性は  $200 \text{ Hz} \sim 5 \text{ kHz}$  で  $5 \text{ dB}$  以内で平坦である。ハイパスフィルタは実験室内の低周波の雑振動及びハムを除去するために用いている。円柱状試料の振動のモードには, たわみ (flexural), 伸びちぢみ (longitudinal), ねじれ (torsional) の三種類があり, 各モードの振動が測定された。以下ではこれらの各モードの

頭文字を用い, F, L, Tの記号で示す。試料の支持方法はFモードの場合は振動のノード付近を糸でつるし, L, Tモードの場合は発泡ゴムなどで下から支える。第2図ではFモードを測定する場合のスピーカの位置を示している。Lモードの測定の場合には棒の軸方向の延長上にスピーカを置く。また, Tモード測定の場合にはスピーカを棒に軽く接触させた形で励振させる。すべての試料に対し, Fモードの1次 (基本モード) から3次までの共振周波数と  $Q^{-1}$  とを乾燥状態及び水で飽和した各状態に対して測定することができた。Tモードについて各試料, 各状態の3次までのモードの測定を試みたが,  $Q^{-1}$  を3次モードまで測定できたのは水を含んだ場合の試料Dに対してだけであり, 1次ないし2次モードの  $Q^{-1}$  し測定することができなかった。このようにTモードの  $Q^{-1}$  の測定が一部分しかできない理由は励振時にFモードの振動が発生し, このピークがTモードに比べて強く, Tモードの  $Q^{-1}$  の正確な測定を困難にするためである。このため乾燥状態での試料DのTモードの  $Q^{-1}$  は全く測定することができなかった。Lモードでは高次モードになるほどなめらかな共振曲線が得られず再現性が悪くなるので正確な  $Q^{-1}$  は数種の試料の基本モードについてだけ得られた。



第2図 測定システム

オシレータ (中央下部) の電圧制御入力 (VCF) に直流電圧を加え, 発振周波数のコントロールをする。直流電圧は同時に X-Y レコーダの X 軸に入力され, 周波数に比例した量が X 軸にとられる。発振器の出力はトゥエーター (高音域スピーカ) に送られ試料が励振される。周波数はカウンタによって正確に測定される。試料の振動はピックアップによって検出され, アンプ (LM381), ハイパスフィルタ (HPF), アテネータを通ったあと A/C/D 変換器で振動の振幅値が直流電圧に変換される。振幅を示す直流電圧は X-Y レコーダの Y 軸に送られ, 周波数と振幅との関係を示す共振曲線が描かれる。

FモードはP波、S波の混在したモードであり、FモードのデータだけからP波、S波の $Q^{-1}$ や分散を分離して導き出すことができない。一方、Lモードは測定が部分的である。したがってF、Lのふたつのモードは各モードを正しく同定するための補助として、及びヤング率の計算に用いるのみとし、弾性波速度分散、 $Q^{-1}$ の解析には用いない。ここではTモードを用いて得られたS波速度の分散と $Q^{-1}$ について議論を行う。Tモードのn次の共振周波数を $f_n$ で表わすとS波速度は、

$$V_s = 2lf_n/n \quad (3-1)$$

で表わされる。lは棒の長さである。

$Q^{-1}$ は共振曲線

$$A(f) = A(f_0)/\sqrt{Q^2(f/f_0 - f_0/f)^2 + 1} \quad (3-2)$$

において  $A(f) = A(f_0)/\sqrt{2}$  を与える共振曲線上のふたつの周波数の差  $\Delta f$  を用いて、

$$Q^{-1} = (2\Delta f/f_0 + \Delta f^2/f_0^2)/(1 + \Delta f/f_0) \quad (3-3)$$

より求める。なお  $\Delta f \ll f_0$  のときは(3-3)は簡単に  $Q^{-1} \sim 2\Delta f/f_0$  となるが、この実験では  $\Delta f/f_0$  の値が大きいので(3-3)を用いた。

#### 4. 結果及び考察

##### 4.1 減衰の大きな多孔質体中に流体が存在した場合の Biot メカニズムの表現

Biot理論では孔隙を細かい管、又はスリット状のものと考え、これが多孔質体中に独立してとぎれることのないようにつながっている構造を仮定する。エネルギーの散逸は媒質内の流体の、媒質に対しての相対的流れによると考える。弾性波の分散と減衰は媒質と流体の各物性定数で定まる次の特性周波数  $f_c$  を用いて表現する。すなわち

$$f_c = \eta\phi^2/2\pi\rho_2K \quad (4-1)$$

(ただし  $\eta$  は流体の粘性係数、 $\phi$  は媒質の孔隙率、 $\rho_2$  は流体の密度、 $K$  は媒質の浸透率) によって正規化された周波数  $f/f_c$  を用いる。第1表の値より、水、シリコン

第2表 試料の特性周波数、完全飽和時の密度、低周波極限での弾性波速度

試料	特性周波数 (kHz)	完全飽和時の密度 (g/cm <sup>3</sup> )	低周波極限での速度	
水	A	6.93	1.125	623
	B	1.785	1.118	610
	C	1.280	1.115	663
シリコンオイル	B	13.98	1.089	618
	C	10.03	1.085	672

イルを含む試料の  $f_c$  として第2表が得られる。

低周波極限でのS波速度  $V_0$  は

$$V_0 = \sqrt{G_r/\rho} \quad (4-2)$$

で与えられる。 $G_r$  は多孔質体の複素剛性率の実数部、 $\rho$  は流体を含む系の密度である。 $G_i$  は多孔質体の複素剛性率の虚部とし、

$$q_s = G_i/G_r \quad (4-3)$$

とすると、減衰の大きい多孔質体での Biot メカニズムによる分散の式は、

$$\frac{V}{V_0} = \frac{\sqrt{2(1+q_s)^{1/2}}}{[(E_r - E_i q_s) + (E_r^2 + E_i^2 q_s^2 + E_i^2 + E_r^2 q_s^2)^{1/2}]^{1/2}} \quad (4-4)$$

となる(付録参照)。 $E_r$ 、 $E_i$  は付録で示したようにパラメータ  $\gamma_{11}$ 、 $\gamma_{22}$ 、 $\gamma_{12}$  によって決定される値である。

$Q_s^{-1}$  は付録に示した(A-21, 22)より、

$$Q_s^{-1} = [1 - \exp(-4\pi k_i/k_r)]/2\pi \quad (4-5)$$

$$\frac{k_i}{k_r} = \frac{2(E_i + E_r q_s)}{E_r - E_i q_s + (E_r^2 + E_i^2 q_s^2 + E_i^2 + E_r^2 q_s^2)^{1/2}} \quad (4-6)$$

となる。

##### 4.2 実験結果

###### 4.2.1 水、シリコンオイルを含む多孔質体のS波の分散

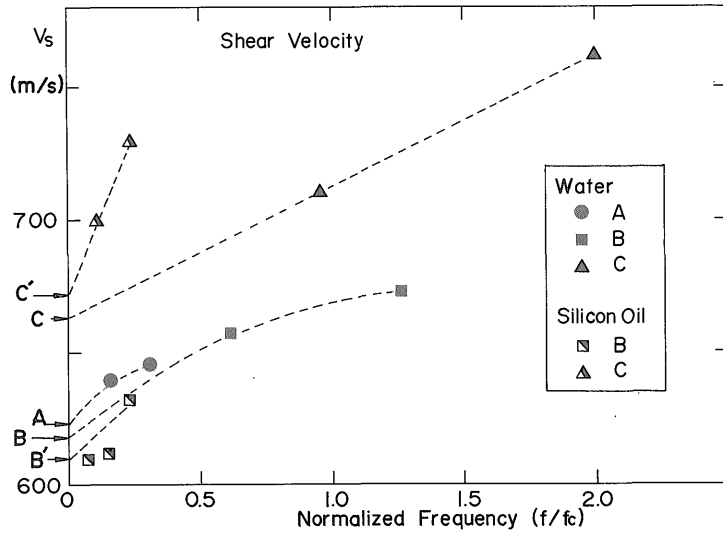
F、L、Tの三種の振動モードより求められた乾燥状態でのヤング率、ポアソン比、剛性率を第3表に示す。水、シリコンオイルを含む試料について共振周波数より求めたS波速度は周波数依存性を持つ、すなわち分散が存在する。第3図は(4-1)で得られる  $f_c$  で正規化した  $f/f_c$  に対するS波速度を示す。左側の矢印は低周波極限の速度を示し、乾燥試料の剛性率  $G_r$  を用い(4-3)から計算された値である。この実験に用いられた試料のように固体部分が大きな減衰を持つ媒質での Biot メカニズムによる分散と減衰は乾燥試料の複素剛性率の比  $q_s$  を新たなパラメータとして導入することによって求めることができる。

$$q_s \equiv G_i/G_r \sim Q_s^{-1} \quad (4-7)$$

であるから、乾燥試料の減衰の測定から  $Q_s^{-1}$  を求める

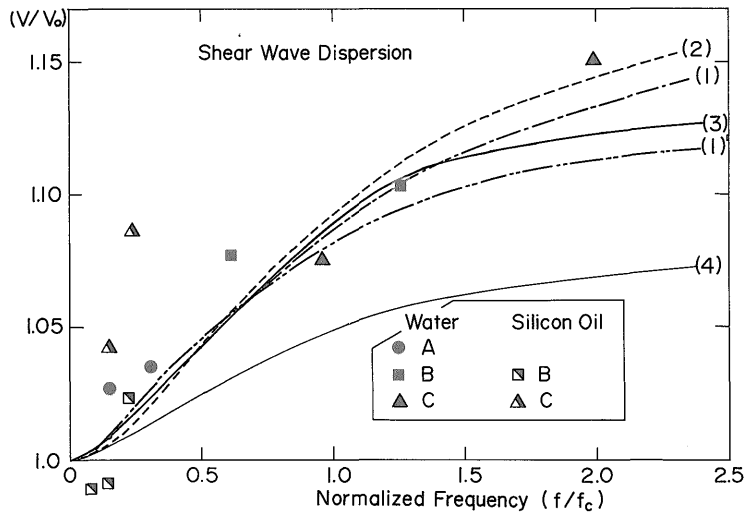
第3表 乾燥試料のヤング率、ポアソン比、剛性率

試料	ヤング率 (GPa)	ポアソン比	剛性率 (GPa)
A	1.041	0.20	0.436
B	0.969	0.15	0.416
C	1.138	0.20	0.490
D	0.582	0.15	0.255



第3図 飽和試料の S 波速度の周波数依存性

横軸は特性周波数  $f_c$  で正規化された値  $f/f_c$ 。たて軸は S 波速度を示し、アルファベットと矢印で示された速度は飽和試料の低周波極限の速度。弾性波速度は周波数とともに速くなっている。



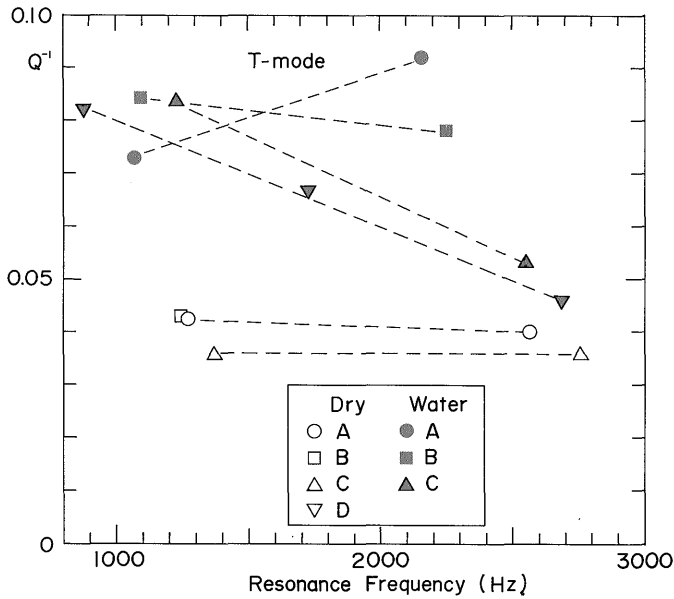
第4図 S 波速度の分散

横軸は  $f_c$  で正規化された周波数。たて軸は低周波極限速度との比  $V/V_0$ 。水を含んだ試料については Biot 理論から計算される結果とほぼ一致するが、シリコンオイルでは不一致が大きい。これはシリコンオイルに対する浸透率が測定値 (空気に対する値) の 5 倍程度であると考えると計算値に近づく。

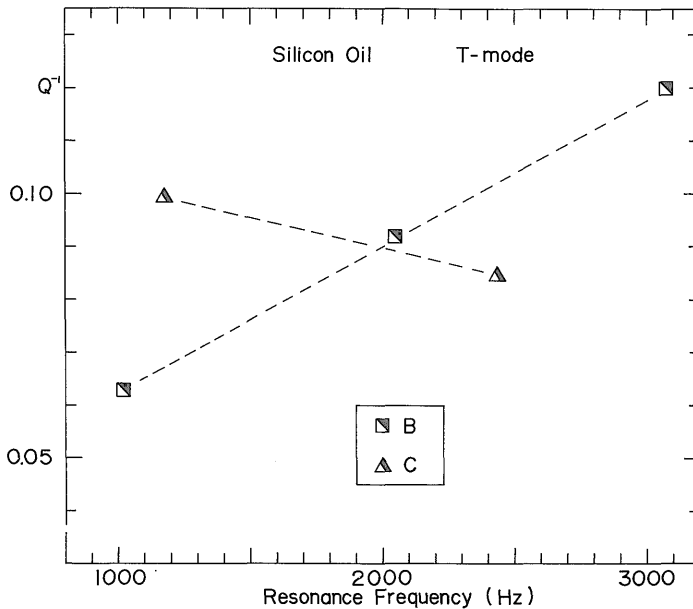
ことができる。この実験では乾燥試料の  $Q_s^{-1}$  は、誤差の範囲を考えると、周波数に関係なくほぼ一定と見なすことができるので、 $q_s \sim 0.04 = Q_s^{-1}$  とする。

(4-4)の計算を実行するにあたっては  $E_r$ ,  $E_l$  の値を決定するパラメータ  $\gamma_{11}$ ,  $\gamma_{22}$ ,  $\gamma_{12}$  を知る必要がある。アクリルの密度  $1.185 \text{ g/cm}^3$ , 水の密度  $1 \text{ g/cm}^3$ , シリコンオイル

の密度  $0.926 \text{ g/cm}^3$ , 試料の孔隙率  $33.5 \sim 38.6\%$  を考慮して、質量結合係数 (mass coupling parameter),  $\gamma_{12} = 0$  の場合に、 $\gamma_{11} = 0.65 \sim 0.75$ ,  $\gamma_{22} = 0.35 \sim 0.25$  となる。一方、形状パラメータ  $\delta$  は最小値  $\sqrt{5}$ , 最大値  $\sqrt{12}$  である (Biot, 1956b)。これらパラメータのとり得る値を考慮し、 $\gamma_{12} \neq 0$  の場合も考え、第4表の5種の組合せ



第 5 図 Tモード (ねじれモード) の減衰のパラメタ  $Q^{-1}$  の周波数変化  
 横軸は周波数、たて軸は  $Q^{-1}$  を示す。乾燥試料の  $Q^{-1}$  は周波数依存性を示さないが、水で飽和された試料の  $Q^{-1}$  は周波数依存性を示す。



第 6 図 シリコンオイルで飽和された試料の Tモードの  $Q^{-1}$   
 水の場合と同じく  $Q^{-1}$  の周波数依存性が認められる。

について分散及び  $Q_s^{-1}$  の計算を行った。第 4 図はこれらの場合の分散についての計算結果との比較を示す。

第 4 図から明らかなように水を含んだ場合の分散の傾向は第 4 表の (1), (2), (3), (1)' の計算結果とほぼ一致し

ており、実験で得られた S 波の分散が Biot メカニズムによるものであることを示している。しかしシリコンオイルを含む場合の結果の不一致は無視しえないほど大きい。この場合、特性周波数  $f_c$  を第 3 表で与えた値より実

効的に小さくする要因がなければならぬ。この要因として、シリコンオイルの場合の浸透率が空気に対して測定された第1表の値より、5倍ほど大きいとすると量的に一致するが、ここではシリコンオイルの場合の浸透率は測定していないのでひとつの可能性としてあげるにとどめる。

4.2.2 水及びシリコンオイルを含む多孔質体の S 波の減衰

第5図は乾燥状態と飽和状態の T モードの共振によって測定された  $Q^{-1}$  を示す。T モードの  $Q^{-1}$ 、すなわち、S 波の  $Q^{-1}$  を以後、 $Q_s^{-1}$  と表記する。乾燥状態では  $Q_s^{-1}$  に周波数依存性はないが、水を含んだ状態では周波数依存性が生ずる。 $Q_s^{-1}$  の周波数依存性は試料によって異なり、試料 A では周波数の増加とともに  $Q_s^{-1}$  が増加するが、B, C, D では逆の傾向を示す。第6図はシリコンオイルを含む試料の場合を示し、B では周波数の増加に伴い  $Q_s^{-1}$  が増加するが、C では逆に減少する。

第4表 計算に用いられた形状パラメータ  $\delta$  とマスマパラメータ  $\gamma_{11}, \gamma_{22}, \gamma_{12}$

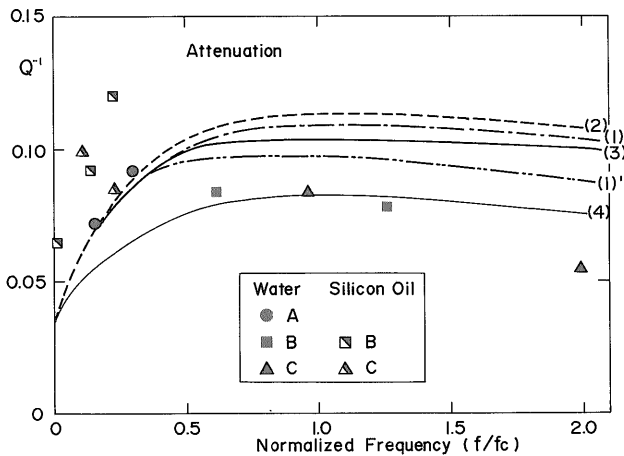
	$\delta$	$\gamma_{11}$	$\gamma_{22}$	$\gamma_{12}$
(1)	$\sqrt{8}$	0.65	0.35	0.0
(1)'	$\sqrt{8}$	0.75	0.45	-0.10
(2)	$\sqrt{5}$	0.65	0.35	0.0
(3)	$\sqrt{12}$	0.65	0.35	0.0
(4)	$\sqrt{8}$	0.70	0.30	0.0

$Q_s^{-1}$  は(4-5), (4-6)によって与えられる。第4表のパラメータの各組合せに対する計算結果と実験結果との比較を第7図に示す。水を含んだ試料に対する  $Q_s^{-1}$  は B, C の試料で計算値より小さくなる。第1表に示したように、B, C は A より水の飽和度が低い。WINKLER *et al.* (1979), WYLLIE *et al.* (1962) は不完全飽和状態の  $Q_s^{-1}$  はつねに完全飽和状態の  $Q_s^{-1}$  より小さいと報告している。実験結果はこのような不完全飽和の影響と考えられる。シリコンオイルでは分散の結果の場合と同様に不一致が大きい。これは先に述べたようにシリコンオイルの場合の浸透率が空気の場合よりも大きいためであろう。

5. Biot メカニズムの技術的応用分野

以上のように、このモデル実験では1~3 kHzの周波数帯で Biot メカニズムに起因する S 波分散、 $Q_s^{-1}$  の周波数依存性を観測することができた。以下で Biot メカニズムの野外での探査技術への応用の可能性を検討する。

岩石の孔隙率を25%、岩石を構成する鉱物の平均密度を 2.5 g/cm<sup>3</sup>、岩石の浸透率を 100~1000 md とすると(南阿賀油田の砂岩貯留岩にはこの程度の孔隙率、浸透率を持つものが多い(小松, 1978)), 岩石が水に飽和された場合の  $f_c$  は 9.7~97 kHz となる。前節で示されたように分散及び  $Q_s^{-1}$  の周波数依存性が顕著に現れる周波数領域は  $0.1f_c \sim f_c$  であるから、野外では 1~100 kHz 付近での分散及び減衰に Biot メカニズムによる変化を観測することができる。もし粘性の高い油に飽和された場合、 $f_c$  はもっと大きな値となる。このとき  $\gamma_{12} = 0$  とす



第7図 飽和試料の  $Q^{-1}$  の周波数依存性

横軸は特性周波数  $f/f_c$  で正規化されている。たて軸は  $Q^{-1}$  水を含む試料で B, C の  $Q^{-1}$  が計算値より小さいのは不完全飽和の効果であろうと考えられる。シリコンオイルを含む試料が計算結果と著しく異なった値を示すのはシリコンオイルに対する浸透率が測定値(空気に対する値)より大きいためであろうと考えられる。

ると  $\gamma_{11} \sim 0.88$ ,  $\gamma_{22} \sim 0.15$  となり, 第4図, 第7図の(4)の場合の曲線より少し下の値を持った周波数依存性を示すはずである. この程度の  $Q_s^{-1}$  の周波数依存性は十分観測にかかる大きさである. STOLL (1977) による海底上のモデル計算の結果でも 1~10 kHz に分散と減衰が顕著に現れる結果が示されている.

Biot メカニズムは超音波領域でしか効果的にあらわれないため, 低周波を取り扱う地震学, 地震探査の分野では, これまで注目されることが少なかった. Biot 理論が適用可能な高周波領域を取り扱うことができるのは, HAMILTON (1972) によってまとめられている海底堆積物の場合や, WYLLIE *et al.* (1962) が応用を目標とした音波検層の場合である. 音波検層での弾性波の振幅の変化を取り扱った例 (MORRIS *et al.*, 1964) もあるので, Biot メカニズムに起因する  $Q^{-1}$  の変化を音波検層で観測することも不可能ではない. 昨今, 井戸における S 波検層がさかんであるが (狐崎, 1979; 太田, 1978), まだ Biot メカニズムによる分散や  $Q^{-1}$  の変化が観測できるほどの高周波弾性波を検出するには至っていない. 米国 Los Alamos 研究所では高温岩体 (花崗閃緑岩) からの熱エネルギー抽出の研究において, 水圧破砕により発生した割れ目の性質を知るため, 5 kHz までの弾性波の透過実験が最近行われた (AAMODT *et al.*, 1978).

Biot メカニズムでは弾性波の減衰と分散は岩石の孔隙率, 浸透率, 孔隙内流体の粘性係数のように重要な物性定数と直接関係している. 地下での熱水や炭化水素の存在状態を知るための有効な手法として Biot メカニズムを検出するための高周波弾性波利用技術の開発が期待される.

#### 謝 辞

この報告書の作成にあたっては名古屋大学理学部熊沢峰夫助教授に助言を頂いた. ここに深く感謝の意を表す. 浸透率測定では技術部永田松三技官の, 試料の飽和, 密度の測定では物理探査部金谷 弘技官の協力を得た.

#### 文 献

- AAMODT, R. L., AKI, K., ALBRIGHT, J. N., FEHLER, M. C., KEYS, W. S., KINTZINGER, P. R., LANDT, J., MURPHY, H. S., POTTER, R. M., SPENCE, R. W. and WEST, F. G. (1977) *Hot dry rock geothermal energy development project fiscal year, 1977*, p. 82-141.
- BIOT, M. A. (1956a) Theory of propagation of elastic waves in a fluid-saturated porous solid. I. Low frequency range. *J. Acoust. Soc. Am.*, vol. 28, p. 168-178.
- BIOT, M. A. (1956b) Theory of propagation of elastic waves in a fluid-saturated porous solid. II. higher frequency range. *J. Acoust. Soc. Am.*, vol. 28, p. 179-191.
- FUTTERMAN, W. I. (1962) Dispersive body waves. *J. Geophys. Res.*, vol. 67, p. 5279-5291.
- HAMILTON, E. L. (1972) Compressional-wave attenuation in marine sediments. *Geophysics*, vol. 37, p. 620-646.
- ITO, H., DEVILBISS, J. and NUR, A. (1979) Compressional and shear waves in saturated rock during water-steam transition. *J. Geophys. Res.*, vol. 84, p. 4731-4735.
- 狐崎長良 (1979) 振源部と受信部とを一連のゾンデとする S 波検層方式. *物理探査*, vol. 32, p. 1-13.
- 小松直幹 (1978) 砂岩貯留岩の性質. *石油技術協会誌*, vol. 43, p. 366-374.
- MAVKO, G. and NUR, A. (1975) Melt squirt in the asthenosphere. *J. Geophys. Res.*, vol. 80, p. 1444-1448.
- MORRIS, R. L., GRINE, D. R. and ARKFELD, T. E. (1964) Using compressional and shear acoustic amplitudes for the location of fractures. *J. Petrol. Tech.* (June, 1964), p. 623-632.
- 太田 裕・後藤典俊・塩野計司・高橋 博・山水史生・栗原重利 (1978) やや深い構造の S 波速度 (II) ー下総2300m地震観測井における測定一. *地震*, vol. 31, p. 299-308.
- SPINNER, S. and TEFFT, W. E. (1961) A method for determining mechanical resonance frequencies. *Am. Soc. Testing Mater. Proc.*, vol. 61, p. 1221-1238.
- STOLL, R. D. (1977) Acoustic waves in ocean sediments. *Geophysics*, vol. 42, p. 715-725.
- WALSH, J. B. (1966) Seismic wave attenuation in rock due to friction. *J. Geophys. Res.*, vol. 71, p. 2591-2599.
- WHITE, J. E. (1966) Static friction as a source of seismic attenuation. *Geophysics*, vol. 31, p. 333-339.
- WINKLER, K. and NUR, A. (1979) Pore fluids and



seismic attenuation in rocks. *J. G. R. Lett.*,  
vol. 6, p. 1-4.

WYLLIE, M. R. J., GARDNER, G. H. F. and GREGORY,

A. R. (1962) Studies of elastic wave at-  
tenuation in porous media. *Geophysics*, vol.  
27, p. 569-589.

付 録 媒質の弾性定数を複素数とした場合の Biot メカニズムによる分散と減衰の表現式

Biot の原論文では固体部分 (matrix) は減衰のない完全弾性体として取り扱われている。しかし、今回の実験では固体部分自身の非弾性的性質が無視できない。したがって、固体自身に大きな減衰が存在する場合に理論を拡張する必要がある。固体部分の減衰を考慮した場合は STOLL (1977) に与えられているが、ここでは BIOT (1956 a, b) の式をもとにわかりやすい形で導く。使用される記号の意味は A-1 表にまとめて示す。基本となる運動方程式は、

$$\frac{\partial \sigma_{ij}}{\partial x_j} = \frac{\partial^2}{\partial t^2} (\rho_{11} u_i + \rho_{12} U_i) + b \frac{\partial}{\partial t} (u_i - U_i) \quad (\text{A-1a})$$

$$\frac{\partial s}{\partial x_i} = \frac{\partial^2}{\partial t^2} (\rho_{12} u_i + \rho_{22} U_i) - b \frac{\partial}{\partial t} (u_i - U_i) \quad (\text{A-1b})$$

である。ただし

$$s = -\phi p \quad (\text{A-2})$$

$$\rho_1 = (1 - \phi) \rho_s = \rho_{11} + \rho_{12} \quad (\text{A-3})$$

$$\rho_2 = \phi \rho_f = \rho_{22} + \rho_{12} \quad (\text{A-4})$$

$$\rho = \rho_{11} + 2\rho_{12} + \rho_{22} \quad (\text{A-5})$$

また、b はエネルギーの散逸を表わす項である。

$\sigma_{ij}$ , s は固体及び流体のひずみと一次の関係にあるのでこれを代入し、方程式を解くことができる。低周波領域ではポアズイユの流れが成立するので流体と固体との間の平均的相対変位はダルシー (Darcy) の法則で表わすことができる。孔隙のつながりを円筒管で近似し、これらの円筒管が平行に配列したモデルを用いると、ポアズイユの流れの成立する周波数は 0.15  $f_c$  程度までとなる。これより高い周波数では (A-1a, b) の右辺第 2 項の b は複素数となる。これを  $bF(\kappa)$  で表わす。κ は形状パラメータ δ, 及び  $f/f_c$  より  $\kappa = \delta(f/f_c)^{1/2}$  となる。δ は孔隙のつながりを円筒形状で近似したときは  $\sqrt{8} \sim \sqrt{12}$ , スリット形状で近似したときは  $\sqrt{16/3} \sim \sqrt{8}$  である。F(κ) は

$$F(\kappa) = \frac{1}{4} \frac{\kappa T(\kappa)}{1 - \frac{2}{i\kappa} T(\kappa)} \quad (\text{A-6})$$

ただし、

$$T(\kappa) = \frac{\text{ber}'(\kappa) + i\text{bei}'(\kappa)}{\text{ber}(\kappa) + i\text{bei}(\kappa)} \quad (\text{A-7})$$

$$\left. \begin{aligned} \text{ber}(\kappa) &= \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n}{((2n)!)^2} \left(\frac{\kappa}{2}\right)^{4n} \\ \text{bei}(\kappa) &= \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n}{((2n+1)!)^2} \left(\frac{\kappa}{2}\right)^{4n+2} \end{aligned} \right\} (\text{A-8})$$

(kelvin 関数)

ここで

$$\left. \begin{aligned} \text{curl } u &= \omega \\ \text{curl } U &= \Omega \end{aligned} \right\} (\text{A-9})$$

とすると運動方程式 (A-1a, b) から横波に関する次の運動方程式が求まる。

A-1 表 本文及び付録で使用される記号の意味

b	エネルギー散逸項の係数
$f_c$	特性周波数
$F(\kappa)$	複素数で表したエネルギー散逸項の係数 $F_r + iF_i$
$\bar{G}$	複素剛性率 $G_r + iG_i$
K	多孔質体の浸透率
$\bar{k}$	波数ベクトル (複素数 $k_r + ik_i$ )
p	流体の圧力
$Q^{-1}$	減衰を表わすパラメータ
$q_s$	$G_i/G_s$
s	流体の局所的流れによる流体部分の応力
U	流体部分の変位
u	固体部分の変位
V	位相速度
$V_0$	低周波極限での速度
δ	孔隙部分の形状パラメータ
η	流体の粘性係数
$\rho_{11}, \rho_{22}, \rho_{12}$	質量係数
$\rho_f$	流体の密度
$\rho_s$	固体の密度
$\sigma_{ij}$	固体部分に働く応力
φ	孔隙率
ω	角速度
$\Omega, \omega$	回転を表わすベクトル

$$\frac{\partial^2}{\partial t^2} (\rho_{11}\omega + \rho_{12}\Omega) + bF(\kappa) \frac{\partial}{\partial t} (\omega - \Omega) = \tilde{G}V^2\omega \quad (A-10a)$$

$$\frac{\partial^2}{\partial t^2} (\rho_{12}\omega + \rho_{22}\Omega) - bF(\kappa) \frac{\partial}{\partial t} (\omega - \Omega) = 0 \quad (A-10b)$$

X方向に伝わる平面波

$$\omega_x = C_1 \exp [i(\tilde{k}x + \omega t)] \quad (A-11)$$

$$\Omega_x = C_2 \exp [i(\tilde{k}x + \omega t)] \quad (A-12)$$

より,

$$\frac{\tilde{G}\tilde{k}}{\rho\omega^3} = E_r - iE_i \quad (A-13)$$

が得られる。ここで

$$E_r = \frac{(\gamma_{11}\gamma_{22} - \gamma_{12}^2)(\gamma_{22} + \varepsilon_2) + \gamma_{22}\varepsilon_2 + \varepsilon_1^2 + \varepsilon_2^2}{(\gamma_{22} + \varepsilon_2)^2 + \varepsilon_1^2} \quad (A-14)$$

$$E_i = \frac{\varepsilon_1(\gamma_{12} + \gamma_{22})^2}{(\gamma_{22} + \varepsilon_2)^2 + \varepsilon_1^2} \quad (A-15)$$

$$\varepsilon_1 = (\gamma_{12} + \gamma_{22})(f_c/f)F_r$$

$$\varepsilon_2 = (\gamma_{12} + \gamma_{22})(f_c/f)F_i$$

$$\gamma_{11} = \frac{\rho_{11}}{\rho}, \gamma_{12} = \frac{\rho_{12}}{\rho}, \gamma_{22} = \frac{\rho_{22}}{\rho}$$

$$F(\kappa) = F_r(\kappa) + iF_i(\kappa) \quad (A-16)$$

$$\tilde{G} = G_r + iG_i \quad (A-17)$$

$$q_s \equiv G_i/G_r \quad (A-17)$$

$f \rightarrow 0$  での速度  $V_0$  は

$$V_0 = \sqrt{G_r/\rho} \quad (A-18)$$

となり, 分散式

$$\frac{V}{V_0} = \frac{\omega/k_r}{V_0} \quad (A-19)$$

を求めると

$$\frac{V}{V_0} = \frac{\sqrt{2}(1+q_s^2)^{1/2}}{[(E_r - E_i q_s) + (E_r^2 + E_i^2 q_s^2 + E_i^3 + E_r^2 q_s^2)^{1/2}]^{1/2}} \quad (A-20)$$

が得られる。

$Q_s^{-1}$  は FUTTERMAN (1962) より

$$Q_s^{-1} = [1 - \exp(-4\pi k_1/k_r)]/2\pi \quad (A-21)$$

$$\frac{k_i}{k_r} = \frac{(E_i + E_r q_s)}{E_r - E_i q_s + (E_r^2 + E_i^2 q_s^2 + E_i^3 + E_r^2 q_s^2)^{1/2}} \quad (A-22)$$

となる。

(受付: 1981年7月8日; 受理: 1981年8月21日)