報　文

550. 835. 4 : 552. 08 : 550. 3/. 9

γ-γ 検層法による岩石密度の測定と重金属鉱床の探査法について

――拡散理論による応答と実験――

中 井　順 二*

On the Measurement of Rock Density and Prospecting for Heavy Metallic Ore Deposits by Using γ-γ Logging

——Response based on Diffusion Theory and Experiment——

Junji NAKAI

Abstract

The consideration on two forms of gamma-gamma logging is presented in this paper. One is a density logging of rocks, which is based on Compton scattering of gamma rays by rock electrons, and the other is one type of so-called selective gamma-gamma logging, which is on the basis of photoelectric absorption of gamma rays by heavy elements in the rocks or ores.

The results of theoretical and practical investigations are summarized as follows:

1) By the theory of a single Compton scattering or the equilibrium energy spectrum, an essential physical foundation of the density logging can be conceptually comprehensible. In the author's work, 1971, it is argued experimentally that dominating portions of scattering gamma rays detected in the rock are composed of multiple scattering gamma rays. To treat of a density logging analytically by the theory of multiple scattering, extensive quantitative treatments are required.

In general, the physical description of the migration of gamma rays through extended media derives from the well-known stationary-state Boltzmann transport equation. But full determination of this solution is beyond possibility in general, and the diffusion theory is used as an approximation method. Approximation methods by diffusion equations give solely the spatial distribution in terms of the number flux of gamma ray photons and they can be easily applied to the problem of geometry such as bore-hole. The diffusion theory on density logging was developed by the application of one group approximation method for point sources such as ^{60}Co or ^{137}Cs.

2) By applying the diffusion theory, the migration of gamma rays in infinite homogeneous media is expressed as the stationary-state diffusion equation.

$$\nabla^2 n - \frac{1}{L_0^2} n = -\frac{Q}{D_0}$$

where n is the density of gamma ray photon, L_0 the diffusion length, D_0 the diffusion coefficient, Q the intensity of source. Assuming that bore-hole diameter is enough small as compared with the source-detector spacing R, this diffusion equation can be applied for a point source in infinite homogeneous medium and has the well known solution.

$$n = \frac{Q}{4\pi D_0} \frac{e^{-R/L_0}}{R}$$

Using this solution, the author has studied the response characteristics of gamma-gamma density logging for formation, and the following observations are made.

The intensity of gamma rays increases with density at low densities; at high densities, however, it decreases with density. The theoretical response curves, therefore, exhibit the maximum at some intermediate density.

The negative slope characteristics are utilized in usual gamma-gamma density logging,

* 物理探査部

and its sensitivity to the density change depend upon the source-detector spacing and the initial gamma ray energy.

These theoretical results are confirmed by the experimental observation, and are in agreement with the semi-empirical data given by Y. P. Bulashevich.

3) The diffusion equation is applied to treat of the scattering of gamma rays from a point source located on the axis of symmetry of the two media, with different densities, separated by a cylindrical boundary. Numerical results for a water-filled hole are compared with the empirical results, and good agreements are obtained. The density variation corresponding to the bore-hole diameter can be readily determined by a set of empirical calibration curves. From the view of accuracy, merits and demerits for ^{60}Co, ^{137}Cs are discussed. The three-media problem is also treated on the media consisting of three concentric cylinders. This is the simplest geometrical representation which yields information on the effects of drilling fluid invasion and of cement covering bore-hole wall. Some numerical results are given.

4) The diffusion equation is also applied to the scattering of gamma rays from a point source located on the axis of single cylinder of infinite length and finite radius. To take into account the escape of gamma ray photons from the surface, a concept of the extrapolation distance is utilized. Numerical results of intensity of gamma rays on the axis are obtained. It gives the effective penetrating volume and accordingly, dimension of artificial bore-hole models for estimating empirical calibration curves. In this case, the effect of bore-hole must be essentially taken into account, so two concentric cylinders are considered and the solution in the axis of symmetry is obtained, however, there are no numerical results.

5) In the case that a plane boundary separates semi-infinite homogeneous media with different densities and gamma ray source traverses this boundary perpendicularly, the responses are calculated. This geometry corresponds with that the bedding planes of sedimentary rocks are penetrated at right angle by the bore-hole.

Measured density on traverse line is generally somewhat different from the mean density of two media which occupy between source and detector, but the situation of the boundary can be almost exactly determined.

Theoretical response curves are calculated on traversing perpendicularly a medium with two parallel plane boundaries between two semi-infinite homogeneous media. This corresponds with, for example, coal seam or tuff in thick formations.

6) The accuracy of a gamma-gamma density logging depends on several factors. Main factors for the measurement errors are the statistic of nuclear decay of source and the difference of conditions between the calibration and measurement in fields.

Empirical calibration curves for bore-holes with various diameters are accomplished in the laboratory. From these calibration curves, standard deviations of density measurements are obtained semi-empirically.

7) The dependence of intensity of gamma rays on the density decreases with enlargement of the bore-hole diameter, and the directional probe to surrounding rock is used tentatively in order to eliminate this influence. Significant changes in the slope of the calibration curves are theoretically obtained, and merit of this probe is also confirmed by experiment in the field.

8) In the field test, the density log can be correlated satisfactorily with the electric log, and an acceptable agreement between density log and core measurement is found. In general, bore-hole roughness causes considerable error. In such case, the combination of density logging, electrical logging and caliper logging makes interpretation of density log unambiguous.

9) In the case that the heavy elements with high atomic number are contained uniformly in the rocks and have no influence on the density of the rocks, the intensities in gamma-gamma density logging are reduced by photoelectric effect.

In gamma-gamma density logging, it is generally impossible to distinguish whether the decrease of counting rate depends on the density of rocks or admixture of heavy elements.

If heavy metallic ore deposits are assumed to be composed of rocks and low content of heavy metal elements, the detection of the latter is facilitated by measuring the scattering gamma rays from the low energy gamma ray sources. ^{75}Se is used as the suitable source, and the relative

intensities of scattering gamma rays in the ore deposit models are calculated by the diffusion theory and also observed experimentally in the simple artificial ore deposit models.

Results of these studies are as follows:

a) The spectra of scattering gamma rays from point sources of ^{75}Se, ^{60}Co, and ^{137}Cs in the ore deposit models are measured individually by using the scintillation detector and the multichannel pulse-height analyzer. Total intensities under each spectrum as a function of content of heavy metal elements are compared. ^{75}Se is found to be the most sensitive to the presence of heavy metal elements.

b) The parameter, L_0 and D_0, can be calculated according to Voskovoinikov's method in which both photoelectric absorption and Compton scattering are taken into account, and the solutions of diffusion equations in low energy range are confirmed by experiments.

From the results of numerical calculation, it is found that the response curves are influenced by the chemical composition of country rocks, density of ore deposits and source-detector spacing.

On the other hand, the density difference of country rocks to be equivalent to the contents of heavy metal elements and the limitation in applicability of gamma-gamma logging are estimated theoretically. These investigations demonstrate that gamma-gamma logging makes it reliable to detect heavy metal elements and in favourable conditions, even elements with medium atomic number.

c) The intensity of scattering gamma rays in zinc-lead ore deposits are measured on a laboratory model. The results of this experiment assure that gamma-gamma logging by using ^{75}Se makes it practical to detect mineral resources such as zinc-lead deposits.

要　旨

γ－γ 検層法を密度検層法と重金属鉱床の検層法とに分け，そのおのおのについて基礎的研究を行い，その結果にもとづき野外における適用の際の問題点について検討を行った．その概要は次の通りである．

1. γ－γ 密度検層法の物理的背景を単純なγ線のコンプトン散乱現象，または平衡γ線エネルギースペクトルの考え方によって説明できることを述べ，媒質中でのγ線の多数回散乱の現象を種々な幾何学的形態の問題にも適用させるために，Boltzmann の輸送方程式をγ光子の拡散近似によって取り扱う方法を採用した．数学的表現である拡散方程式をモデル化した検層条件に適用し，γ－γ 密度検層の物理数学的な定式化をはかった．

2. γ光子の拡散の計算には1組理論にもとづく近似法を用いた．均質な無限媒質内に1組拡散方程式を適用し，初期エネルギー，線源—検出部距離をパラメータとした散乱γ線強度を計算し，孔井効果の無視できる場合についての応答特性を明らかにした．えられた理論的応答曲線は実験結果とほぼ一致した．また，Bulashevich, *et al.* (1960) が提唱した半経験式と非常によく一致した．

3. 円柱状媒質とその軸上に線源—検出部を考え，半径と検出部における散乱γ線強度との関係をしらべ，これによって初期エネルギー，線源—検出部距離，密度をパラメータとした γ－γ 密度検層の有効測定範囲を理論的に推定した．また較正用孔井模型の必要な大きさとそれによる密度較正の誤差を明らかにした．

4. 上下に2つの異なる密度の地層が平らな境界面によって接する場合を考え，その境界面を垂直に線源—検出部が通過するときの応答を計算した．その結果，境界面の位置が充分な精度で決定できることが明らかになった．また簡単な多層構造，とくに厚い地層中にうすい地層が挟まれているとき，その厚さ，線源—検出部距離に関しての応答を求めた．

5. 孔径が線源—検出部距離にくらべてある程度大きく，その影響が無視できない場合，孔井と地層が円柱面の境界によって相互に分離されているという幾何学的条件のもとで，地層密度に対する理論的応答曲線を求めた．これから孔径の変化量と等価な密度の変化量を求め，またその量と線源の初期エネルギーとの関係について明確にした．一般にγ線源として使用されている ^{60}Co と ^{137}Cs について理論的応答曲線を比較し，その長所，短所について考察した．孔井の周囲に異質の物質が孔井と同心円状に存在する場合の影響についても計算し簡単な例を示した．

6. ^{60}Co, ^{137}Cs を使用した場合の実験的較正曲線による密度測定の精度について検討した結果，^{137}Cs の場合は ^{60}Co に比較して孔径変化による影響をより大きくうけることが確認され，理論的に得られた傾向と一致した．また野外における2，3の密度検層曲線の実例により理論的に得られた応答特性を実証した．検層による密度評価は，コアサンプリング法による結果と一般によく

一致し，また電気検層との併用は孔井地質断面の調査に一層効果的であることを認めた．

7. 孔径が大きくなるにしたがって応答特性が劣化する．半無限体の鉛，地層を考え，その平らな境界面に線源—検出部をおいた場合の散乱γ線強度を仮想線源を適用することによって理論的に求めた．その結果，応答特性の向上が予想された．鉛遮蔽によって地層へのγ線の入射方向および散乱γ線の検出方向に指向性を持たせたプローブを試作し，野外実験を行い，従来のプローブと比較してより効果のあることを明らかにした．

8. 岩石中に非放射性の Pb, Hg, Sn, W, Zn 等の高原子番号の重金属元素が，岩石密度に影響しない程度に混入して鉱床を形成する場合，全体として光電効果作用が強くなり，低エネルギーの散乱γ線が効果的に吸収される．γ-γ密度検層に使用されている ^{60}Co, ^{137}Cs に比較してさらにエネルギーのひくいγ線源を用いると，密度変化による効果にくらべて重金属元素の光電効果作用による散乱γ線強度の減少が著しくなる．本研究で対象としたγ-γ検層法は，この減少の様子をしらべることによって重い金属元素を検出しようとするものであり，理論的および実験的研究を行った．その概略は次の通りである．

a）1組拡散方程式を ^{75}Se による散乱γ線の全エネルギー区間に適用し，岩石密度の変化が小さいとき散乱γ線の相対的変化が重い高原子番号元素の検出を可能にすることを理論的に示した．また条件のよい場合にはさらにひくい原子番号元素の検出が可能であることを指摘し，これらの適用範囲を示した．また亜鉛および鉛の鉱床模型を使った実験による検討を行った．

b）鉛の鉱床模型を使用して ^{75}Se, ^{60}Co, ^{137}Cs による散乱γ線のスペクトルを測定し，鉛の含有率と全スペクトルの変化の量的関係を検討することにより，^{75}Se が重金属鉱床の検層に適していることを明らかにした．

1. はじめに

散乱γ線の強度を測ることにもとづく放射能検層法は，γ-γ検層法とよばれ通常2つの形式，すなわちγ-γ密度検層法と選択γ-γ検層法とに分けられる．γ-γ密度検層法は散乱γ線強度が岩石の密度のみに依存するように工夫して観測するものであって，1951年，Faul and Tittle (1951) がはじめて density logging なる言葉を用い孔井模型内でその実験的研究を行った．その後石油孔井内調査において地層の孔隙率の推定に有効な手段として使用され，含油層の検出または評価に重要な役割を果してきた．また石油孔井周囲のセメンチングの位置，鋼管のつなぎ目等の確認にも有効な手段としてしばしば使用されている．このように資源探査関係はもとより，最近では破砕帯の検出，建築地盤調査など土木建設方面での普及も著しい．γ-γ密度検層がこのように広い分野において適用されているのに対し，主として金属鉱床を対象としたいわゆる選択γ-γ検層法はすでに1957年 Voskovoinikov (1957) によってその基礎的概念が示されており，以後とくに東欧諸国においてかなりの研究がなされているが，現在なお開発の段階の域をでていない状態にある．

一般に点線源による無限媒質内での散乱γ線強度 I は次の4つの変数の関数であるとしてよいであろう．

$$I = f(\rho, R, Z, E)$$

ここに

ρ：媒質の密度

R：線源—検出部の距離

Z：媒質の構成元素の原子番号

E：散乱γ線のエネルギー

原理的にはγ-γ密度検層法はZと無関係な I を測定することであり，選択γ-γ検層法はρと無関係な I を測定しようとするものである．したがってこれら2つの検層法は本質的に独立したものではなく，互いに密接な関連を持っている．選択γ-γ検層法では散乱γ線の低エネルギー領域を微分的に測定することもある（G. M. Voskovoinikov, *et al.*, 1961）が，本研究において対象とした低エネルギー線源による全散乱γ線測定による方法は，これと本質的に相違はない．

本研究の目的は基本的にはγ-γ検層法を定量的に取り扱い，その特性を明らかにすることにより，野外においてより合理的な条件のもとに適用させることにある．具体的な主なる課題をあげるとγ-γ密度検層については次のごとくである．

1) 孔井内の散乱γ線強度すなわちγ-γ密度検層における計数率が線源のエネルギー，線源—検出部の距離，岩石密度によってどのように変化するかをしらべ，孔径を無視してよい場合の一般的特性をはあくする．次にこの結果から線源の種類による長所，短所，線源—検出部の距離の大小による得失を知る．

2) 孔径が大きくなると孔井水が検層結果に影響を及ぼし，密度測定の感度が低下するのでその様子をしらべる．とくに線源として ^{60}Co, ^{137}Cs を使用した場合を比較し，その長短をしらべる．また線源—検出部を長くすることによって感度の劣化を小さくできることを明らかにする．これらの結果を実用面で応用できるようにする．

3) 孔径，孔壁の不測の変化はこれらを別に測定しない以上密度測定に影響を及ぼすことはこの検層法の重要な問題である．孔径が拡大している場合その量と密度の過小評価の関係を明らかにし，キャリパー検層等による孔径測定の必要な限度について検討する．このことは本質的に孔径測定にともなう誤差による密度測定の誤差の評価となる．

4) 孔井周辺は物理的な擾乱をうけていたり，掘さく泥水の浸透やセメントの充填などにより均質でない場合がある．この場合もやはり測定密度は正しい岩石密度を示さない．これらの孔井周辺の異質帯が如何に影響するかを知る必要がある．

5) 孔径が大きくなるにつれて孔井水の影響をうけ感度が劣化する．岩石中への入射 γ 線と検出する散乱 γ 線とに指向性を持たせ，孔井水の影響をのぞきうる可能性を検討し実用面へ適用する．

6) 種々な測定条件のもとにおける有効測定範囲のはあくと，これによる較正用孔井模型の必要なデイメンジョンの決定．

7) 地層の境界面や厚い地層中に挾まれた薄層に対してどのような応答が得られるか．また検層曲線からこれらの位置，厚さを決めることができるかの検討．

8) 密度検層を野外において適用した場合，その結果が理論的にえられた種々の測定条件のもとにおける応答特性を表わしているか．また実際上孔井地質断面と対比できる指示値がえられるか．他の物理検層と併用した場合の利点を明らかにする．

また，重金属鉱床の探査法については次のごとくである．

1) 重い金属元素が岩石中に含まれ，鉱床を形成している場合，低エネルギー γ 線源を用いた $\gamma-\gamma$ 検層によって検出できることを理論的に明らかにする．

2) 適当な低エネルギー γ 線源をえらび ^{60}Co, ^{137}Cs を用いた場合と比較し1)の課題を実験的にたしかめる．

3) 種々の測定条件のもとでの適用の限界を検討する．

2. $\gamma-\gamma$ 密度検層

2.1 物理的基礎

岩石の見掛け密度測定の原理は γ 線のコンプトン散乱による線吸収係数が見掛け密度に比例することによって概念的には説明できる．0.1–2.0 MeV のエネルギー領域の γ 線，たとえば ^{60}Co, ^{137}Cs などからの γ 線が比較的軽い元素，すなわち原子番号が6-20程度の元素から構成されている堆積岩のような物質に入射し相互作用をおこす場合，コンプトン散乱作用がいちじるしく優勢である．すなわちコンプトン散乱断面積に対する相互作用の全断面積の比率がほとんど1に近い値になる．コンプトン散乱による線吸収係数 μ_1 は電子のコンプトン散乱断面積 σ_e と単位体積当たりの電子数 n_e の積で表わされる．すなわち，

$$\begin{aligned}\mu_1 &= \sigma_e n_e \\ &= \sigma_e \sum \frac{No}{Ai}\rho ZiPi \quad \cdots\cdots (1)\end{aligned}$$

ここで ρ は岩石密度，No は Avogadro 数，Ai および Zi は岩石を構成する元素 i の原子量および原子番号，Pi はそれらの重量百分率である．No と σ_e は元素の種類とは無関係な値であり，かつ σ_e は γ 線のエネルギーのみに依存する量である．一方対象としている元素の Zi/Ai の値はほぼ 0.5 と考えてよい．従って γ 線の線吸収係数 μ_1 は岩石の化学的構成成分とは無関係でその見掛け密度に比例すると考えてよい．またコンプトン散乱の確率はエネルギーと散乱角度の関数である．これらのことから適当な γ 線源を使用した場合，コンプトン散乱作用の優勢なエネルギー領域の散乱 γ 線強度は，岩石の見掛け密度のみに依存することになる．したがってあらかじめこれらの間の量的関係を知っておけば，岩石密度を決定できる．実際には測定の際の諸条件に大きく支配されるので，この関係を実験的に求めた上で較正によって見掛け密度 ρ を決定している．

$\gamma-\gamma$ 密度検層の原理は別の方法によって，より一層明確に把握できる．ひろがった媒質の中での γ 線の透過の物理的な表現はよく知られている Boltzmann の定常状態の輸送方程式によってあらわされる．すなわち媒質中の γ 光子束密度の分布関数を $N(\mathbf{r}, E, \mathbf{\Omega})$ で表わすと γ 光子密度が充分大きい場合その発生と消滅に関する均衡は次の方程式によって表わされる．

$$\begin{aligned}&\nabla \cdot \mathbf{\Omega} N(\mathbf{r}, E, \mathbf{\Omega}) + \mu_1 N(\mathbf{r}, E, \mathbf{\Omega}) \\ &= \int_{4\pi}\int_{E_0}^{E} N(\mathbf{r}, E', \mathbf{\Omega}') n_e \sigma_e(\mathbf{\Omega}' \to \mathbf{\Omega}, E' \to E) dE' d\mathbf{\Omega}' \\ &+ Q(\mathbf{r}, E, \mathbf{\Omega}) \quad \cdots\cdots (2)\end{aligned}$$

ここに $\mathbf{\Omega}$: 単位の長さの方向ベクトル

$\mathbf{r}$: 位置ベクトル

E_0: 初期エネルギー

σ_e: 進行方向が $\mathbf{\Omega}'$ から $\mathbf{\Omega}$ へ，エネルギーが E' から E にかわる散乱の微視的断面積

μ_1: 線吸収係数

n_e: 単位体積中の電子の数

Q: γ 光子の発生率

でありとくに $N(\mathbf{r}, E, \mathbf{\Omega})$ は $\mathbf{r}$ において $\mathbf{\Omega}$ 方向に法線

をもつ単位平面を単位時間に通過する単位エネルギー間隔および単位立体角あたりのγ光子の数である.

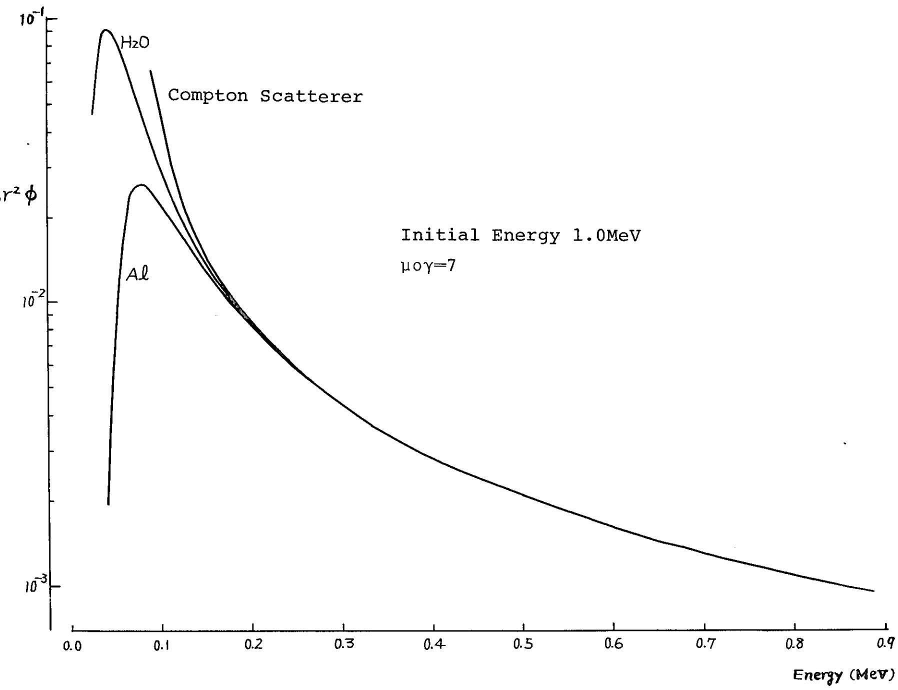
右辺第1項は輸送による単位体積あたりNが失われる割合をあらわし，第2項は衝突による損失を示すものである．左辺はNの増加を示し第1項は空間のすべての場所からγ光子が $d\mathbf{\Omega}dE$ へ散乱されてくる割合を示す.

Goldstein and Wilkins (1954) は輸送方程式を半数値的に解くモーメント法を適用し，最終的にγ光子エネルギー束の分布関数 $I(\mathbf{r}, E) = E\phi(\mathbf{r}, E)$ の形として表にあらわしている．ただし，ここで $\phi(\mathbf{r}, E)$ は単位エネルギー当たりのγ光子束で Number flux とよばれ物理的には $\mathbf{r}$ における単位断面積の球面を単位時間に通過する dE あたりのγ光子の数であり，$\phi(\mathbf{r}, E) = \int_{4\pi}N(\mathbf{r}, E, \mathbf{\Omega})d\mathbf{\Omega}$ であらわされる．均質な無限媒質という幾何学的形態の制限があるが，散乱γ線の空間分布とエネルギースペクトル分布を知ることができ，γ-γ密度検層の説明に非常に役立つ．第1図は，Goldstein and Wilkins (1954) の結果から計算によってえられたγ光子の Number flux のスペクトルである．単位時間当たり1個の 1 MeV のγ光子を発生する点線源が無限媒質中にある場合，線源からの距離が平均自由飛程単位 μ_0 において7の点のスペクトルで，媒質として水，アルミニウム，およびγ線との相互作用がコンプトン散乱のみである仮想的な媒質，すなわちコンプトン散乱体について示した．縦軸には幾何学的条件に対する補正をほどこし，その結果を比較して示した.

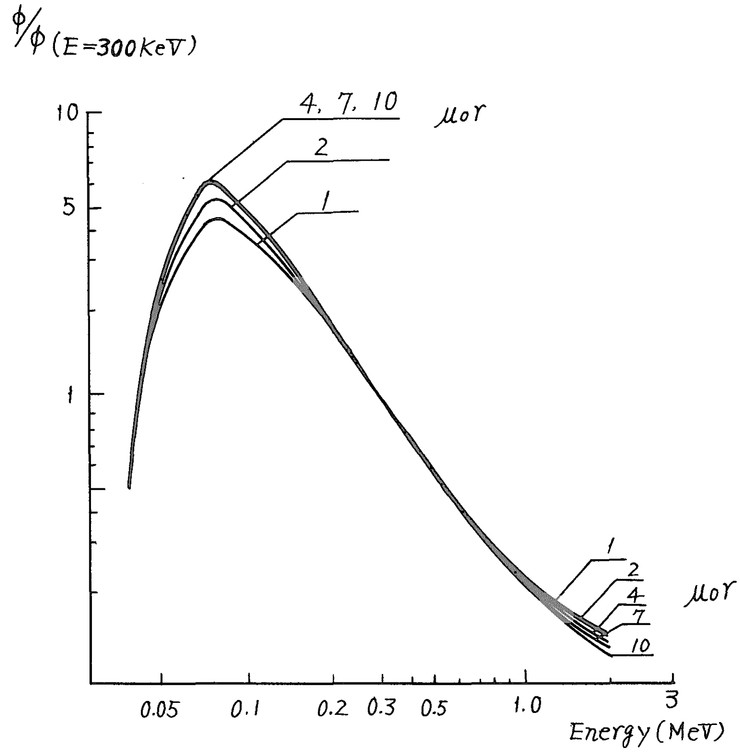
アルミニウムは堆積岩の構成成分元素を原子番号的に代表しているといえよう．これらのスペクトルから，初期エネルギーより光電効果の影響が現われるまでのエネルギー領域において，水とアルミニウムのスペクトルがほとんど一致している．またこれらはコンプトン散乱体のそれとも一致する．すなわちコンプトン散乱エネルギー領域ではスペクトルは媒質の化学的成分に無関係であり，電子の密度 n_e のみによってかわる.

第2図には Al 中のいわゆる平衡スペクトルが示されている．初期エネルギーを 2 MeV とし 300KeV でϕを1.0に規格化している．線源からの距離が増えるにしたがって，コンプトン散乱エネルギー領域のスペクトルはn_e, rの値に無関係に安定した形に近づく．すなわち $\mu_0 r$ が充分大きいとき，ϕの分布は化学成分に関係なく相似の形となり，その大きさは電子密度 n_e のみに依存することになる．したがって γ-γ 密度検層において構成元素のZと無関係に見掛け密度の測定ができることが理解できる.

見掛け密度と散乱γ線強度との量的な関係を考察する一般的な方法の一つとして，媒質中での多数回コンプト



第1図 点線源によるγ光子束



第 2 図　点線源による Al 中の γ 光子束 ($E_0 = 2.0$ MeV)

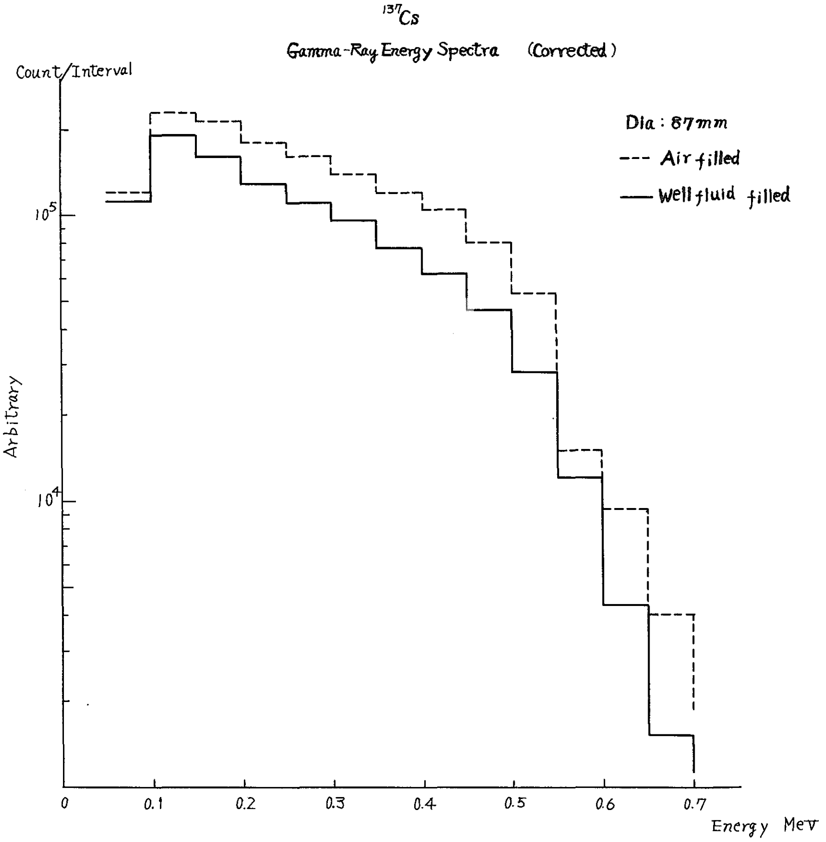
ン散乱の取り扱いが考えられるが，均質な無限媒質という簡単な場合を考えてみても莫大な計算量を必要とする．孔井—地層系を対象として取り扱えばさらに複雑になる．Homilius and Lorch (1958) は無限媒質中での 1 回散乱を計算して密度検層の応答特性を求めているが，中井（1971）は 1 回散乱の取り扱いの可否について明らかにするために行った実験の結果を報告している．模型孔井内の ^{137}Cs による散乱 γ 線を NaI(Tl)$1\frac{3}{4}''\phi \times 2''$ シンチレータで検出した．第 3 図はえられたシンチレーション出力スペクトルをあらかじめ求めておいた応答関数により補正して，近似的に求めた散乱 γ 線のエネルギースペクトルである．^{137}Cs による γ 線は 1 回の散乱によって 0.19 MeV 以下にはなりえない．測定スペクトルでは，密度検層においてコンプトン散乱エネルギー領域として取り扱っている0.15–0.20 MeV のスペクトルが，全体のかなりの割合をしめている．また散乱 γ 線の平均エネルギーを考えても，その比率は初期エネルギーに対して 1 回散乱では約0.62(0.409 MeV)，2 回散乱後は約0.42 (0.277 MeV)，3 回散乱後は約 0.31(0.204 MeV) となる．これらの結果から考えて，γ-γ 密度検層を 1 回散乱で取り扱うことはかなり疑問である．一方，前述のごとく Boltzmann の輸送方程式は実質的に幾何学的形態の最も簡単な無限媒質だけに限られるうえ，膨大な数値計算を必要とする．

輸送方程式の解を求める近似的な方法として，γ 光子束密度の空間分布に関する解を対象とする拡散近似法が考えられる．これは孔井—地層系などの検層条件を簡単化した種々な幾何学的形態の問題に適用できる点で都合がよい．以下では γ-γ 密度検層を定常状態の拡散方程式によって取り扱い考察を進める．

2.2　1 組拡散近似による γ-γ 密度検層の応答特性

2.2.1　拡散方程式の適用

γ 光子束密度 $N(\mathbf{r}, E, \mathbf{\Omega})$ が角度に関して等方的であるとし，また単位エネルギー当たりの γ 光子束 $\phi(\mathbf{r}, E)$ が変数分離され，位置のみの関数，すなわち空間分布に関する解 $\phi_1(\mathbf{r})$ とエネルギーのみの関数 $\phi_2(E)$ との積で表わされ，また Fick の拡散法則が成立するという仮定によって，式(2)の Boltzmannの輸送方程式からよく知られた次の定常状態の拡散方程式がみちびかれる (Tittman and Wahl, 1962)．すなわち



第3図　孔井模型内の ^{137}Cs による散乱 γ 線エネルギー分布

あるいは

$$\left.\begin{aligned} D\nabla^2\phi_1(\mathbf{r})-\langle\Sigma_a\rangle\phi_1(\mathbf{r}) &= -Q(\mathbf{r}) \\ \nabla^2\phi_1(\mathbf{r})-\frac{\phi_1(\mathbf{r})}{L^2} &= -\frac{Q(\mathbf{r})}{D} \end{aligned}\right\}\cdots(3)$$

ここに $\phi_1(\mathbf{r})$ は γ 光子束，$\langle\Sigma_a\rangle\left(\equiv\int_0^{E_0}\Sigma_a(E)\phi_2(E)dE\right)$ は，$\langle\Sigma_a\rangle\phi_1(\mathbf{r})$ が $\mathbf{r}$ における単位体積あたりの吸収の割合であるように全エネルギー領域にわたって平均した巨視的吸収断面積である．Dは γ 光子束に関する拡散係数，$L\left(\equiv\sqrt{\frac{D}{\langle\Sigma_a\rangle}}\right)$ は拡散距離である．$D\nabla^2\phi(\mathbf{r})$ はもれの割合に負符号を付したものであり(3)式の第1式は－もれ－吸収＋発生＝0を表わしている．nを γ 光子の密度，すなわち γ 光子束を光速度cで割った値 $\phi_1(\mathbf{r})/c$ で表わす場合には上式は次の形になる．

$$\nabla^2n(\mathbf{r})-\frac{n(\mathbf{r})}{L_0^2}=-\frac{Q(\mathbf{r})}{D_0}\cdots\cdots\cdots\cdots(4)$$

ここで D_0, L_0 は γ 光子密度に対する習慣どおりの拡散係数，拡散距離であり，γ 光子の平均寿命 $1/\langle\Sigma_a\rangle c$ を T_0 であらわすとすれば次の関係がある．

$$D_0=cD$$

$$L_0=\sqrt{D_0T_0}$$

変数分離の仮定は Goldstein and Wilkins (1954) の研究によって支持されている．すなわちスペクトルは第2図からも明らかなように μ_0 r がじゅうぶん大きい位置では安定（平衡）状態になる．また γ 光子束の大部分はコンプトン散乱が等方的になる低エネルギー領域を占めている．そこでは Fick の拡散法則がよりよい近似で成立することが期待される．

強度Qの点線源が均質な無限媒質内にあるとき線源から距離Rの点でのnは次式であらわされる．

$$\nabla^2n-\frac{n}{L_0^2}=-\frac{Q}{D_0}\delta(R)\cdots\cdots\cdots\cdots(5)$$

ただし $\delta(R)$ は点線源を表わす Dirac の δ 関数である．この式の解はよく知られている．すなわち

$$n=\frac{Q}{4\pi D_0}\cdot\frac{e^{-R/L_0}}{R}\cdots\cdots\cdots\cdots(6)$$

式(6)は γ 光子の定常密度を表わしている．また式(5)は孔井の幾何学的形態の境界の条件を入れてとくことができ

る．もちろん解は線源の近く，あるいは系の境界の近くではじゅうぶんな精度は期待できない．一つには Fick の拡散法則が保たれないし，また一方では γ 光子束の変数分離の可能性が小さくなるからである．

$\gamma-\gamma$ 密度検層の場合，線源の初期エネルギーからコンプトン散乱エネルギー領域の下限として設定する測定器の弁別エネルギーレベルに至る領域の n が対象となる．一方，拡散方程式は一定エネルギーの γ 光子に対してのみ適用できる．したがってこの場合取り扱いが複雑になる．ここで問題をさらに簡単化させるために中性子の拡散問題の際適用している“組分け拡散”の方法を使用する．すなわち対象とするエネルギー領域を一括して1組として考える．γ 光子はすべてただ1つのエネルギー（本来の初期エネルギーとは異なる）を有した形で発生し，それらの光子が対象とするエネルギー領域から逸脱するまでに必要な平均回数の散乱をうけるまでの間は，このエネルギーのままで拡散すると仮定する．またそれらは平均回数の散乱をうけたのち次のエネルギー領域に不連続的にかわるものと考える．したがって密度検層において一括1組として考えるエネルギー領域は，初期エネルギーと弁別エネルギーとの間の領域に相当する．第1表は均質な無限媒質内の点線源による n を計算する手順を示したものであるが，η_0, T_0, $\overline{\cos\theta}$ はこのエネルギー領域での値である．

$\gamma-\gamma$ 密度検層機の指示する計数率はこのようにして求めた n と光速度 c の積（以後 Φ と表わす）に比例するものと考えてよい．本論文では以後 $\gamma-\gamma$ 検層の応答を Φ あるいは n の値の問題として考察する．

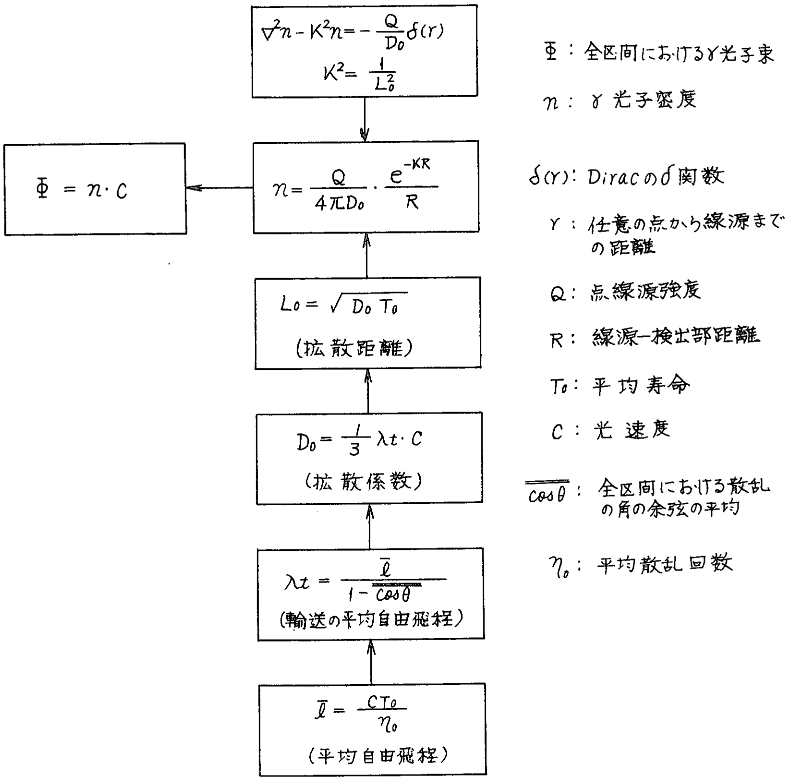
2.2.2　拡散パラメータの算出

L_0, D_0 は第1表に示されているように η_0, T_0, $\overline{\cos\theta}$ を算出することによって決めることができる．すなわち特定の初期エネルギーと弁別エネルギーに対して相互作用の過程で適当な近似と仮定によってこれらの値を計算することができる．ここでは γ 線のエネルギーの対数の平均減少による方法 (Djadkin, 1955) に原理的に従った．

電子のコンプトン散乱微分断面積 $d\sigma_e/d\Omega$ は Klein-Nishina の式としてよく知られている．すなわち，

$$\frac{d\sigma_e}{d\Omega}=r_0^2\left[\frac{1}{1+\alpha(1-\cos\theta)}\right]^2\left(\frac{1+\cos^2\theta}{2}\right)\left\{1+\frac{\alpha^2(1-\cos\theta)^2}{(1+\cos^2\theta)[1+\alpha(1-\cos\theta)]}\right\}\quad\cdots\cdots\cdots\cdots(7)$$

第1表　組分け近似による γ 光子密度の計算



この式を全立体角に積分すれば全断面積 σ_e がえられる．すなわち，

$$\sigma_e = 2\pi r_0^2\left\{\frac{1+\alpha}{\alpha^2}\left[\frac{2(1+\alpha)}{1+2\alpha}-\frac{\ln(1+2\alpha)}{\alpha}\right]+\frac{\ln(1+2\alpha)}{2\alpha}-\frac{1+3\alpha}{(1+2\alpha)^2}\right\} \cdots\cdots(8)$$

ただし α: $\frac{h\nu_0}{m_0c^2}$ …………電子質量のエネルギーを単位とした γ 線のエネルギー

r_0^2: $\frac{e^2}{m_0c^2}$ …………電子の古典的半径（eは電子の電荷）

$d\Omega$: $\sin\theta d\theta d\varphi$ ……散乱の立体角要素（θ, φ は球座標）

電子と衝突するエネルギー α の γ 線が t と $(t+\Delta t)$ の間の余弦値を持つ角内に散乱する確率 dp は(7)，(8)式から

$$dp = \frac{\pi r_0^2}{\sigma_e}\frac{[\alpha(1-t)+t^2][\alpha(1-t)+1]+1}{[1+\alpha(1-t)]^3}dt \cdots\cdots(9)$$

となる．ここに $t(=\cos\theta)$ は -1 から $+1$ の間の値をとる．散乱後のエネルギーを α' とし，これを衝突前のエネルギー α で置きかえると，エネルギーの自然対数損失 ξ は

$$\xi = \ln\alpha - \ln\alpha'$$

$$\xi = \ln[1+\alpha(1-t)] \cdots\cdots(10)$$

したがってその平均値 $\bar{\xi}$ は

$$\bar{\xi} = \int_{-1}^{+1}\ln[1+\alpha(1-t)]dp$$

すなわち，

$$\bar{\xi} = \frac{\pi r_0^2}{\sigma_e}\left\{\frac{1+\alpha}{(1+2\alpha)^2}+\left[\frac{1}{\alpha^2}-\frac{1}{2\alpha(1+2\alpha)^2}+\frac{\alpha^2-2\alpha-2}{2\alpha^2}\ln(1+2\alpha)\right]\ln(1+2\alpha)\right\} \cdots\cdots(11)$$

平均散乱回数 η_0，平均寿命 T_0 は $\bar{\xi}$ を使って求めることができる．α_i を線源の初期エネルギー，α_f を弁別エネルギー，μ_l を線吸収係数とすると，

$$\eta_0 = \int_{\alpha_f}^{\alpha_i}\frac{d\alpha}{\bar{\xi}\alpha} \cdots\cdots(12)$$

$$T_0 = \int_{\alpha_f}^{\alpha_i}\frac{d\alpha}{\mu_l c\bar{\xi}\alpha} \cdots\cdots(13)$$

ここで媒質の Z/A を0.5とすると，

$$\mu_l = 3.012\times10^{23}\rho\sigma_e$$

で表わされる．また $\cos\theta$ の平均は

$$\overline{\cos\theta} = \int_{-1}^{+1}t\,dp \cdots\cdots(14)$$

したがって全エネルギー区間における $\cos\theta$ の平均値 $\overline{\overline{\cos\theta}}$ は

$$\overline{\overline{\cos\theta}} = \frac{1}{\eta_0}\int_{\alpha_f}^{\alpha_i}\overline{\cos\theta}\frac{d\alpha}{\bar{\xi}\alpha} \cdots\cdots(15)$$

η_0, T_0, $\overline{\overline{\cos\theta}}$ により L_0, D_0 がえられ，さらに γ 光子密度 n が簡単に計算できる．

このような過程に従って ^{60}Co, ^{137}Cs について計算した結果えられた拡散パラメータを第2表に示す．

第2表 ^{60}Co, ^{137}Cs の L_0, D_0 (α_f : 150 KeV)

	E (MeV)	L_0 [cm]	D_0 [cm^2·sec^{-1}]
^{60}Co	1.33	$\frac{17.05}{\rho}$	$4.12\frac{c}{\rho}$
	1.17	$\frac{16.55}{\rho}$	$4.03\frac{c}{\rho}$
^{137}Cs	0.66	$\frac{14.07}{\rho}$	$3.62\frac{c}{\rho}$

2.2.3 均質な無限媒質への適用

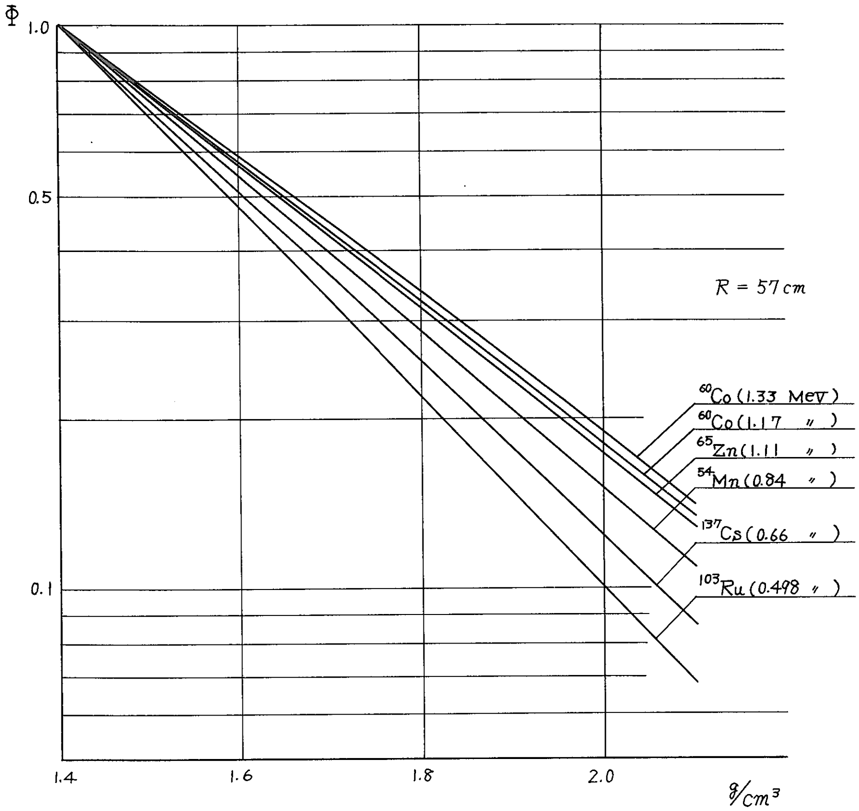
γ 線の平均自由飛程にくらべて，線源―検出部の距離Rがじゅうぶん大きく，また孔井の直径がRにくらべてじゅうぶん小さいとすると，検出部における n は近似的に(5)式であらわしてよいであろう．n は計算過程によって明らかなように R, ρ, α_i, α_f の関数となる．

線源は半減期，初期エネルギーを考慮して ^{60}Co(1.17, 1.33 MeV), ^{137}Cs(0.66 MeV) が最も普通に使用されているが，ここではこれらの他に ^{65}Zn(1.11 MeV), ^{54}Mn (0.84 MeV), ^{103}Ru(0.498 MeV) 等についても計算の対象とした．弁別エネルギーレベル α_f は本来散乱 γ 線強度が化学的成分の影響をうけないように定めるべきものであって，できる限り高いエネルギーレベルが望ましい．しかし実際には第1図のスペクトルからも明らかなように散乱 γ 線は低エネルギー部において大きい割合を占めることから一概に高いエネルギーレベルを選ぶことが理想的とはいえない．また，岩石を構成する代表的な元素 Al とコンプトン散乱体は 0.15–0.20 MeV 以上ではとんど同じようなスペクトルを示している．これらを考慮して α_f を 150 KeV とした．

R, α_i をパラメータとした $\Phi(=n\cdot c)$ と ρ との関係を表わす理論的応答曲線を第4，5図に示した．第4図には R = 57 cm の場合，α_i による差異，第5図にはRによる差異がおのおの ρ = 1.4 g/cm^3 において 1.0 に正規化した形で表わしてある．これらの結果からわかる理論的応答曲線の基本的な性質は次のとおりとなる．

1) おのおのの曲線は ρ が 1.4–2.2g/cm^3 の範囲でほぼ指数関数的曲線となり，ρ の限られた範囲では近似的に指数関数として扱うことができる．

2) Rが大きくなるにつれてその傾斜がするどくなり，応答特性が向上する．



第４図　線源の初期エネルギーと理論的応答曲線

3）線源の初期エネルギーが低くなるほど応答特性はよくなる．

これらから判断すると，エネルギーの低いγ線源を用い，かつRの長いプローブを使用すればより精度の高いγ－γ密度検層曲線が得られるはずである．しかし，Rが長くなれば相対的に計数率は小さくなるので，使用する線源強度を必然的に大きくする必要があり，実際的でなくなる．また線源の初期エネルギーが低くなれば測定の対象となる空間的な範囲がせまくなり，孔径変化による影響も大きくなる（これらについての理論的な考察2.2.5においてのべる）．したがってその目的に応じてこれらのパラメータを決定すべきであろう．

γ－γ密度検層は一般には堆積岩を対象とする場合が多いので最も小さいρとして表層土壌，沖積層，石炭層等を対象とした 1.2g/cm³ 前後を考慮しておけばよいであろう．しかし土木，建築その他の方面においてγ－γ密度検層と全く同じ原理を利用してさらに低い密度を対象とした測定を必要とする場合がしばしばある．R＝45 cm に対して $\rho = 1.3$g/cm³ 以下の理論的応答曲線を第6図に，また ¹³⁷Cs を使用した場合のRによる応答の変化を第7図に示した．

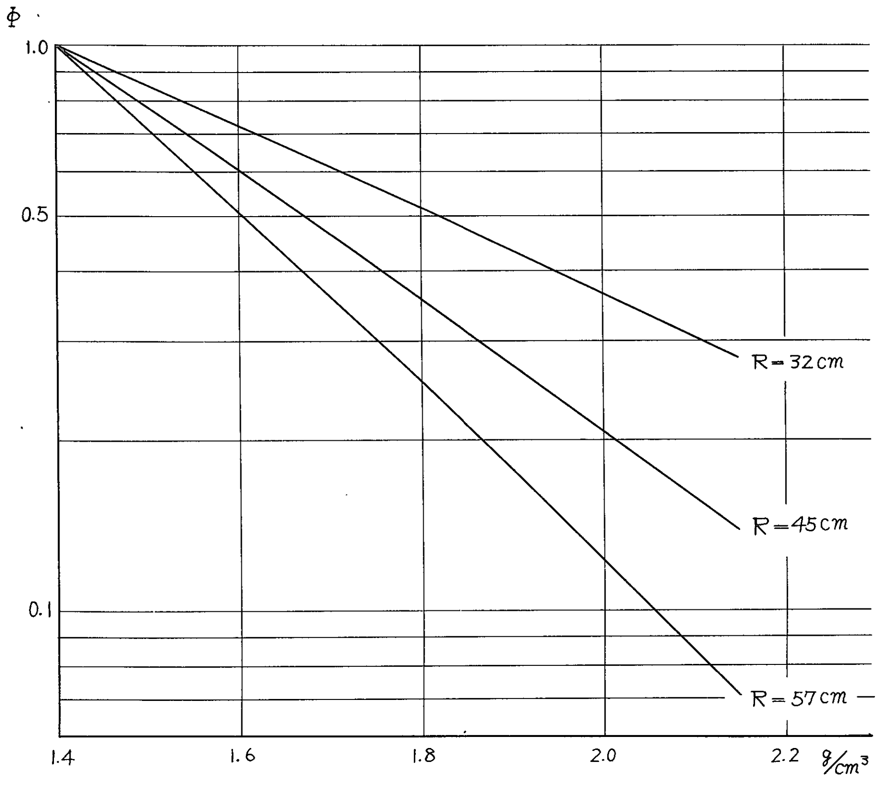
前者ではΦの変化を示すとともに同一強度の線源を使用した場合のΦの相対的な強度が示してある．ρ が0.15–0.25g/cm³ ではΦは α_i にほとんど無関係になる．Φが最大となるのは ⁶⁰Co では 0.35–0.40g/cm³ であるが，α_i が小さくなるにつれて ρ の低い方へ移動する．R＝45 cm の場合 0.60g/cm³ 以下は指数函数的に変化する領域がせまいので，密度の測定には適していない．同一線源ではRが大きくなるとこれらの最大値に対応するρは低い方へ移動する．したがって比較的小さいρを測定する場合にはRを長くする必要がある．

2.2.4　実験結果との比較

Bulashevich, *et al.* (1962) は孔井の影響を無視しうるほどその直径が小さく，線源として ⁶⁰Co が用いられたとき，散乱γ線強度と岩石密度との関係を次の半経験式であらわし，これが非常に高い近似を示すと報告している．

$$I = A\frac{\rho}{l}\exp(-0.06\rho l) \quad \cdots\cdots (16)$$

ここでAは線源強度およびプローブの幾何学的な要素に



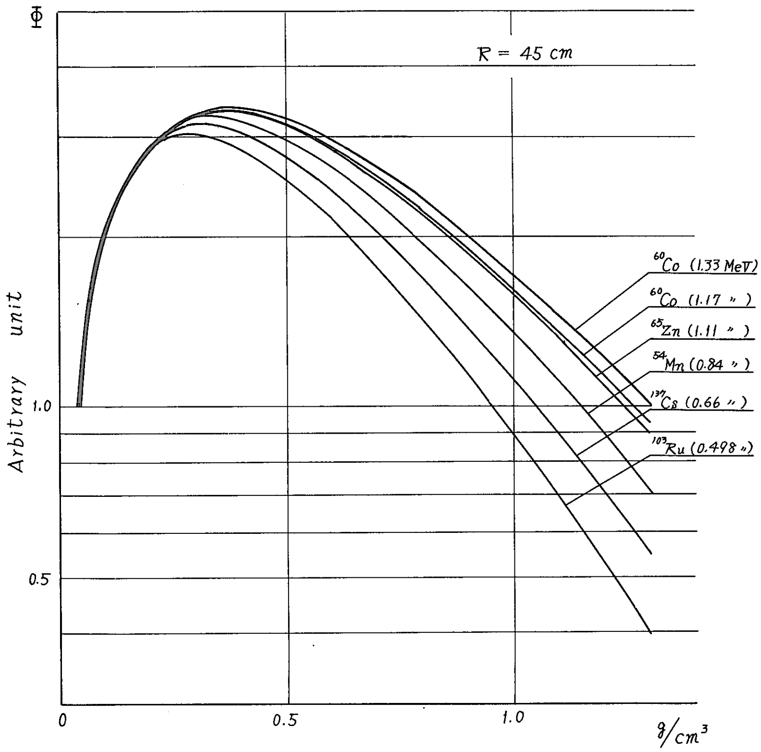
第 5 図 ^{137}Cs における線源—検出部距離による理論的応答曲線

関係する比例常数，l は線源—検出部の距離である．この場合散乱 γ 線のうち低エネルギー成分 (0.1–0.2 MeV 以下) を計数の対象外としている．R を 32 cm とした場合，拡散近似法による理論的応答曲線と式(16)にもとづく曲線との比較をこころみた．第 8 図では $\rho=1.4\mathrm{g/cm^3}$ において Φ を1.0に規格化してある．これら 2 つの曲線は非常によく一致している．一方 ^{60}Co, ^{137}Cs を用い実験的応答曲線を求め，これと拡散近似法による理論曲線との比較をこころみた．測定装置として日本無線医理学研究所製 TCS–102 型 γ 線波高分析器および ND–831 型検出用プローブを使用した．これらの装置は本研究において室内，野外を通じ使用したものであって，プローブの外套部はステンレス・スチール製で外径 32 mm, 内径 28 mm, NaI(Tl) は$\frac{1}{2}''\phi\times 2''$を用いている．

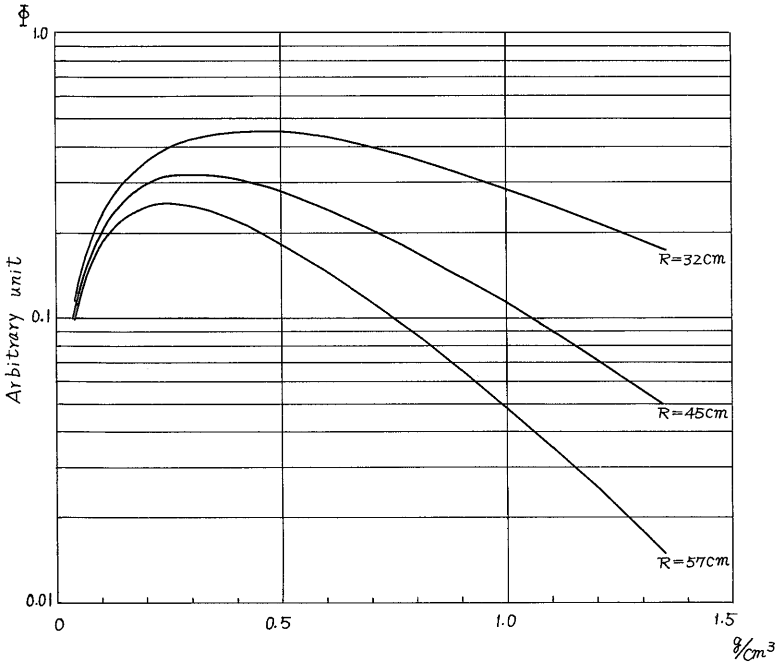
第 9，10図にこれらの結果を示してある．Bulashevich, *et al.* (1962) による式との間には良好な一致がみられるのに対して，この場合は両者の間には多少の差が認められる．しかし拡散理論による計算値が均質な無限媒質を対象としているのに対して，実験では孔井自身の影響 (直径 43 mm) を必ずしも無視できず，またプローブ自身による線源部，検出部近傍の不均質効果が影響するであろうということを考えると，拡散近似の適用はほぼ満足できる結果を与えているといえよう．孔井の存在を考慮に入れた場合，拡散近似法が実験値をほぼ満足させることは2.2.6においてのべる．

2.2.5 有効測定範囲

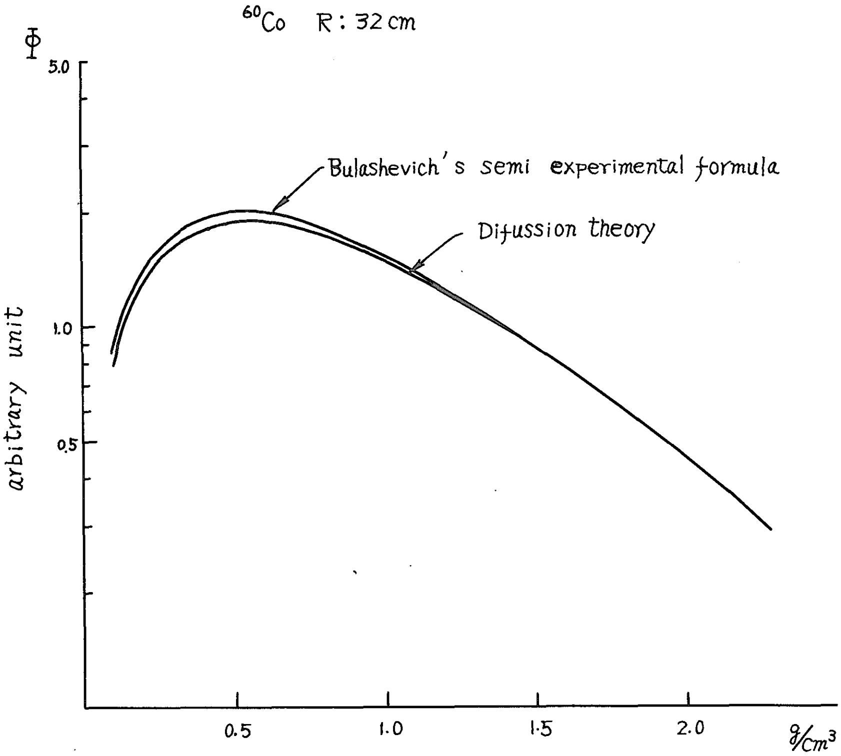
これまで孔井の幾何学的な存在を無視して均質な無限媒質内の散乱 γ 線を取扱ってきたが，次にこの場合の密度測定に寄与する空間的な範囲 (かりに有効測定範囲とよぶ) を求める．有効測定範囲は探査能力の目安となるばかりでなく，実験的較正曲線を作成するために使用する孔井模型の大きさをきめるのに必要である．これをきめるには，密度一定の円柱状の孔井模型の半径を漸次大きくし，検出点における散乱 γ 線強度が有効的に飽和される点を見出せばよい．しかし，一定密度の大きさの異なる模型の作製はかなり困難なことであり，また模型の半径が小さい場合，表面を通して逸脱した γ 線が周辺の壁，床などによって反射され，ふたたび模型内に入射することがじゅうぶん考えられる．これらの障害を除くことは技術上かなりむつかしく，正確な結果を求めること



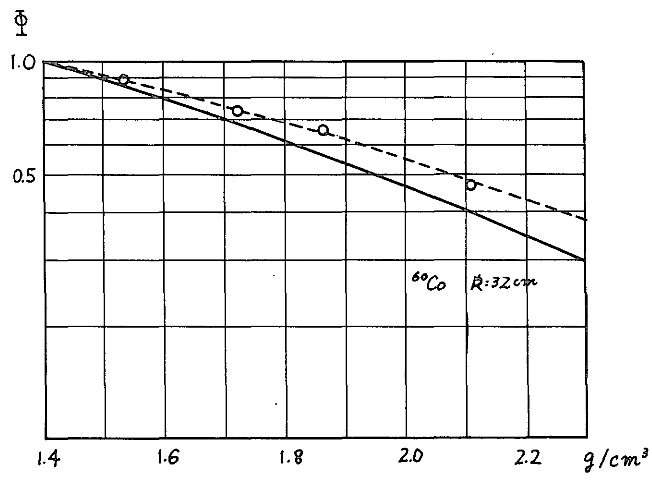
第６図　低密度における初期エネルギーと理論的応答曲線



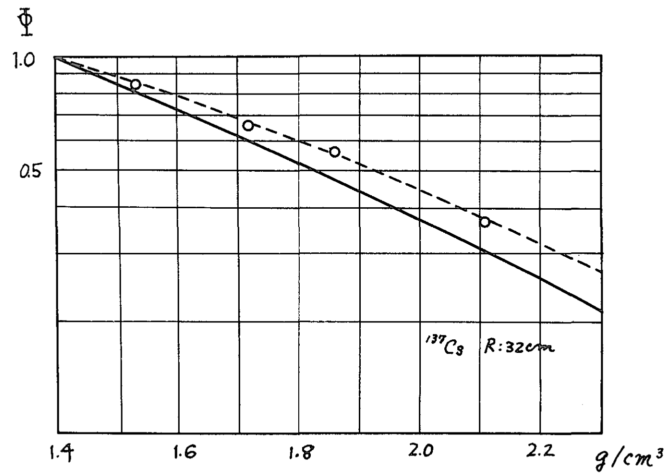
第７図　^{137}Cs における線源―検出部距離と理論的応答曲線



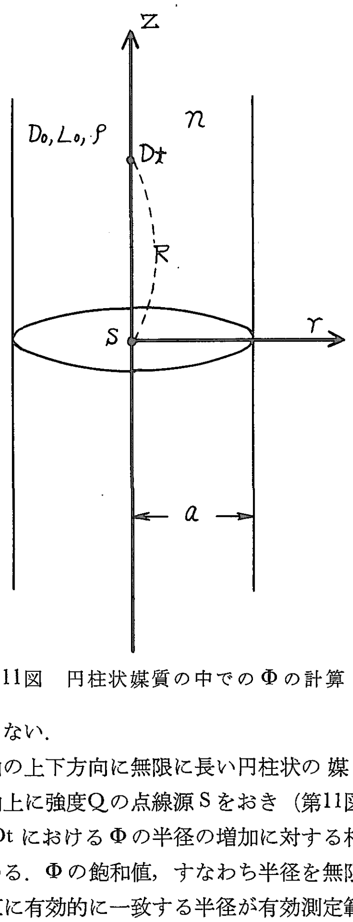
第 8 図　拡散理論と Bulashevich らによる応答曲線の比較



第 9 図　拡散理論と実験による応答曲線の比較（^{60}Co, ——理論値, ----実験値）



第10図　拡散理論と実験による応答曲線の比較（^{137}Cs, ——理論値, ----実験値）



第11図　円柱状媒質の中でのΦの計算

は期待できない．

掘さく軸の上下方向に無限に長い円柱状の媒質を考え，その軸上に強度Qの点線源Sをおき（第11図），軸上の検出点DtにおけるΦの半径の増加に対する相対的な変化を求める．Φの飽和値，すなわち半径を無限大とした場合の値に有効的に一致する半径が有効測定範囲といえよう．

均質な無限媒質内における拡散方程式(5)を円柱の軸をZ軸，線源Sの位置を原点とした円筒座標（r, θ, z）によって表わし，$\frac{\partial^2 n}{\partial \theta^2}=0$ であること，すなわちγ光子密度が角θに依存しないことを考慮すると，円柱内での拡散方程式は次のようになる．

$$\frac{\partial^2 n}{\partial r^2}+\frac{1}{r}\frac{\partial n}{\partial r}+\frac{\partial^2 n}{\partial z^2}-\kappa^2 n=-\frac{Q}{D_0}\delta(r)\delta(z) \qquad \cdots\cdots(17)$$

がえられる．ただし，$\frac{1}{L_0^2}$を κ^2 とする．

この式の解nは次の条件を満たすものでなければならない．すなわち

(1)　$z=\pm\infty$ のとき $n=0$

(2)　$n(r,z)=n(r,-z)$

(3)　$r=a$ のとき $n=0$

(4)　$r\to 0,\ z\to 0$ のとき $n\to n_0$

ただしaは円柱の半径，n_0 は均質な無限媒質と考えたときの解

$$n_0=\frac{Q}{4\pi D_0}\frac{e^{-\kappa\sqrt{r^2+z^2}}}{\sqrt{r^2+z^2}}$$

を示すものとする．

式(17)の右辺を0とおいた場合の解を n_1 とすると当然，

$$n=n_1+n_0$$

条件(1)，(2)により正弦関数を含む項を除くと，n_1 は変形ベッセル関数の結合によってあらわされる．すなわち

$$n_1=\int_0^\infty[A(\lambda)I_0(r\sqrt{\lambda^2+\kappa^2})+B(\lambda)K_0(r\sqrt{\lambda^2+\kappa^2})]\cos\lambda z d\lambda \qquad \cdots\cdots(18)$$

$r\to 0$ のとき $B(\lambda)K_0(r\sqrt{\lambda^2+\kappa^2})$ は不定となり，またn_0はベッセル関数の積分関係から

$$n_0=\frac{Q}{2\pi^2 D_0}\int_0^\infty K_0(r\sqrt{\lambda^2+\kappa^2})\cos\lambda z d\lambda \qquad \cdots\cdots(19)$$

となる．したがって結局，解として

$$n=\int_0^\infty\left[A(\lambda)I_0(r\sqrt{\lambda^2+\kappa^2})+\frac{Q}{2\pi^2D_0}K_0(r\sqrt{\lambda^2+\kappa^2})\right]\cos\lambda z d\lambda \quad\cdots\cdots(20)$$

がえられる．

円柱状媒質と周囲の空間との境界における γ 光子の拡散の取り扱いは，外挿距離の概念を用いる．もし周囲が真空であれば，γ 線は周囲にのがれたまま媒体にもどってこない．すなわち周囲の空間は γ 線の完全吸収体と考える．このような場合には，中性子の拡散の取り扱いに準じて外挿距離の概念を使うことができる．もし媒質と空間との境界が平面かあるいはその曲率が小さい場合，外挿距離 d は輸送の平均自由飛程を λ_t とした場合

$$d=0.667\lambda_t$$

で表わされ，境界から γ 線が 0 に外挿される点までの距離を示す．したがって媒質の大きさは真の値よりも d だけ大きいと見なし，この仮想的な境界で境界条件を適用するのが便利である．ここでは外挿距離を含めた円柱状媒質の半径を a とし，条件(3)を満足させるために式(20)の被積分関数を 0 に等しいとおくと，

$$A(\lambda)=-\frac{Q}{2\pi^2D_0}\frac{K_0(a\sqrt{\lambda^2+\kappa^2})}{I_0(a\sqrt{\lambda^2+\kappa^2})}\quad\cdots\cdots(21)$$

掘さく軸 (r = 0) に沿った点 z での γ 光子密度 n は最終的に次式であらわされる．

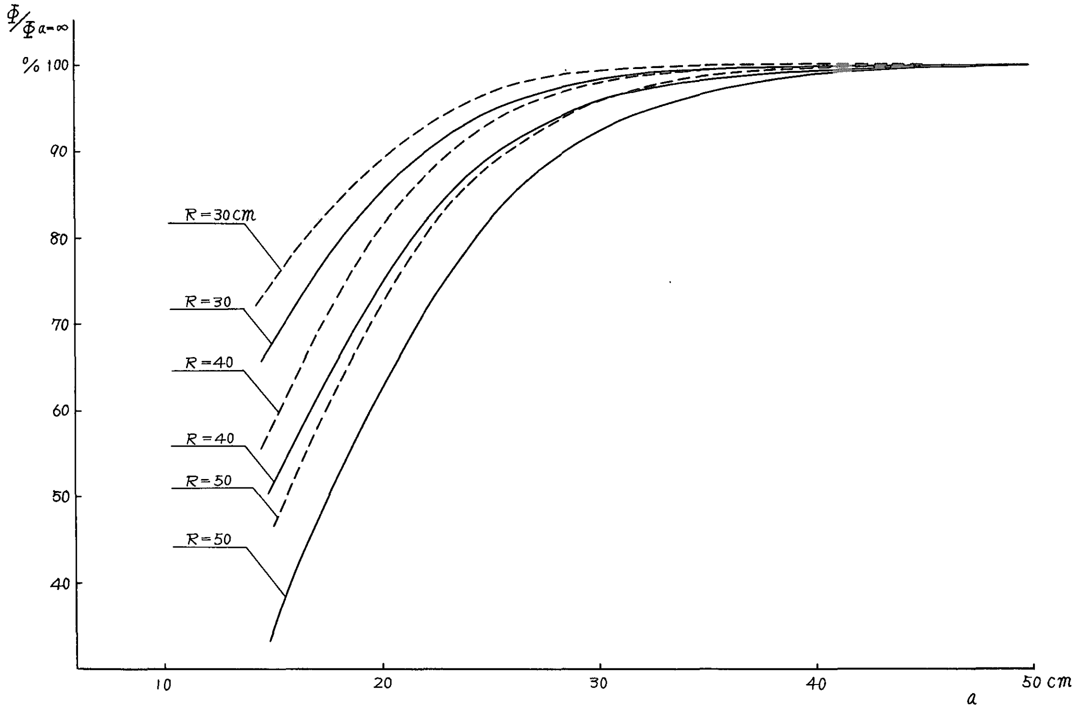
$$n=\frac{Q}{4\pi D_0}\left[\frac{e^{-\kappa z}}{z}-\frac{2}{\pi}\int_0^\infty F(\lambda)\cos\lambda z d\lambda\right]\quad\cdots\cdots(22)$$

ただし

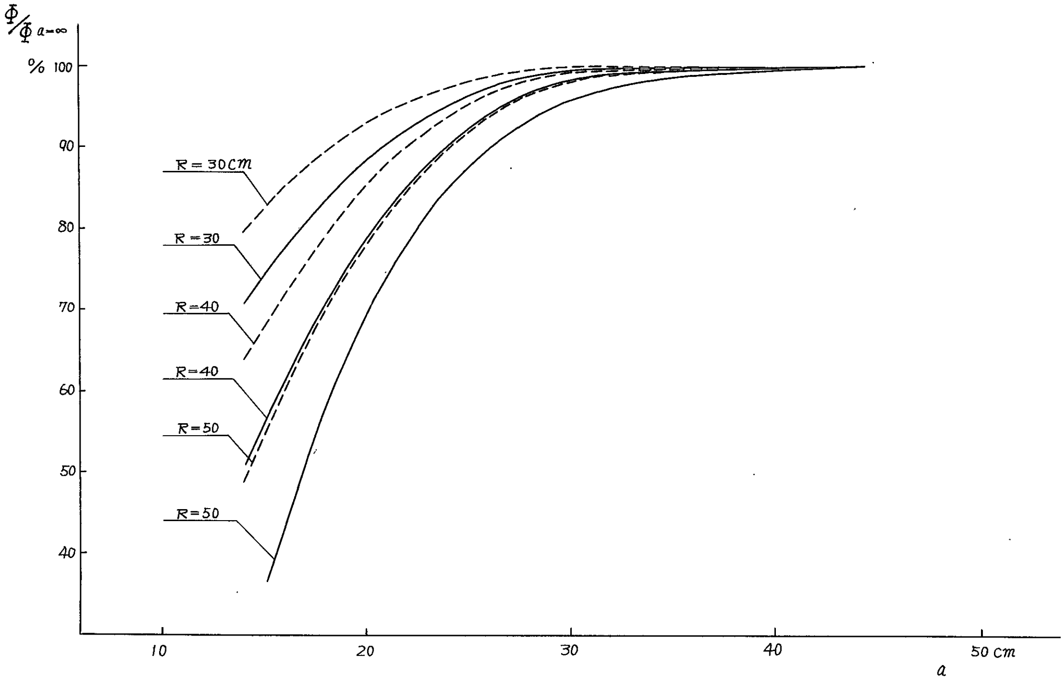
$$F(\lambda)=\frac{K_0(a\sqrt{\lambda^2+\kappa^2})}{I_0(a\sqrt{\lambda^2+\kappa^2})}$$

とする．

線源 S と検出点 Dt との距離 (z = R) が，30 cm, 40 cm, 50 cm, ρ を 1.8g/cm³, 2.2g/cm³ とした場合 Dt における Φ を求め，これを無限媒質（無限半径）の場合の値 $\Phi_{a=\infty}$ に対する飽和率 $\Phi/\Phi_{a=\infty}$ として百分率で第12，13図に示した．ただしこの場合の半径は外挿距離を除いた真の半径であらわしてある．これらの図から次のことが明らかになる．すなわち，^{60}Co に比較して ^{137}Cs の方が飽和率が大きい．ρ = 1.8g/cm³, a = 20 cm を例にとると，R = 30 cm, 40 cm, 50 cm の場合，^{137}Cs の89%，81%，72%に対して ^{60}Co ではそれぞれ85%，74%，62%であり，この傾向が明らかである．一方密度 ρ が大きくなると Φ の飽和率が大きくなる．すなわち 2.2g/cm³ の場合同じ条件で ^{137}Cs では93%，85%，78%，^{60}Co では88%，79%，69%となる．半径 a が 30 cm, 40 cm の場



第12図　円柱状媒質の中での Φ の飽和率 (ρ = 1.8g/cm³, ―― ^{60}Co, ---- ^{137}Cs)



第13図　円柱状媒質の中での Φ の飽和率（$\rho = 2.2 g/cm^3$, ——^{60}Co, ----^{137}Cs）

合も同じような傾向がみとめられる．一方Rが大きくなるにつれて飽和率が小さくなることは図から明らかである．

以上の結果から探査の範囲を大きくするためにはエネルギーの大きい線源を使用し，かつRを長くする必要がある．したがって，これにともなって当然実験的較正曲線を作成するための孔井模型を大きくしなければならない．孔井模型の半径が有限なために生じる較正物質の見掛密度の誤差を $0.01 g/cm^3$，または1.0％以内にするために必要な半径をおのおののパラメータについて計算し，第3表に示した．これらから測定精度に対して必要とする孔井模型の大きさを決めることができる．ρ が 1.8–

第3表　孔井模型の半径と密度較正の誤差

ρ \ $\Delta\rho$		$\Delta\rho$: $0.01 g/cm^3$		$\Delta\rho/\rho$(%): 1.0	
		^{60}Co	^{137}Cs	^{60}Co	^{137}Cs
$\rho = 1.8$ g/cm^3	R＝30	30.2	26.6	27.8	24.6
	R＝40	33.4	29.0	30.4	26.5
	R＝50	36.0	31.0	32.5	28.6
$\rho = 2.2$ g/cm^3	R＝30	27.2	24.7	25.0	21.9
	R＝40	29.3	26.3	26.7	23.6
	R＝50	32.0	28.1	28.5	25.5

単位：cm

$2.2 g/cm^3$ の岩石を測定の対象とし，許容誤差を $0.01 g/cm^3$ 以下にするには R = 30 cm, 40 cm, 50 cm に対して，^{60}Co ではそれぞれ半径 30.2 cm, 33.4 cm, 36.0 cm を最小限必要とする．同様な条件において ^{137}Cs の場合にはおのおの 26.6 cm, 29.0 cm, 31.0 cm に減じる．許容する相対誤差を 1.0％にすると同様なRに対して半径はさらに小さくてすむ．

以上の結果は，孔径が小さい場合に近似的に適用できることであり，また γ－γ 密度検層値は，実験的較正曲線の値よりも理論的には大きいので，測定密度の値は実際上過小評価されていることになる．

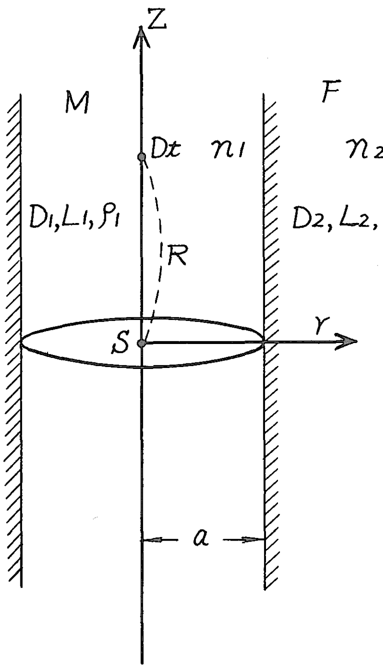
2.2.6　孔井―地層系への適用

γ－γ 密度検層の応答特性の理論計算には，孔井水の存在を無視し均質な無限媒質として取扱ってきたが，孔径が大きくなり孔井水の影響が大きくなるにしたがって，検層値の地層密度の依存度が小さくなることは容易に想像できる．この問題は密度検層の野外での使用上における最も重要な課題であろう．一般に孔井水の存在は散乱 γ 線の強度を大きくしその結果として地層密度を過小評価する．したがって孔径が大きい場合にはプローブの線源，検出部に指向性をもたせたり（Hearst, *et al.*, 1969），また孔壁にプローブをたえず接触させるなどの方法により孔井水の影響をできるだけ小さくし，応答の劣

化を防ぐ努力がなされなければならない．また同一孔井においても予期されていない孔径の拡張がある場合にはキャリパー検層を併用して補正したり，線源—検出部の距離を適宜変え，うける影響を小さくする必要がある．これらの問題を解明するため孔径，線源—検出部の距離，線源のエネルギーなどをパラメータとした理論的応答曲線の特性について考察をこころみた．

じゅうぶん厚い均質の地層中に掘さくされた孔井内の検層を次のようにシミュレートする．すなわち孔井水と地層は互いに円柱面で境され，かつ上下の方向に無限に続いているものとし，プローブは円柱軸にそって移動するものと考える．2.2.5 における円柱状媒質の取り扱いと全く同じように円柱の軸を z 軸，線源の位置を原点とした円筒座標を考える．孔井水をM，地層をFとし，おのおのの拡散パラメータを D_1, L_1, D_2, L_2, また密度を $\rho_1(=1)$, ρ_2 とする（第14図）．またMにおける γ 光子密度を n_1, Fにおけるそれを n_2 とする．この場合M，F内での拡散方程式はそれぞれ次の式であらわされる．

$$\left.\begin{aligned}&\frac{\partial^2 n_1}{\partial r^2}+\frac{1}{r}\frac{\delta n_1}{\delta r}+\frac{\partial^2 n_1}{\partial z^2}-\kappa_1{}^2 n_1\\&\quad=-\frac{Q}{D_1}\delta(r)\delta(Z)\\&\frac{\partial^2 n_2}{\partial r^2}+\frac{1}{r}\frac{\delta n_2}{\delta r}+\frac{\partial^2 n_2}{\partial z^2}-\kappa_2{}^2 n_2=0\end{aligned}\right\}\cdots\cdots\cdots\cdots(23)$$



第14図 孔井—地層系における Φ の計算

ここで第2式の右辺はF内に線源の分布がないことを示すものである．

式(23)の解が満すべき条件は

(1) $n_i(r, z) = n_i(r, -z)$, ただし $i = 1, 2$

(2) $z = \pm\infty$ のとき $n_i = 0$, ただし $i = 1, 2$

(3) $r = \infty$ のとき $n_2 = 0$

(4) $r\to 0$, $z\to 0$ のとき $n_1\to n_0$, ただし

$$n_0 = \frac{Q}{4\pi D_1}\frac{e^{-\kappa_1\sqrt{r^2+z^2}}}{\sqrt{r^2+z^2}}$$

(5) $r = a$ のとき $n_1 = n_2$

(6) $r = a$ のとき $D_1\left(\frac{\partial n_1}{\partial r}\right) = D_2\left(\frac{\partial n_2}{\partial r}\right)$

ここで a は孔井の半径を表わす．また条件(6)は媒質の境界面において γ 光子の流れの密度 $\mathbb{J} = -D_0 \operatorname{grad} n$ が等しくなることによるものである．式(23)の第1式の解は円柱状媒質の場合の式(18)と全く同様である．また第2式の解は $r\to\infty$ のとき $I_0(r\sqrt{\lambda^2+\kappa_2^2})\to\infty$ となるので条件(3)からこの項を除くと結局 n_1, n_2 は

$$\left.\begin{aligned}n_1 &= \int_0^\infty\Big[A_1(\lambda)I_0(r\sqrt{\lambda^2+\kappa_1^2})\\&\quad+\frac{Q}{2\pi^2 D_1}K_0\ (r\sqrt{\lambda^2+\kappa_1^2})\Big]\cos\lambda z d\lambda\\n_2 &= \int_0^\infty[B_2(\lambda)K_0(r\sqrt{\lambda_2+\kappa_2^2})]\cos\lambda z d\lambda\end{aligned}\right\}\cdots\cdots\cdots(24)$$

式(24)の中の $A_1(\lambda)$, $B_2(\lambda)$ の関数表示を境界条件(5)，(6)から見いだすことができる．すなわち次の連立方程式をうる．

$$\left.\begin{aligned}&A_1(\lambda)I_0(a\lambda_1)+B_1K_0(a\lambda_1) = B_2(\lambda)K_0(a\lambda_2)\\&A_1(\lambda)D_1\lambda_1I_1(a\lambda_1)-B_1D_1\lambda_1K_1(a\lambda_1)\\&\quad= -B_2(\lambda)D_2\lambda_2K_1(a\lambda_2)\end{aligned}\right\}\cdots\cdots(25)$$

ここに

$$B_1 = \frac{Q}{2\pi^2 D_1},\ \lambda_1 = \sqrt{\lambda^2+\kappa_1^2},\ \lambda_2 = \sqrt{\lambda^2+\kappa_2^2}$$

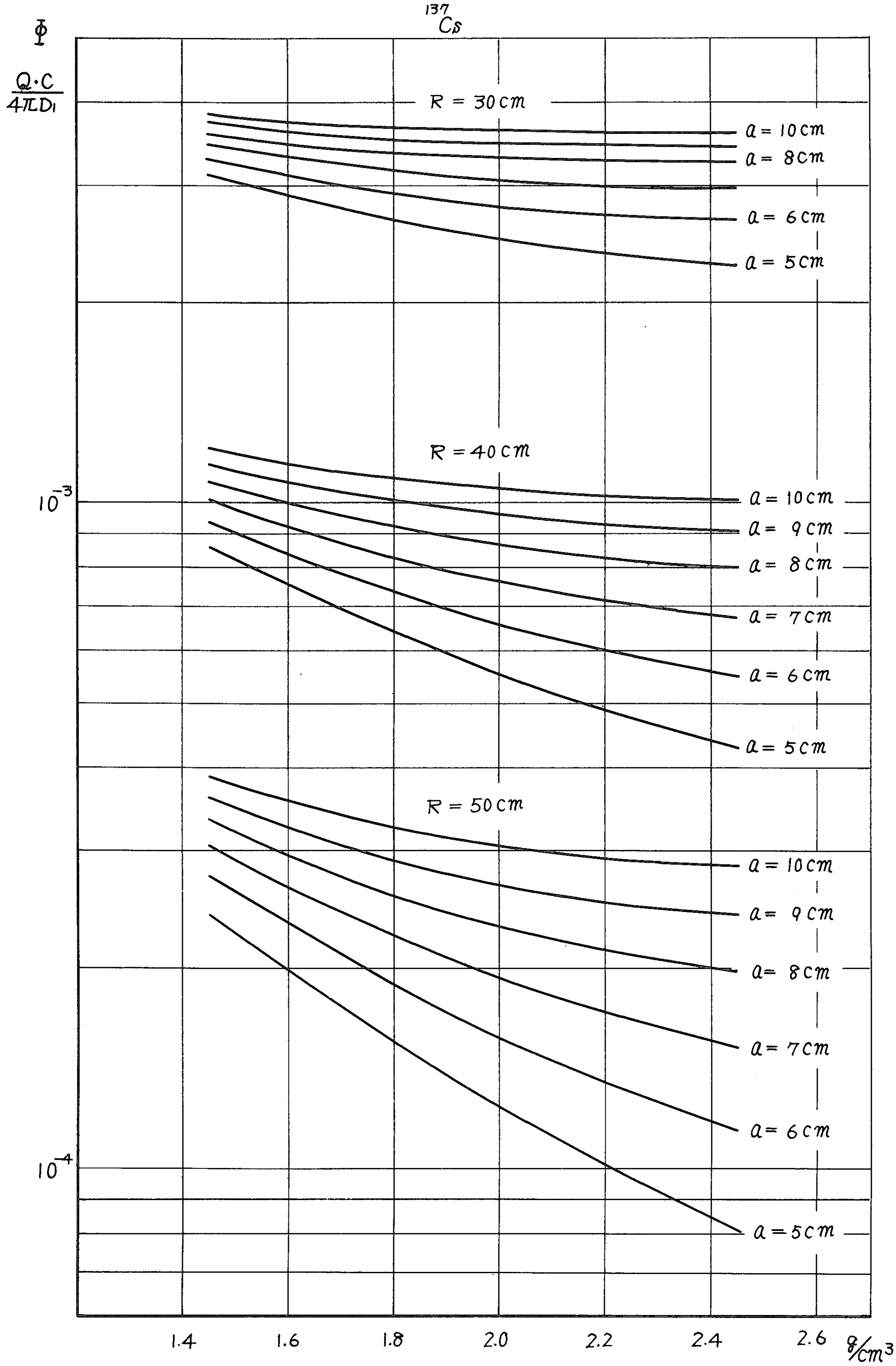
上式より

$$A_1(\lambda) = \frac{Q}{2\pi^2 D_1}\ \frac{D_1\lambda_1K_1(a\lambda_1)K_0(a\lambda_2)}{D_1\lambda_1K_0(a\lambda_2)I_1(a\lambda_1)}$$
$$\frac{-D_2\lambda_2K_0(a\lambda_1)K_1(a\lambda_2)}{+D_2\lambda_2I_0(a\lambda_1)K_1(a\lambda_2)}\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(26)$$

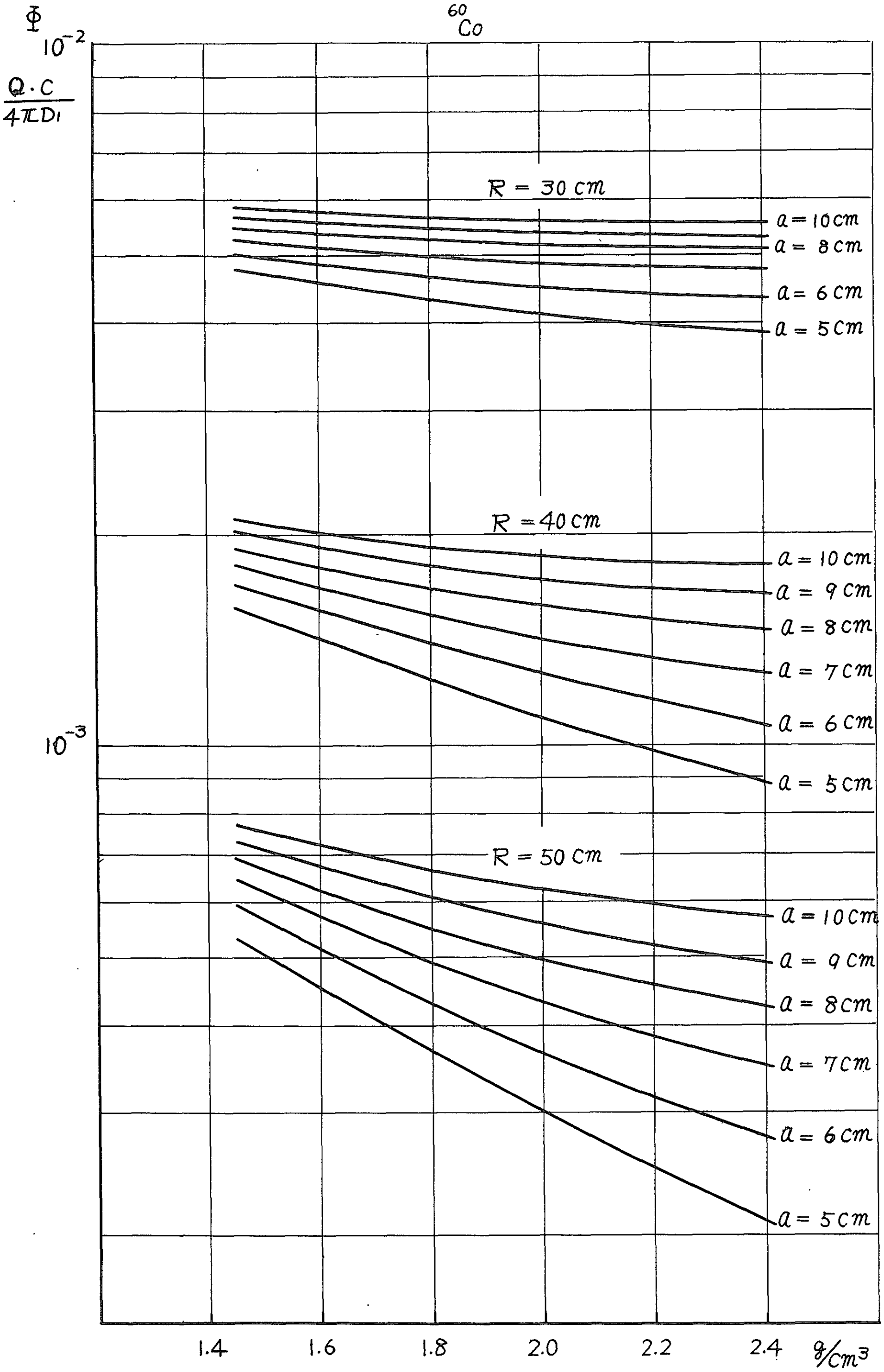
したがって検出部 Dt における n_1 は式(24)において $r = 0$ とおき，さらに

$$A_1(\lambda) = -\frac{Q}{2\pi^2 D_1}F(\lambda)$$

とおきかえることによって最終的に次の式であらわされる．すなわち



第15図　^{137}Cs による孔井—地層系における理論的応答曲線



第16図 ^{60}Co による孔井一地層系における理論的応答曲線

$$n_1 = \frac{Q}{4\pi D_1}\left[\frac{e^{-\kappa_1 z}}{z} - \frac{2}{\pi}\int_0^\infty F(\lambda)\cos\lambda z d\lambda\right] \cdots\cdots (27)$$

孔井の半径 a が 5 cm, 6 cm, 7 cm, 8 cm, 9 cm, 10 cm, 線源—検出部距離Rが 30 cm, 40 cm, 50 cm のおのおのの場合について計算した理論的応答曲線群を第15, 16図に示し，^{60}Co, ^{137}Cs の2つの場合を比較した．一連の曲線はいわば $\gamma-\gamma$ 密度検層の問題を一般化して表わしているといえよう．

これらから次のことが明らかである．

a）理論的応答曲線群は，密度に関してかなり指数関数的である．孔径が大きくなるにしたがい，またRが小さくなるにしたがってこれらの傾斜は小さくなり，密度の変化に対する応答がわるくなる．R = 30 cm では，aが6 cm 以上，R =40 cm においても a = 8 cm 以上となると密度測定の精度に対する期待はもてない．R = 50 cm になると曲線の傾斜は一般に大きくなる．

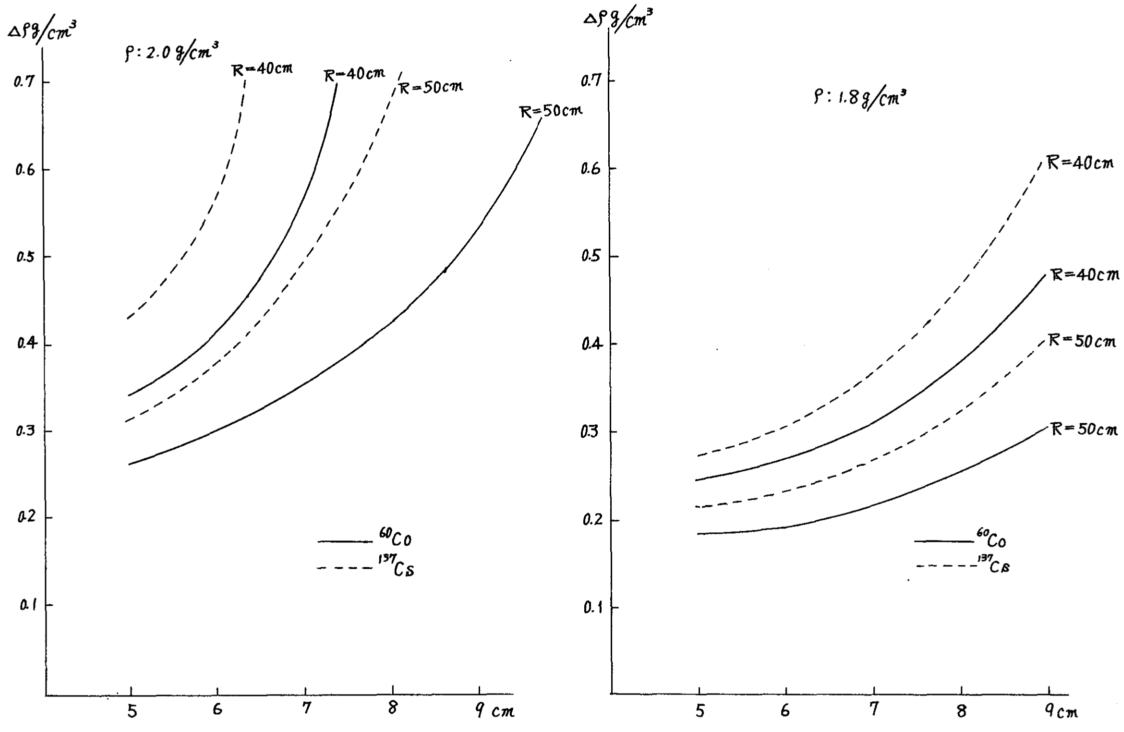
b）Φ はRに関してほとんど指数関数的な関係がある．孔径が小さい場合，Φ はその増加に対して指数関数的に減少し，孔径が大きくなると減少率は小さくなる．

c）孔径の測定誤差または孔径の不測の拡大を原因とした測定密度の誤差は，密度が小さいほど小さく，孔径が小さいほど小さい．またRが大きくなれば誤差は小さくなる．

密度を 1.8g/cm^3, 2.0g/cm^3, Rを 40 cm, 50 cm とし，半径の増加 1 cm に対して等価的な密度の変化（減少）量を理論的応答曲線群から求めたものを図に示した（第17図）．

d）^{60}Co と ^{137}Cs を比較すると，密度の変化に対する Φ の変化率は ^{137}Cs の方が大きい．したがって実際面では，保孔の良好な孔井や，ケーシングの挿入されている孔井においては，^{137}Cs を使用した方が密度変化に対してより良好な応答がえられ効果的といえる．一方孔径の増加に対する Φ の相対的な増加は ^{137}Cs に比較して ^{60}Co の方がより小さい．ここで一定量の孔径の増加と，これと等価的に Φ を増加させる密度の減少量との関係に着目すると，第17図から ^{60}Co は ^{137}Cs に比較して孔径変化または孔径の測定誤差の密度測定におよぼす影響がより小さいことがわかる．したがって仮りに計数率の統計的誤差を考慮しないとすれば，^{60}Co の使用は誤差をより小さくする点では ^{137}Cs よりすぐれているといえる．

e）散乱 γ 線の空間分布の拡散方程式による解は，線源の近傍あるいは媒質の境界近くでは十分な精度が期待できないことはすでにのべた．ここでは2領域問題としてとりあつかった孔井—地層系における理論計算の結果



第17図　半径の増加 1 cm に対する等価的な密度変化量

と実験の結果とを比較してみる.

理論的応答曲線のうち R = 40 cm, 50 cm, a = 6 cm について実験的応答曲線と比較した (第18, 19図). この場合 ^{60}Co(2mCi), ^{137}Cs(10mCi)のおのおのについてR = 40 cm, $\rho = 1.6 g/cm^3$ において規格化してある. 実験的応答曲線の密度に対する計数率の変化は, R = 40 cm, R = 50 cm の場合, ともに理論的応答曲線と非常によく一致している. また R = 40 cm の計数率と R = 50 cm の計数率との間の相対的な差異にわずかな差がみられるが, ^{60}Co の場合約5%, ^{137}Cs の場合約7%にすぎない. 実験結果と理論計算結果の良好な一致から孔井の半径が6 cm前後あれば拡散近似がじゅうぶん適用でき, $\gamma-\gamma$ 密度検層の応答特性を検討できることが確認された.

2.2.7 孔井—地層系における有効測定範囲

孔径が線源—検出部距離に対して小さく, その影響が無視できるとした場合の有効測定範囲は (2.2.5) で計算検討した. これに比較して孔井—地層系の場合Φの飽和に必要な範囲は多少大きくなることが予想される. この場合についてその計算式を導いた. 前述の孔井—地層系の場合と全く同様な扱い方ができるが, 異なる点は地層Fが半径rの方向に有限 (半径b) なことである. したがって

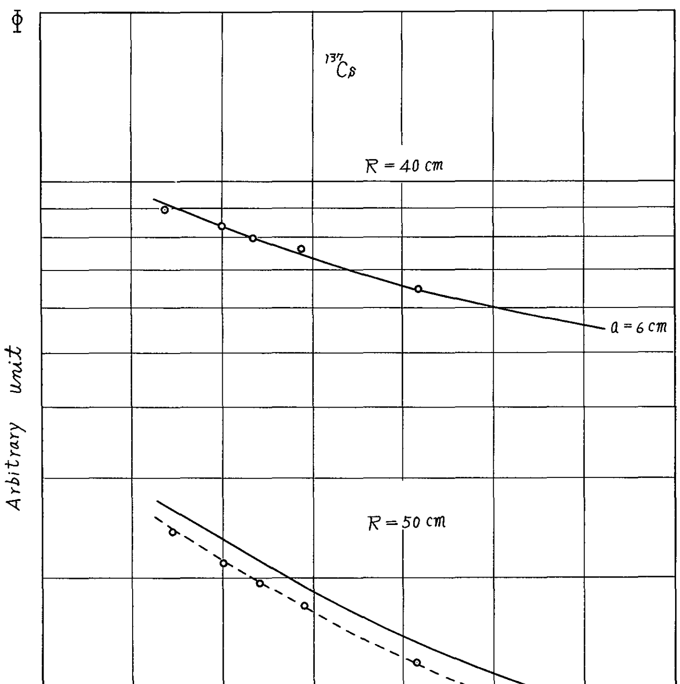
$$\left.\begin{aligned} n_1 &= \int_0^\infty \Big[A_1(\lambda) I_0(r\sqrt{\lambda^2+\kappa^2}) \\ &\quad + \frac{Q}{2\pi^2 D_1} K_0(r\sqrt{\lambda^2+\kappa^2}) \Big] \cos\lambda z d\lambda \\ n_2 &= \int_0^\infty \Big[A_2(\lambda) I_0(r\sqrt{\lambda^2+\kappa^2}) \\ &\quad + B_2(\lambda) K_0(r\sqrt{\lambda^2+\kappa_2^2}) \Big] \cos\lambda z d\lambda \end{aligned}\right\} \cdots\cdots(28)$$

となりさらに満たすべき境界条件は

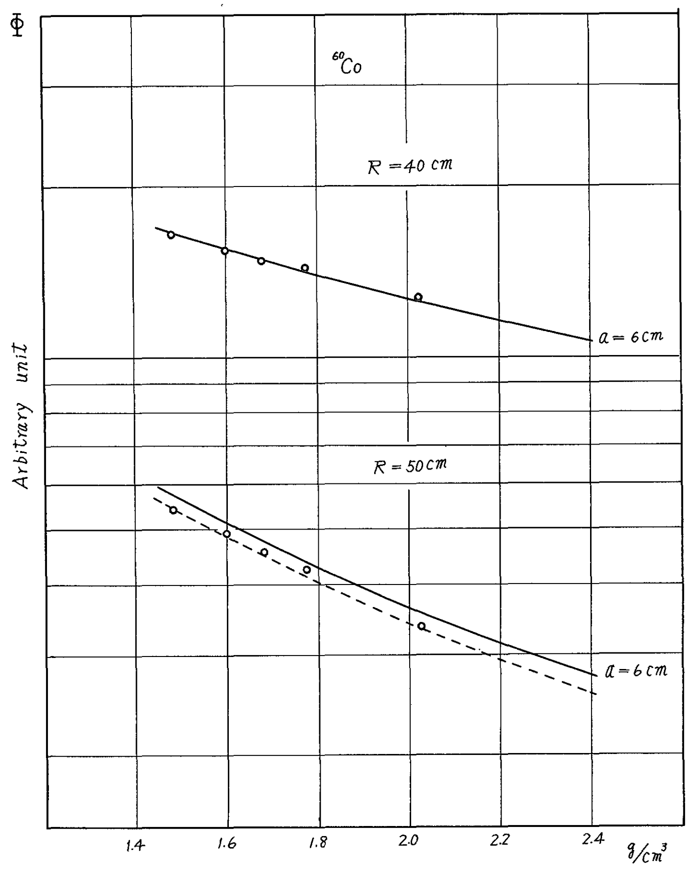
(1) r = a のとき $n_1 = n_2$

(2) r = a のとき $D_1\left(\frac{\partial n_1}{\partial r}\right) = D_2\left(\frac{\partial n_2}{\partial r}\right)$

(3) r = b のとき $n_2 = 0$



第18図 孔井—地層系における拡散理論と実験による応答曲線の比較 (^{137}Cs, ——理論値, ----実験値)



第19図　孔井—地層系における拡散理論と実験による応答曲線の比較 (^{60}Co,——理論値, ----実験値)

ただしこの場合もbには外挿距離を加えてある．式(28)と境界条件から次の連立方程式が導かれる．すなわち

$$B_1 = \frac{Q}{2\pi^2 D_1},\ \lambda_i = \sqrt{\lambda^2+\kappa_i^2}$$

とおくと

$$\left.\begin{aligned} &A_1(\lambda)I_0(a\lambda_1)+B_1K_0(a\lambda_1) = A_2(\lambda)I_0(a\lambda_2) \\ &\quad +B_2(\lambda)K_0(a\lambda_2) \\ &A_1(\lambda)D_1\lambda_1I_1(a\lambda_1)-B_1D_1\lambda_1K_1(a\lambda_1) \\ &\quad = A_2(\lambda)D_2\lambda_2I_1(a\lambda_2)-B_2(\lambda)D_2\lambda_2K_1(a\lambda_2) \\ &A_2(\lambda)I_0(b\lambda_2)+B_2(\lambda)K_0(b\lambda_2) = 0 \end{aligned}\right\} \cdots\cdots(29)$$

(29)式の第3式より

$$-\frac{A_2(\lambda)}{B_2(\lambda)} = \frac{K_0(b\lambda_2)}{I_0(b\lambda_2)}$$

この値をmとおきさらに

$$K_0(a\lambda_2)-mI_0(a\lambda_2) = P$$

$$K_1(a\lambda_2)+mI_1(a\lambda_2) = S$$

とおいて $A_1(\lambda)$ を算出しさらに $r=0$ での n_1 を求めると

$$n_1 = \frac{Q}{4\pi D_1}\left[\frac{e^{-\kappa_1 z}}{z}-\frac{2}{\pi}\int_0^\infty F(\lambda)\cos\lambda z d\lambda\right]\cdots\cdots(30)$$

ただし

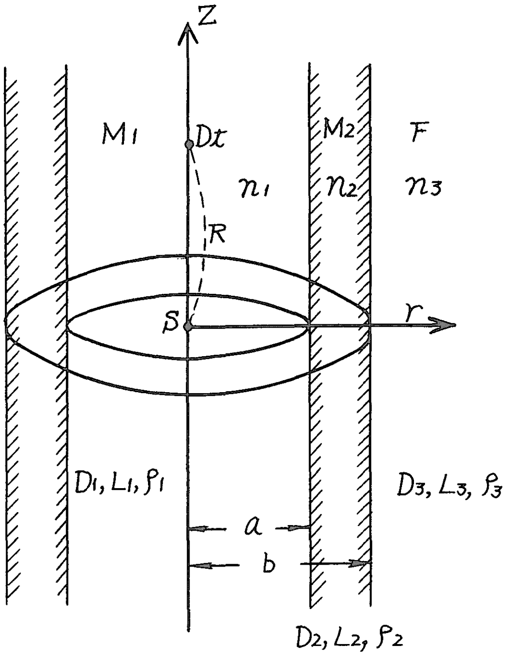
$$F(\lambda) = -\frac{D_1\lambda_1K_1(a\lambda_1)P-D_2\lambda_2K_0(a\lambda_1)S}{D_1\lambda_1I_1(a\lambda_1)P+D_2\lambda_2I_0(a\lambda_1)S}$$

したがってΦを計算することができ，円柱状の孔井水をかこみ無限にひろがる地層と効果的に一致するbの値が算定できる．

2.2.8　孔井—異質帯—地層系への適用

この場合は孔井の周辺にセメントリングや泥水の浸透帯，掘さくによる物理的な擾乱帯などの地層と密度を異にした挟在物がある場合をシミュレートしたものである．これらの挟在物が孔井の周囲に同軸円柱状にあるとすれば坑井—地層系の問題に準じてとり扱うことができる．

半径aの孔井水 M_1 を考え，これが外径bの円柱状媒質 M_2 で囲まれ，さらにこの外側に地層Fが孔井の半径の方向に無限に拡がっているものとする．従来と同様に



第20図　孔井―異質帯―地層系における Φ の計算

円筒座標をとり，M_1, M_2, F の ρ, n, 拡散パラメータにはそれぞれ添字１，２，３を付して表わすものとすると（第20図），

$$\left.\begin{aligned} &\frac{\partial^2 n_1}{\partial r^2}+\frac{1}{r}\frac{\partial n_1}{\partial r}+\frac{\partial^2 n_1}{\partial z^2}-\kappa_1^2 n_1 \\ &\quad = -\frac{Q}{D_1}\delta(r)\delta(z) \\ &\frac{\partial^2 n_i}{\partial r^2}+\frac{1}{r}\frac{\partial n_i}{\partial r}+\frac{\partial^2 n_i}{\partial z^2}-\kappa_i^2 n_i = 0 \\ &\qquad\qquad i = 2, 3 \end{aligned}\right\}\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(31)$$

$r=\infty$ のとき$n_3=0$ に注意するとこれらの解は

$$\left.\begin{aligned} n_1 &= \int_0^\infty [A_1(\lambda)I_0(r\sqrt{\lambda^2+\kappa_1^2}) \\ &\quad +B_1K_0(r\sqrt{\lambda^2+\kappa_1^2})]\cos\lambda z d\lambda \\ n_2 &= \int_0^\infty [A_2(\lambda)I_0(r\sqrt{\lambda^2+\kappa_2^2}) \\ &\quad +B_2(\lambda)K_0(r\sqrt{\lambda^2+\kappa_2^2})]\cos\lambda z d\lambda \\ n_3 &= \int_0^\infty [B_3(\lambda)K_0(r\sqrt{\lambda^2+\kappa_3^2})]\cos\lambda z d\lambda \end{aligned}\right\}\cdots\cdots\cdots(32)$$

で表わされる．ここで $B_1=\frac{Q}{2\pi^2 D_1}$ である．境界条件としてさらに

(1)　$r=a$ のとき $n_1=n_2$, $r=b$ のとき $n_2=n_3$

(2)　$r=a$ のとき $D_1\left(\frac{\partial n_1}{\partial r}\right)=D_2\left(\frac{\partial n_2}{\partial r}\right)$,

$r=b$ のとき $D_2\left(\frac{\partial n_2}{\partial r}\right)=D_3\left(\frac{\partial n_3}{\partial r}\right)$

を考慮すると

$$\left.\begin{aligned} &A_1(\lambda)I_0(a\lambda_1)+B_1K_0(a\lambda_1) = A_2(\lambda)I_0(a\lambda_2) \\ &\quad +B_2(\lambda)K_0(a\lambda_2) \\ &A_2(\lambda)I_0(b\lambda_2)+B_2(\lambda)K_0(b\lambda_2) \\ &\quad = B_3(\lambda)K_0(b\lambda_3) \\ &D_1\lambda_1A_1(\lambda)I_1(a\lambda_1)-D_1\lambda_1B_1K_1(a\lambda_1) \\ &\quad = D_2\lambda_2A_2(\lambda)I_1(a\lambda_1)-D_2\lambda_2B_2(\lambda)K_1(a\lambda_2) \\ &D_2\lambda_2A_2(\lambda)I_1(b\lambda_2)-D_2\lambda_2B_2(\lambda)K_1(b\lambda_2) \\ &\quad = -D_3\lambda_3B_3(\lambda)K_1(b\lambda_3) \end{aligned}\right\}\cdots\cdots(33)$$

これらの式から $\frac{A_2(\lambda)}{B_2(\lambda)}=m$ とおくと

$$m=\frac{D_2\lambda_2K_0(b\lambda_3)K_1(b\lambda_2)-D_3\lambda_3K_0(b\lambda_2)K_1(b\lambda_3)}{D_2\lambda_2I_1(b\lambda_2)K_0(b\lambda_3)+D_3\lambda_3I_0(b\lambda_2)K_1(b\lambda_3)}$$

したがって

$$A_1(\lambda)=B_1\frac{-D_1\lambda_1K_1(a\lambda_1)[mI_0(a\lambda_2)+K_0(a\lambda_2)]}{-D_1\lambda_1I_1(a\lambda_1)[mI_0(a\lambda_2)+K_0(a\lambda_2)]}$$

$$\frac{-D_2\lambda_2K_0(a\lambda_1)[mI_1(a\lambda_1)-K_1(a\lambda_2)]}{+D_2\lambda_2I_0(a\lambda_1)[mI_1(a\lambda_1)-K_1(a\lambda_2)]}$$

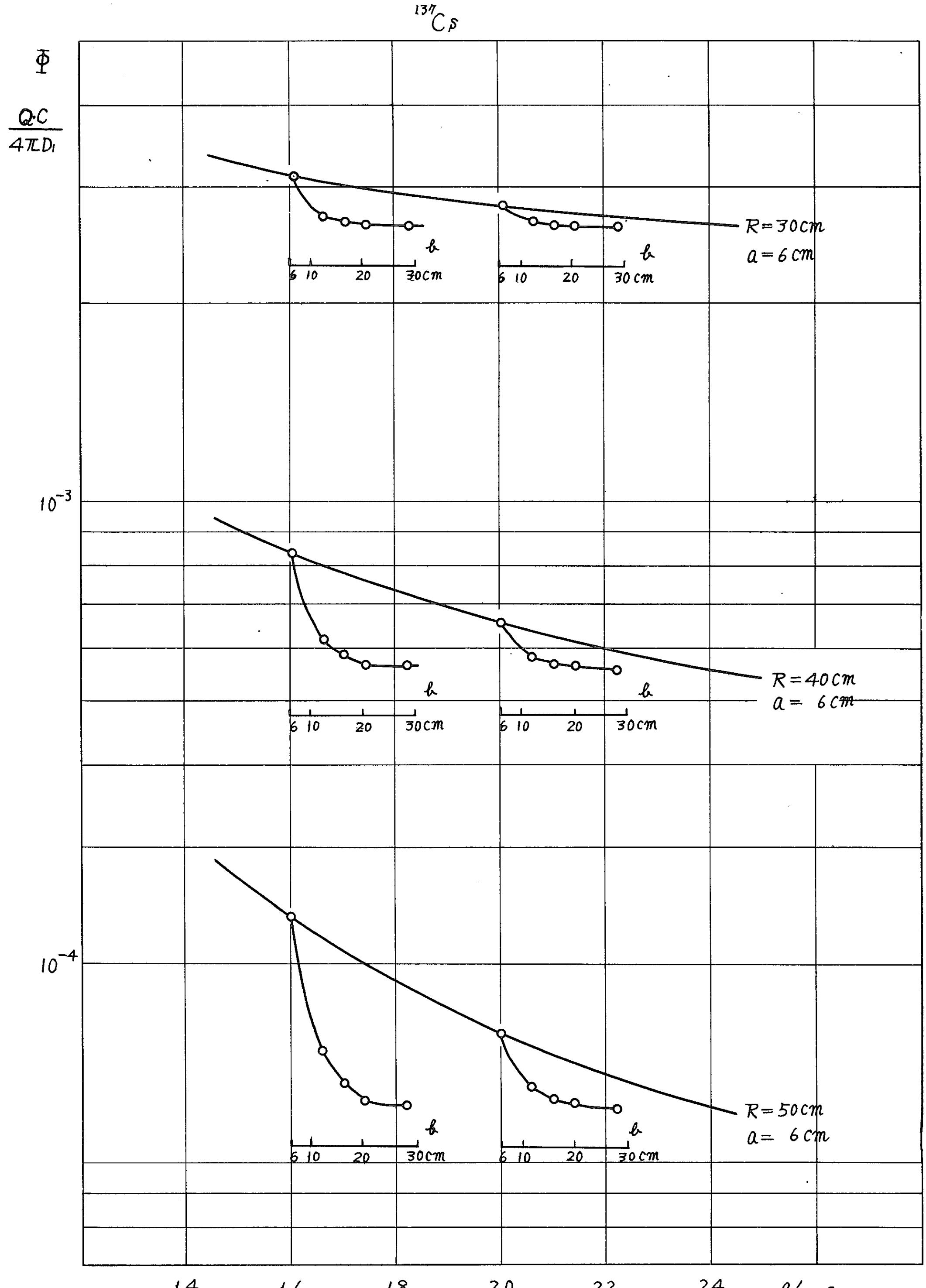
ここで $A_1(\lambda)=-B_1F(\lambda)$ とおくと掘さく軸上の n_1 は

$$n_1=\frac{Q}{4\pi D_1}\left[\frac{e^{-\kappa_1 z}}{z}-\frac{2}{\pi}\int_0^\infty F(\lambda)\cos\lambda z d\lambda\right]\cdots\cdots(34)$$

となる．

^{137}Cs を使用し，a = 6 cm, b = 12 cm, 16 cm, 20 cm, 28 cm, ρ_3 = 1.6g/cm^3, 2.0g/cm^3, 異質の挾在物 M_2 を ρ_2 = 2.4g/cm^3 のセメントリングとした場合の応答を計算した．これらによる Φ の変化の様子を b = 6 cm, すなわち挾在物のない場合のそれと比較して第21図に示した．R = 50 cm の場合，b = 12 cm すなわち厚さ 6 cm の挾在物と密度 1.6g/cm^3 の地層による Φ は見掛け上孔井―地層系における 2.08g/cm^3 の地層と等価的になる．したがってこの場合地層密度の過大評価は 0.48g/cm^3 となる．同様な孔井条件での過大評価は R = 40 cm, 30 cm においておのおの 0.54g/cm^3, 0.60g/cm^3 となり，R が小さくなれば挾在物の影響が大きくなる．挾在物の厚さが 10 cm になるとその寄与は著しく大きくなり，地層自身の影響は小さくなる．この場合Rを 50 cm としても測定密度は 2.21g/cm^3, 40 cm では 2.23g/cm^3 となり，実際上地層密度の測定は不可能となる．b = 28 cm では地層の影響はまったくなくなり，Φ はセメントリングの密度そのものに対応する値となる．

次に地層密度を 2.0g/cm^3 とし，同様の計算を行うと，b = 12 cm における地層密度の過大評価はRが 50 cm, 40 cm, 30 cm の場合，それぞれ 0.26g/cm^3, 0.28g/cm^3, 0.32g/cm^3 となる．b = 20 cm においてはRが 50 cm, 40 cm の場合それぞれ 0.37g/cm^3, 0.38g/cm^3 の過大評価



第21図　^{137}Cs による孔井—異質帯—地層系における理論的応答曲線

をすることになり，また $R=30$ cm の場合には Φ の値はほとんど飽和の値に達し，過大評価は 0.40g/cm^3 となる．b がさらに大きくなり 28 cm になると Φ はRとは無関係に完全に飽和値に達する．

以上の結果からセメント注入を行った場合には，地層密度を正確に測定することはほとんど不可能なことがわかる．このように，孔井と地層との間隙に地層と異なる密度の物質が存在する場合には，線源—検出部の距離を大きくすることによって，その影響をできるだけ小さくする必要があろう．

2.2.9 水平地層境界面に対する適用

これまでの考察では孔井はすべて均質な無限媒質中に掘さくされるものであると仮定した．しかし実際の検層では地層の境界面を横切る場合が頻繁におきる．このように異なった媒質が平面によって境されている場合，その付近での $\gamma-\gamma$ 密度検層の応答を考察する．

水平な多層構造に対する問題は掘さく軸に垂直な平面によって境される板状の地層 $i=1$，$2\cdots\cdots q\cdots\cdots p$ の中における γ 光子密度 n_i を求めることである．ただしここで q は線源Sを含む地層を示すものと考える．円筒座標の z 軸を掘さく軸に沿ってとり，$i=1$ および $i=p$ に対する地層はそれぞれ z の負の方向および正の方向に無限につづくものとする．今線源の位置を座標の原点にとると，拡散方程式は

$$\left.\begin{aligned}&\frac{\partial^2 n_q}{\partial r^2}+\frac{1}{r}\frac{\partial n_q}{\partial r}+\frac{\partial^2 n_q}{\partial z^2}-\kappa_q^2 n_q\\&\quad=\frac{Q}{D_q}\delta(r)\delta(z)\\&\frac{\partial^2 n_i}{\partial r^2}+\frac{1}{r}\frac{\partial n_i}{\partial r}+\frac{\partial^2 n_i}{\partial z^2}-\kappa_i^2 n_i=0\\&\qquad(i=1,2\cdots\cdots p.\ i\neq q)\end{aligned}\right\}\cdots\cdots(35)$$

ここでみたすべき条件は

(1) $r=\infty$ のとき $n_i=0$

(2) $z=-\infty$ のとき $n_1=0$

(3) $z=+\infty$ のとき $n_p=0$

(4) $z=z_i$ のとき $n_i=n_{i+1}$

(5) $z=z_i$ のとき $D_i\left(\frac{\partial n_i}{\partial z}\right)=D_{i+1}\left(\frac{\partial n_{i+1}}{\partial z}\right)$

ここで z_i は線源から地層 i と i+1 との境界までの距離を表わすものとする．(1)(2)(3)を考えると，地層 i における解の形は

$$n_i=\int_0^\infty A_i(\lambda)J_0(\lambda r)e^{-\lambda_i z}d\lambda+\int_0^\infty B_i(\lambda)J_0(\lambda r)e^{\lambda_i z}d\lambda\ \cdots\cdots(36)$$

となる．ただし J_0 は第1種の0次ベッセル関数，

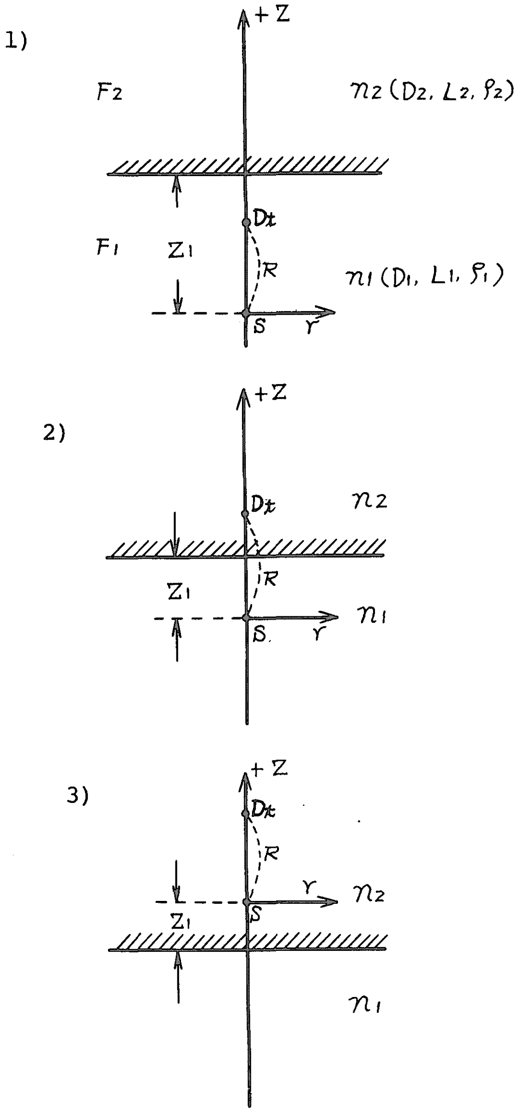
$\lambda_i=\sqrt{\lambda^2+\kappa_i^2}$，$A_1(\lambda)=0$，$B_p(\lambda)=0$

である．線源の存在する地層 q に対しては式(36)において $i=q$ とし線源の条件として均質な無限媒質内での解 n_0 を加える．n_0 はベッセル関数の積分関係により次のように表わされる．

$$n_0=\frac{Q}{4\pi D_q}\frac{e^{-\kappa_q\sqrt{r^2+z^2}}}{\sqrt{r^2+z^2}}=\frac{Q}{4\pi D_q}\int_0^\infty\frac{e^{-\lambda_q z}}{\lambda_q}\lambda J_0(\lambda r)d\lambda\ \cdots\cdots(37)$$

これらの解の $A_i(\lambda)$, $B_i(\lambda)$ を条件(4)(5)のもとに決めればよい．

水平で平らな面で接する地層が上下の方向に厚く堆積している場合は $i=1,2$ としたときの境界面近傍での応



第22図 水平地層の境界面近傍の Φ の計算

答の問題となる．ここで下部の地層を F_1, 上部の地層を F_2 とし，F_1, F_2 の拡散パラメータを D_1, L_1, D_2, L_2, 密度を ρ_1, ρ_2 とする．また F_1, F_2 におけるnを n_1, n_2 とする．この場合プローブの位置によって3つの場合が考えられる（第22図）．

1) プローブ（線源—検出部）が F_1 にある場合
2) 線源が F_1 にあり検出部が F_2 にある場合
3) プローブが F_2 にある場合

1)の場合

条件(2), (3)により $A_1(\lambda)=0$, $B_2(\lambda)=0$, さらに

$$B_1(\lambda)=\frac{Q}{4\pi D_1}C_1(\lambda),\ A_2(\lambda)=\frac{Q}{4\pi D_2}C_2(\lambda)$$

とおいた場合 n_1, n_2 は

$$\left.\begin{aligned} n_1&=\frac{Q}{4\pi D_1}\Big[\int_0^\infty\frac{\lambda}{\lambda_1}J_0(\lambda r)e^{-\lambda_1 z}d\lambda \\ &\quad+\int_0^\infty C_1(\lambda)J_0(\lambda r)e^{\lambda_1 z}d\lambda \\ n_2&=\frac{Q}{4\pi D_2}\int_0^\infty C_2(\lambda)J_0(\lambda r)e^{-\lambda_2 z}d\lambda \end{aligned}\right\}\cdots\cdots(38)$$

の形で表わされる．線源から境界面までの距離を z_1 とし，D_1, D_2 が ρ_1^{-1}, ρ_2^{-1} に比例すること，および境界条件(4), (5)により次の連立方程式がえられる．

$$\left.\begin{aligned} &C_1(\lambda)e^{\lambda_1 z_1}\rho_1-C_2(\lambda)e^{-\lambda_2 z_1}\rho_2 \\ &\quad=-\frac{\lambda}{\lambda_1}e^{-\lambda_1 z_1}\rho_1 \\ &C_1(\lambda)e^{\lambda_1 z_1}\lambda_1+C_2(\lambda)e^{-\lambda_2 z_1}\lambda_2=\lambda e^{-\lambda_1 z_1} \end{aligned}\right\}\cdots\cdots(39)$$

これから

$$\left.\begin{aligned} C_1(\lambda)&=\frac{\lambda\left(\rho_2-\frac{\lambda_2}{\lambda_1}\rho_1\right)}{\rho_1\lambda_2+\rho_2\lambda_1}e^{-2\lambda_1 z_1} \\ C_2(\lambda)&=\frac{2\rho_1\lambda}{\rho_1\lambda_2+\rho_2\lambda_1}e^{-z(\lambda_1-\lambda_2)} \end{aligned}\right\}\cdots\cdots(40)$$

式(38)の第1式に式(40)の $C_1(\lambda)$ を代入し，さらに $r=0$ とおけば最終的にz軸上での解

$$n_1=\frac{Q}{4\pi D_1}\Big[\frac{e^{-\kappa_1 z}}{z}+\int_0^\infty\frac{\lambda\left(\rho_2-\frac{\lambda_2}{\lambda_1}\rho_1\right)}{\rho_1\lambda_2+\rho_2\lambda_1}e^{\lambda_1(z-2z_1)}d\lambda\Big]\cdots\cdots(41)$$

がえられる．

2)の場合

式(38)の第2式および式(40)の第2式から次の解がえられる．

$$n_2=\frac{Q}{4\pi D_2}\int_0^\infty\frac{2\rho_1\lambda}{\rho_1\lambda_2+\rho_2\lambda_1}e^{-z_1\lambda_1+\lambda_2(z_1-z)}\lambda d\lambda\cdots\cdots(42)$$

3)の場合

解は

$$\left.\begin{aligned} n_1&=\frac{Q}{4\pi D_1}\int_0^\infty C_1(\lambda)J_0(\lambda r)e^{\lambda_1 z}d\lambda \\ n_2&=\frac{Q}{4\pi D_2}\Big[\int_0^\infty\frac{\lambda}{\lambda_2}J_0(\lambda r)e^{-\lambda_2|z|}d\lambda \\ &\quad+\int_0^\infty C_2(\lambda)J_0(\lambda r)e^{-\lambda_2 z}d\lambda\Big] \end{aligned}\right\}\cdots\cdots(43)$$

の形で表わしうる．

境界条件により $C_2(\lambda)$ は簡単に定まり，z軸上での解

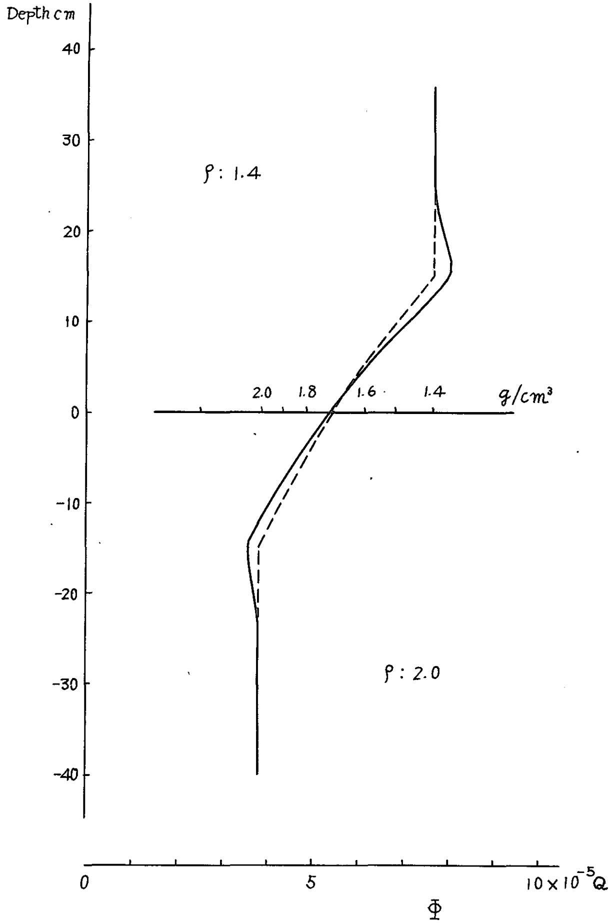
$$n_2=\frac{Q}{4\pi D_2}\Big[\frac{e^{-\kappa_2 z}}{z}+\int_0^\infty\frac{\lambda\left(\rho_1-\frac{\lambda_1}{\lambda_2}\rho_2\right)}{\rho_1\lambda_2+\rho_2\lambda_1}e^{-\lambda_2(2z_1+z)}d\lambda\Big]\cdots\cdots(44)$$

がえられる．

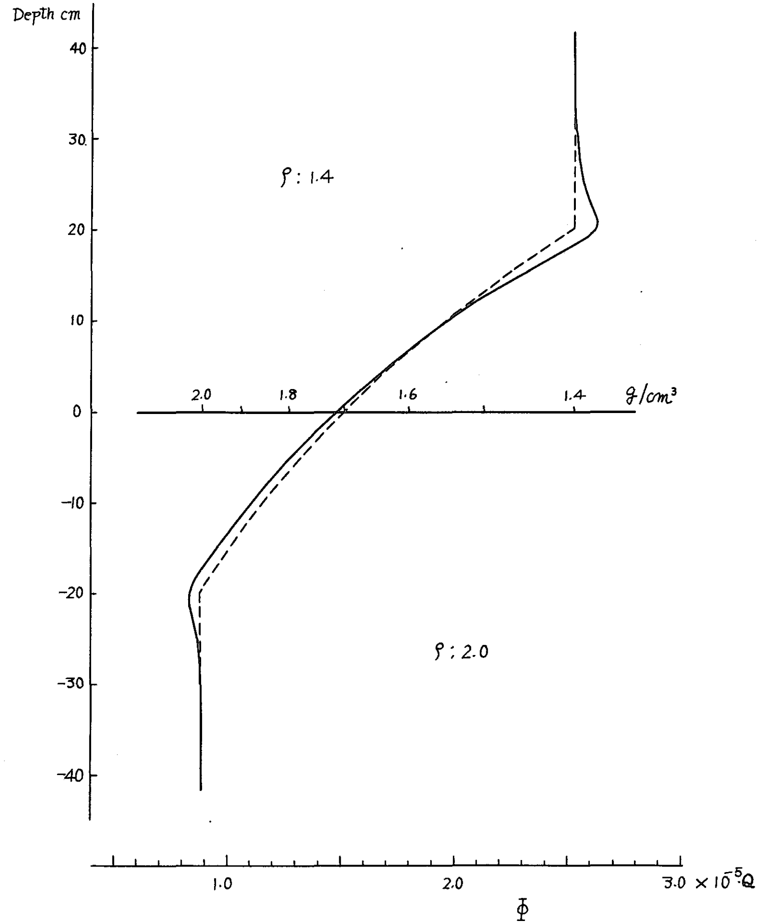
これらのおのおのの解について $z=R$ とおけば検出点でのn，したがって Φ が求められる．

密度 $2.0g/cm^3$ の地層が孔井と垂直な平面によって上部の密度 $1.4g/cm^3$ の地層と接するごく簡単な地層構造例を考え，この境界面をプローブが通過する場合についての応答の計算を試み，その結果を第23-A図—第23-F図に示した．縦軸には境界面から線源—検出部の中心に至る距離が上方に対して正符号で示してある．横軸には Φ とこれに相当する無限均質媒質の密度を示した．また線源—検出部間の平均密度に対する Φ の値が破線で示されている．これらから明らかになることは，プローブを下方より上方に移動させるとき，上部地層の影響があらわれるのは，検出部が境界面に約10 cm以内に接近した場合である．逆に下部地層の影響がなくなるのは，線源部が約10 cm境界面から離れた場合である．また理論的計算による応答曲線は線源—検出部間の平均密度に対する曲線（破線）にかなり近い．これら2つの曲線は上部の低密度層内で交わっており，プローブの中心の位置が高密度の地層内にある場合には平均密度に対して過大評価をする．またプローブの中心が交点より上方の低密度層内にある場合には，地層の境界のごく近傍を除き過小評価をする．この場合その大きさは線源—検出部距離が小さいほど大きい．その最大値を示す位置は検出部あるいは線源が地層の境界面付近に位置する場合で，過大評価は ^{60}Co の場合 R = 30 cm, 40 cm, 50 cm に対してそれぞれ約 $0.6g/cm^3$, $0.3g/cm^3$, $0.2g/cm^3$, ^{137}Cs では $0.4g/cm^3$, $0.2g/cm^3$, $0.15g/cm^3$ 前後に達し，かなり大きくなる．また過小評価は ^{60}Co の場合，R = 30 cm, 40 cm, 50 cm に対して $0.4g/cm^3$, $0.3g/cm^3$, $0.15g/cm^3$, ^{137}Cs では $0.3g/cm^3$, $0.15g/cm^3$, $0.1g/cm^3$ 前後でいずれも無視できない値である．

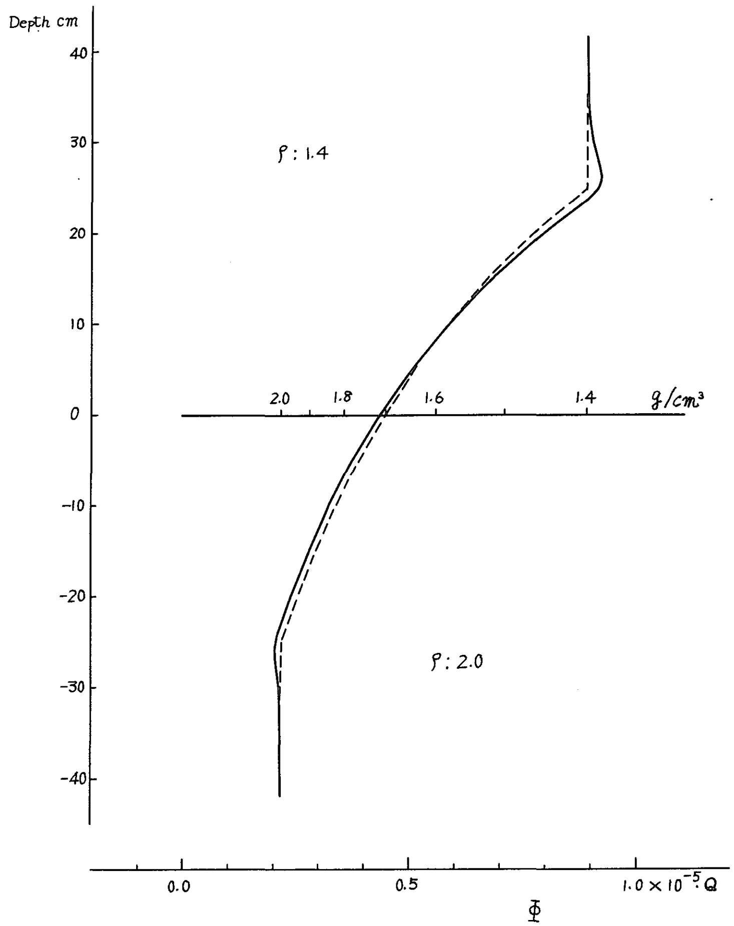
プローブの中心が2層の境界面を通過する場合は，線



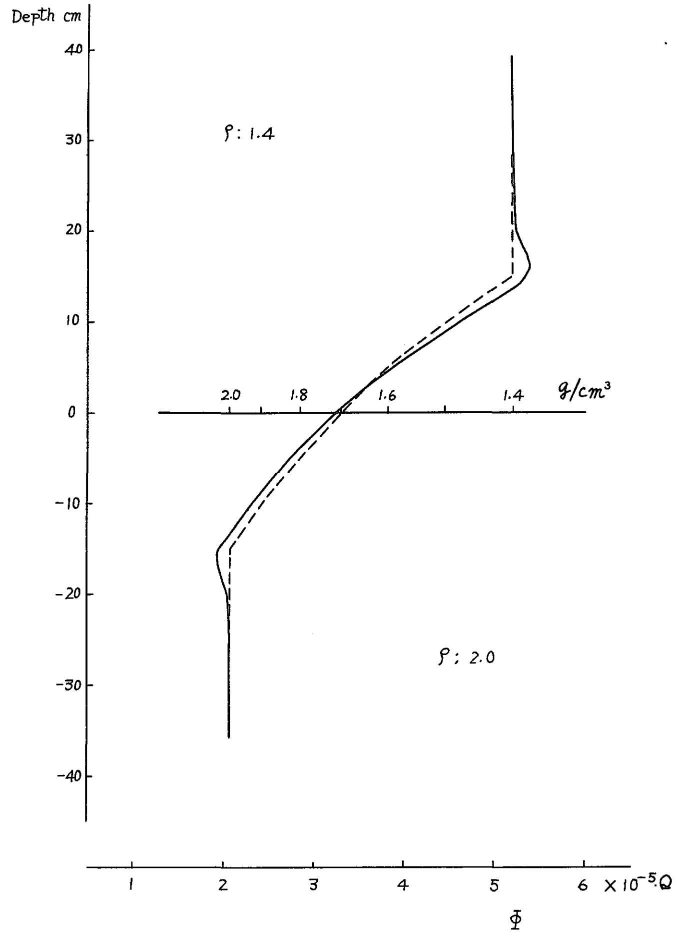
第23-A図　地層境界面付近のΦ (^{60}Co, R = 30 cm)



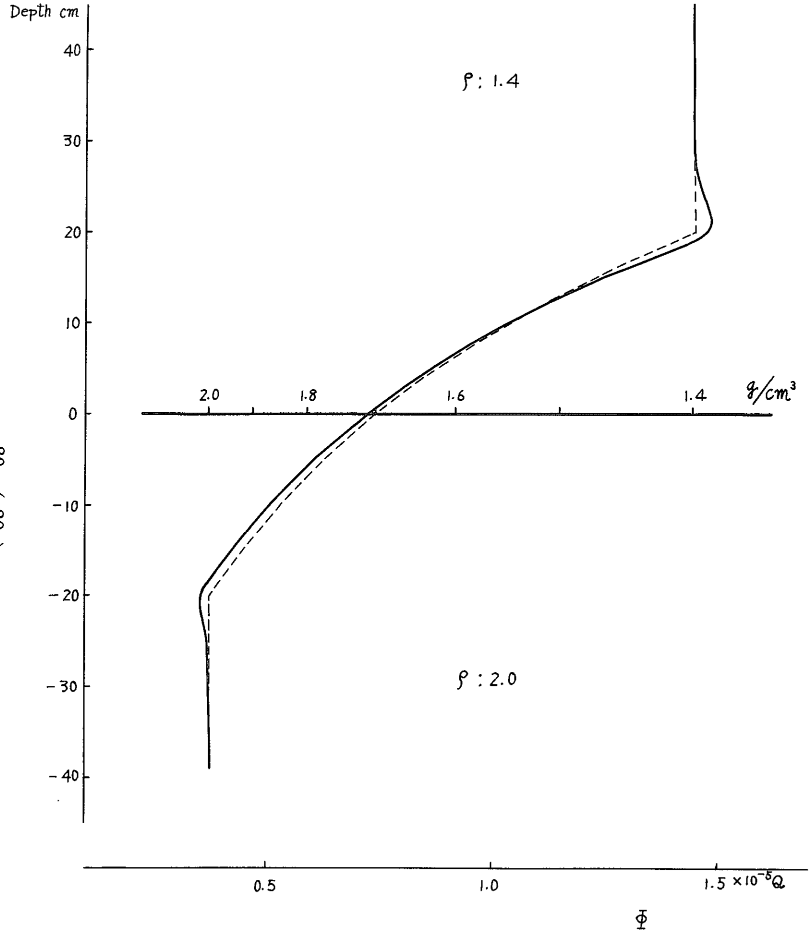
第23-B図　地層境界面付近のΦ (^{60}Co, R = 40 cm)



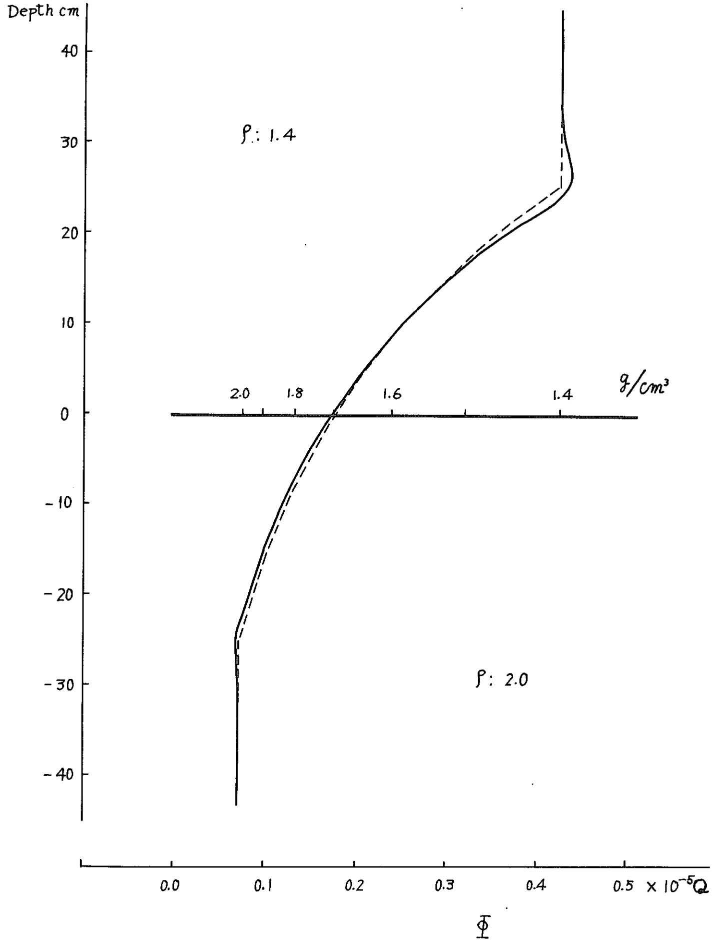
第23-C図　地層境界面付近の Φ (^{60}Co, R = 50 cm)



第23-D図　地層境界面付近の Φ (^{137}Cs, R = 30 cm)



第23-E 図　地層境界面付近の Φ (^{137}Cs, R = 40 cm)

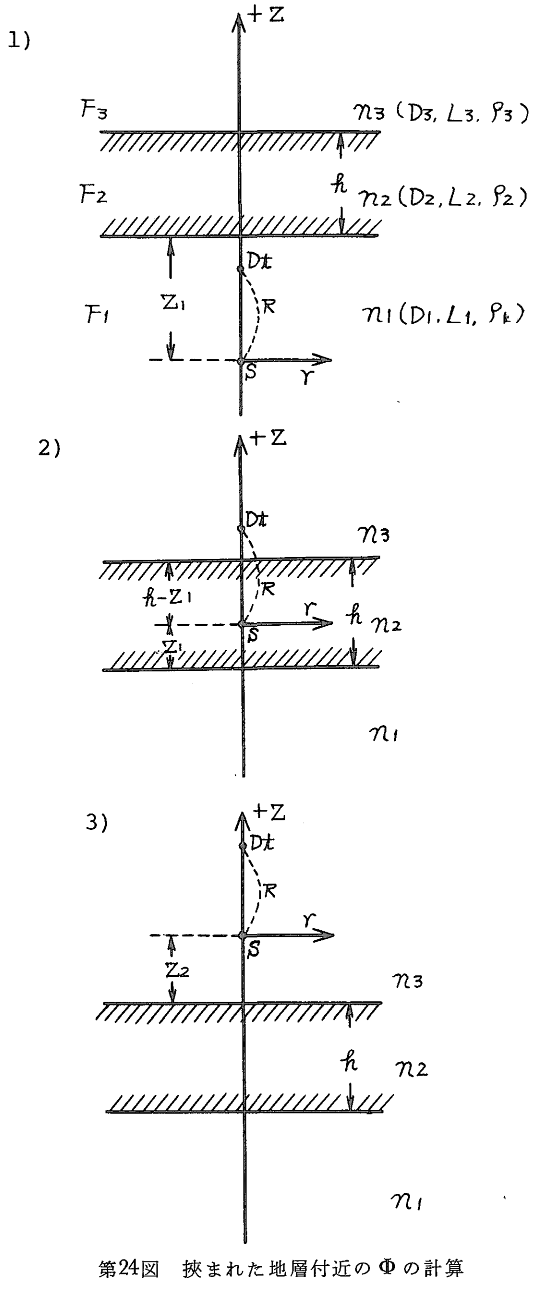


第23-F 図　地層境界面付近の Φ (^{137}Cs, R = 50 cm)

源一検出部間の平均密度に対する強度を指示すると考えてよい．したがって，理論的には相互の地層の影響をうけない位置での検層値を求め，これらの平均密度に対する計数率を示す位置を求めることによって，境界面の位置が決定できる．

2.2.10　多層構造に対する適用

この場合は地層中に石炭層が挾在する場合，うすい凝灰岩の層が挾まれている場合などに相当し，これらに対する応答が重要な場合がしばしばおきる．下部の層を F_1, 上部の層を F_3, 挾まれているうすい層を F_2 としその厚さを h とする．F_1, F_3 はそれぞれ下方および上方に無限にひろがるものとし，これらの拡散パラメータをそれぞれ D_1, D_2, D_3, L_1, L_2, L_3, 密度を ρ_1, ρ_2, ρ_3, γ 光子密度を n_1, n_2, n_3 とする（第24図）．この場合も 2 層の場合に準じ線源の位置によって 3 つの場合に分けて考えられる．



第24図　挾まれた地層付近の Φ の計算

1)　線源 S が F_1 にある場合

解は

$$
\left.\begin{aligned}
n_1 &= \frac{Q}{4\pi D_1}\Big[\int_0^\infty \frac{\lambda}{\lambda_1} J_0(\lambda r)e^{-\lambda_1|z|}d\lambda \\
&\quad + \int_0^\infty C_1(\lambda)\,J_0(\lambda r)e^{\lambda_1 z}d\lambda\Big] \\
n_2 &= \frac{Q}{4\pi D_2}\Big[\int_0^\infty C_2(\lambda)\,J_0(\lambda r)e^{-\lambda_2 z}d\lambda \\
&\quad + \int_0^\infty C_3(\lambda)\,J_0(\lambda r)e^{\lambda_2 z}d\lambda \\
n_3 &= \frac{Q}{4\pi D_3}\int_0^\infty C_4(\lambda)\,J_0(\lambda r)e^{-\lambda_3 z}d\lambda
\end{aligned}\right\} \cdots\cdots\cdots\cdots(45)
$$

の形で表わしうる．線源から薄層の下部までの距離を z_1 とし $\rho_1 = \rho_3$, $\lambda_1 = \lambda_3$, $D_1 = D_3$ を考慮したとき境界条件により $C_1(\lambda)$, $C_2(\lambda)$, $C_3(\lambda)$, $C_4(\lambda)$ に関する次の連立方程式が得られる．

$$
\left.\begin{aligned}
&C_1(\lambda)e^{\lambda_1 z_1}\rho_1 - C_2(\lambda)e^{-\lambda_2 z_1}\rho_2 \\
&\quad - C_3(\lambda)e^{\lambda_2 z_1}\rho_2 = -\frac{\lambda}{\lambda_1}e^{-\lambda_1 z_1}\rho_1 \\
&C_2(\lambda)e^{-\lambda_2(z_1+h)}\,\rho_2 + C_3(\lambda)e^{\lambda_2(z_1+h)}\rho_2 \\
&\quad - C_4(\lambda)e^{-\lambda_1(z_1+h)}\rho_1 = 0 \\
&C_1(\lambda)e^{m_1 z_1}\lambda_1 + C_2(\lambda)e^{-\lambda_2 z_1}\lambda_2 \\
&\quad - C3(\lambda)\lambda_2 e^{\lambda_2 z_1} = \lambda e^{-\lambda_1 z_1} \\
&-C_2(\lambda)\lambda_2 e^{-\lambda_2(z_1+h)} + C_3(\lambda)e^{\lambda_2(z_1+h)} \\
&\quad + C_4(\lambda)\lambda_1 e^{-\lambda_1(z+h)} = 0
\end{aligned}\right\} \cdots\cdots\cdots(46)
$$

これから

$$
\left.\begin{aligned}
C_1(\lambda) &= \frac{1}{\triangle}e^{-2\lambda_1 z_1} \\
&\quad \begin{vmatrix} -\frac{1}{\lambda_1}\rho_1 & -\rho_2 & -\rho_2 & 0 \\ 0 & e^{\lambda_2 h}\rho_2 & e^{-\lambda_2 h}\rho_2 & -\rho_1 \\ 1 & -\lambda_2 & \lambda_2 & 0 \\ 0 & e^{\lambda_2 h}\lambda_2 & -e^{-\lambda_2 h}\lambda_2 & \lambda_1 \end{vmatrix} \\
C_2(\lambda) &= \frac{2\rho_1}{\triangle} \\
&\quad e^{[z_1(\lambda_2-\lambda_1)-\lambda_2 z+\lambda_2 h(\lambda_1\rho_2+\lambda_2\rho_1)]} \\
C_3(\lambda) &= \frac{1}{\triangle}e^{-z_1(m_2+m_1)} \\
&\quad \begin{vmatrix} \rho_1 & -\frac{1}{\lambda_1}\rho_1 & -\rho_2 & 0 \\ 0 & 0 & e^{-\lambda_2 h}\rho_2 & -\rho_1 \\ \lambda_1 & 1 & \lambda_2 & 0 \\ 0 & 0 & e^{-\rho_2 h}\lambda_2 & \lambda_1 \end{vmatrix} \\
C_4(\lambda) &= \frac{4\lambda_2}{\triangle}\rho_1\rho_2 e^{\lambda_1(h-z)}
\end{aligned}\right\} \cdots\cdots(47)
$$

ただし

$$\triangle = \begin{vmatrix} \rho_1 & -\rho_2 & -\rho_2 & 0 \\ 0 & e^{\lambda_2 h}\rho_2 & e^{\lambda_2 h}\rho_2 & -\rho_1 \\ \lambda_1 & -\lambda_2 & \lambda_2 & 0 \\ 0 & e^{\lambda_2 h}\lambda_2 & -e^{-\lambda_2 h}\lambda_2 & \lambda_1 \end{vmatrix}$$

したがって解 n_1, n_2, n_3 がそれぞれ決まる．

2) 線源が F_2 の中にある場合

解は

$$\left.\begin{aligned} n_1 &= \frac{Q}{4\pi D_1}\int_0^\infty C_1(\lambda)J_0(\lambda r)e^{\lambda_1 z}d\lambda \\ n_2 &= \frac{Q}{4\pi D_2}\Big[\int_0^\infty \frac{\lambda}{\lambda_2}J_0(\lambda r)e^{-\lambda_2|z|}d\lambda \\ &\quad+\int_0^\infty C_2(\lambda)J_0(\lambda r)e^{-\lambda_2 z}d\lambda \\ &\quad+\int_0^\infty C_3(\lambda)J_0(\lambda r)e^{\lambda_2 z}d\lambda\Big] \\ n_3 &= \frac{Q}{4\pi D_3}\int_0^\infty C_4(\lambda)J_0(\lambda r)e^{-\lambda_3 z}d\lambda \end{aligned}\right\}\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(48)$$

の形で表わしうる．線源の位置から薄層の下部までの距離を z_1 とすると，境界条件から次の連立方程式が導かれる．

$$\left.\begin{aligned} &C_1(\lambda)e^{-\lambda_1 z_1}\rho_1 - C_3(\lambda)e^{-\lambda_2 z_1}\rho_2 \\ &\quad -C_2(\lambda)e^{\lambda_2 z_1}\rho_2 = \frac{\lambda}{\lambda_2}e^{-\lambda_2 z_1}\rho_2 \\ &C_3(\lambda)e^{\lambda_2(h-z_1)}\rho_2 + C_2(\lambda)e^{-\lambda_2(h-z_1)}\rho_2 \\ &\quad -C_4(\lambda)e^{-\lambda_1(h-z_1)}\rho_1 \\ &\quad = -\frac{\lambda}{\lambda_2}e^{-\lambda_2(h-z_1)}\rho_2 \\ &C_1(\lambda)\lambda_1 e^{-\lambda_1 z_1} - C_3(\lambda)\lambda_2 e^{-\lambda_2 z_1} \\ &\quad +C_2(\lambda)\lambda_2 e^{\lambda_2 z} = \lambda e^{-\lambda_2 z_1} \\ &C_3(\lambda)\lambda_2 e^{\lambda_2(h-z_1)} - C_2(\lambda)\lambda_2 e^{-\lambda_2(h-z_1)} \\ &\quad +C_4(\lambda)e^{-\lambda_1(h-z_1)}\lambda_1 = \lambda e^{-\lambda_2(h-z)} \end{aligned}\right\}\cdots\cdots\cdots(49)$$

この場合プローブの検出部は F_2 あるいは F_3 にあるので(49)式から求められる $C_2(\lambda)$, $C_3(\lambda)$, $C_4(\lambda)$ によって n_2, n_3 が決まる．

3) 線源が F_3 にある場合

この場合は線源，検出部がともに薄層の上部にある場合で，解は

$$\left.\begin{aligned} n_1 &= \frac{Q}{4\pi D_1}\int_0^\infty C_1(\lambda)J_0(\lambda r)e^{\lambda_1 z}d\lambda \\ n_2 &= \frac{Q}{4\pi D_2}\Big[\int_0^\infty C_2(\lambda)J_0(\lambda r)e^{-\lambda_2 z}d\lambda \\ &\quad+\int_0^\infty C_3(\lambda)J_0(\lambda r)e^{\lambda_2 z}d\lambda\Big] \\ n_3 &= \frac{Q}{4\pi D_3}\Big[\int_0^\infty \frac{\lambda}{\lambda_3}J_0(\lambda r)e^{-\lambda_3|z|}d\lambda \\ &\quad+\int_0^\infty C_4(\lambda)J_0(\lambda r)e^{-\lambda_3 z}d\lambda\Big] \end{aligned}\right\}\cdots\cdots\cdots\cdots(50)$$

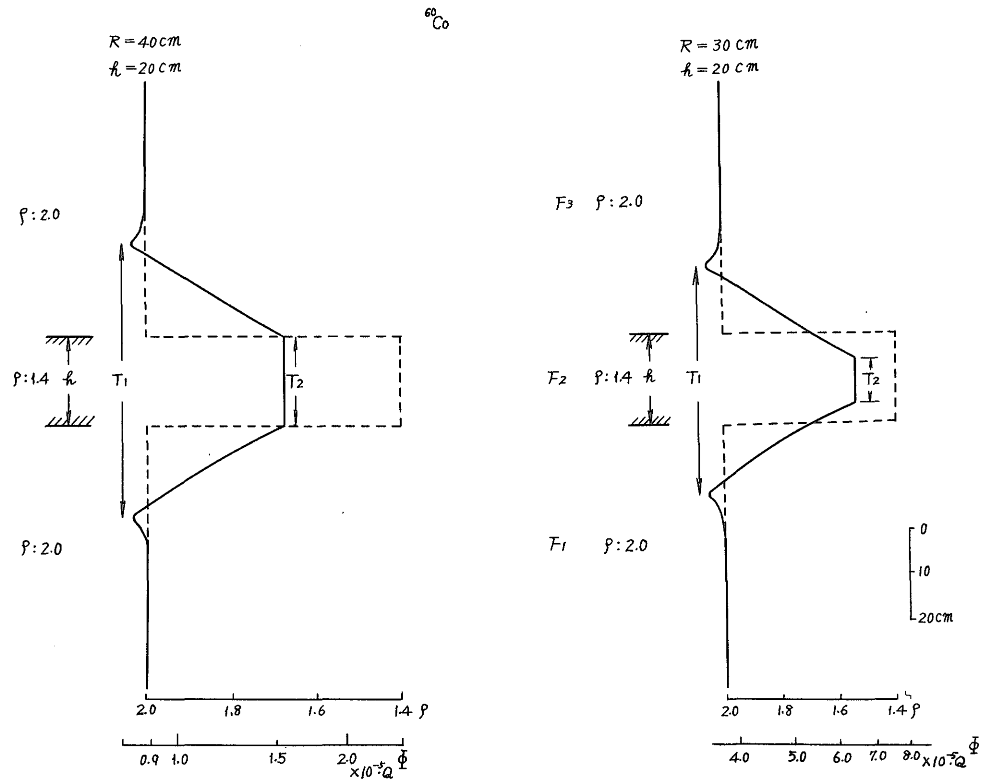
の形で表わしうる．線源の位置から薄層の上部までの距離を z_2 とすると，境界条件から次の連立方程式が導かれる．

$$\left.\begin{aligned} &C_1(\lambda)e^{-\lambda_1(z_2+h)}\rho_1 - C_3(\lambda)e^{-\lambda_2(z_2+h)}\rho_2 \\ &\quad -C_2(\lambda)e^{\lambda_2(z_2+h)}\rho_2 = 0 \\ &C_3(\lambda)e^{-\lambda_2 z_2}\rho_2 + C_2(\lambda)e^{\lambda_2 z_2}\rho_2 \\ &\quad -C_4(\lambda)e^{\lambda_1 z_2}\rho_1 = \frac{\lambda}{\lambda_1}e^{-\lambda_1 z_2}\rho_1 \\ &C_1(\lambda)\lambda_1 e^{-\lambda_1(z_2+h)} - C_3(\lambda)\lambda_2 e^{-\lambda_2(z_2+h)} \\ &\quad +C_2(\lambda)e^{\lambda_2(z_2+h)}\lambda_2 = 0 \\ &C_3(\lambda)\lambda_2 e^{-\lambda_2 z_2} - C_2(\lambda)\lambda_2 e^{\lambda_2 z_2} \\ &\quad +C_4(\lambda)\lambda_1 e^{\lambda_1 z_2} = \lambda e^{-\lambda_1 z_2} \end{aligned}\right\}\cdots\cdots\cdots(51)$$

これより $C_4(\lambda)$ を求めれば n_3 が決まる．

一般的な応答をしらべるため ^{60}Co を使用した場合について計算した．F_1, F_3 の密度を $2.0g/cm^3$, F_2 のそれを $1.4g/cm^3$, h を 20 cm, 40 cm, 60 cm, R を 30 cm, 40 cm, 50 cm, 60 cm としたときの応答曲線を描くと第25-A図-第25-D図のようになる．縦軸は線源—検出部の中間点の位置を示し，横軸には Φ, およびそれに対応する密度の値を示した．線源の位置が薄層 F_2 の上端の境界面にある場合，および検出部が F_2 の下端の境界面にある場合，Φ は極小値を示し，見掛け上 F_1, F_3 より大きい密度を指示する．F_2 層から上下に遠ざかるにしたがって F_2 の影響は小さくなる．すなわち，線源が F_2 の上端の境界面から上方に，また検出部が下端の境界面から下方にそれぞれ 10 cm 以上遠ざかった位置では F_2 の影響はなくなり，F_3 本来の密度を示す．境界面における同じような傾向は2層の境界面を扱った場合にも指摘した．

$R>h$ の場合，線源部が F_2 を上方から下方にむかって横切る間，Φ は指数関数的に増加する．一方検出部が F_2 を下方に横切る間指数関数的に減少する．$R<h$ の場合には線源が上端の境界面から下方に移動し線源—検出部が F_2 に完全に包含されるまで Φ は指数関数的に増加し，一方線源部が F_2 の下端の境界面から下方に移動し線源—検出部が F_2 から離脱するまで指数関数的に減少する．したがって $R>h$ の場合 F_2 に対して $R-h$ の領域 T_2 だけ Φ は一定となる．この場合較正密度は F_2 本来の密度より見掛け上大きい値を示す．例えば $h=20$ cm の場合，$R=40$ cm では約 $1.68g/cm^3$, $R=60$ cm では約 $1.80g/cm^3$ となる．また T_2 の中心は F_2 の中心と一致する．$R<h$ のときは検出部の位置が F_2 の上端の境界面にあるとき，および線源部が下端の境界面にあるとき Φ はそれぞれ極大値を示す．これら2つの極大値の位置の中心は F_2 の中心と一致する．$R=h$ の場合は Φ の極大値は1つとなりその位置は F_2 の中心に相当する．これらの極大値は密度 $1.4g/cm^3$ の無限媒質に対する Φ の値よりわずかに大きい．$R<h$ の場合には2つの極大値



第25–A図　挟まれた地層付近の Φ（その 1）

を示す位置付近をのぞけば F_2 本来の密度を示す.

一般に薄層を対象とした検層では，その厚さを知りたい場合が多い. 前述のように薄層 F_2 の影響をうけてその上下において Φの極小値があらわれるが，これら 2 つの極小値の間の長さを T_1 とすると，(T_1-R) は F_2 の厚さ h に相当する. 一方 $R>h$ の場合，一定の Φ を示す長さ，$R<h$ の場合 2 つの極大値の間の長さをともに T_2 であらわし，これを F_2 に対応させると，$R>h$ かつ$R<2h$ の場合は $(2h-R)$ の過小評価，また $R>h$ かつ $R>2h$ の場合には $(R-2h)$ の過大評価をする. 一方 $R<h$ ではRだけ過小評価する. $R=2h$ の場合に限り T_2 は h に相当する.

2.3　野外における γ-γ 密度検層の適用

2.3.1　検層の適用例と特性試験

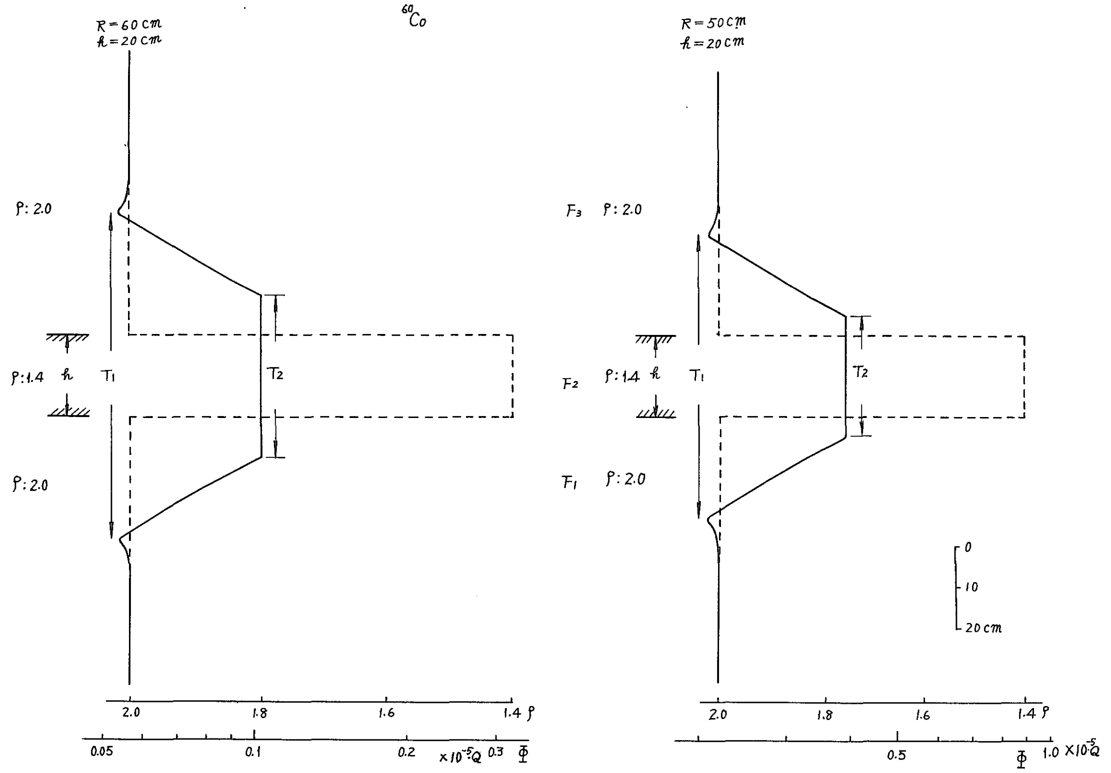
1)　線源一検出部の距離と応答

線源一検出部の距離Rと応答について試験をするため山口県岩国市帝人KK岩国工場内に掘さくされた地質調査所地下構造調査用観測井を利用して γ－γ 密度検層を行った（中井・小鯛，1967）. 本孔井は検層時にはすでに仕上げ孔井として内径 154 mm, 外径 165 mm の鉄ケーシングが挿入された状態にあった. 線源には ^{137}Cs 10 mCi を用いRは 51 cm, 39 cm の 2 通りとした. 第26図はその結果である. R = 51 cm の場合のみについて較正したが，この場合便宜上プローブの位置が孔井の中心にある場合と，孔壁に接している場合との平均値を用いた. 深度 4–22m では砂質シルト層およびシルト質砂層が大部分を占めているが，これらに比較して 22–40m の厚いシルト層では明らかに計数率が増加しており，密度が小さくなっている. 40m 以深では砂礫層によって計数率がいちじるしく減少している.

計数率 I の変化率と密度 ρ の変化率との比

$$\beta=\frac{\Delta I}{I}\Big/\frac{\Delta\rho}{\rho}\qquad(52)$$

は密度測定の感度の尺度を表わすものとみなしてよい（Homilius and Lorch, 1958). この比率が大きくなるにしたがい測定系の分解能も向上する. 検層曲線から得られた β を第 4 表に示した. ここで I および ΔI は統計的揺動および孔井内でのプローブの偏心をも含めて検層曲



第25-B図　挟まれた地層付近の Φ（その2）

第4表　Rによる分解能の比較

（山口県岩国市日ノ出町帝人ＫＫ岩国工場内密度検層）

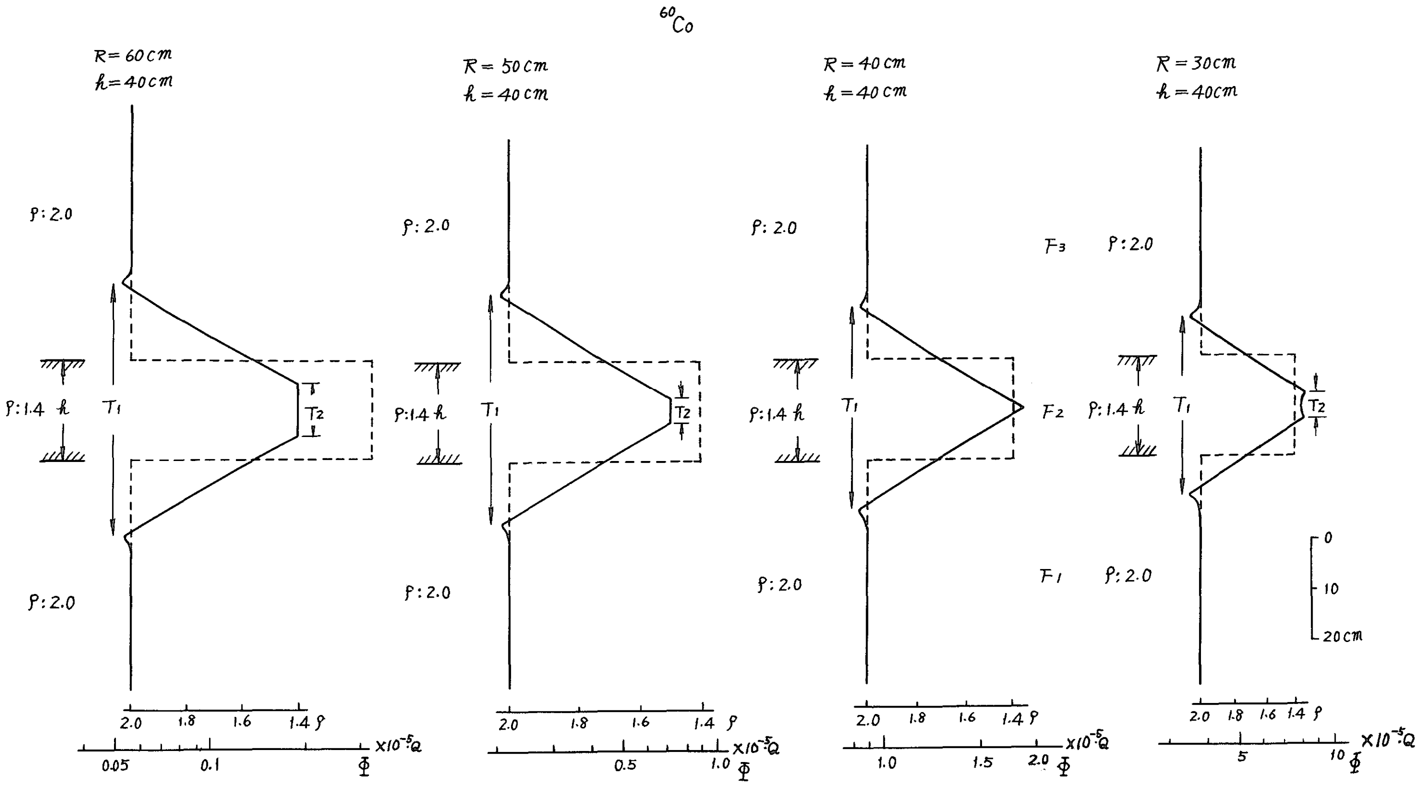
比較地層（深度m）	密度 g/cc	$\beta=\frac{\Delta I}{I}\Big/\frac{\Delta\rho}{\rho}$ R: 39 cm	R: 51 cm
シルト～{シルト混り砂, シルト質砂, 砂質シルト} 27—34　5—12	1.38—1.90	0.63	0.91
{シルト混り砂, シルト質砂, 砂質シルト}～砂礫 5—12　41—45	1.90—2.50	0.99	1.26

線が比較的一定した値を示す孔井断面での値をえらんだ．$\Delta\rho$ は本来小さい変化量として扱うべきであろうが，便宜上かなり大きい値のまま使用した．したがって β はその間の平均的な分解能といえよう．ただし ρ および $\Delta\rho$ は R = 51 cm の場合の較正によって決めた値を用いている．第4表からRが大きくなれば分解能がよくなることが量的にも明らかである．この場合鉄ケーシングが挿入されているので孔径の変化による誤差は考慮していない．Rを大きくすれば計数率が減少し統計的誤差が大きくなるが，線源強度を大きくしてこれを防ぐことによって分解能を向上させることができる．

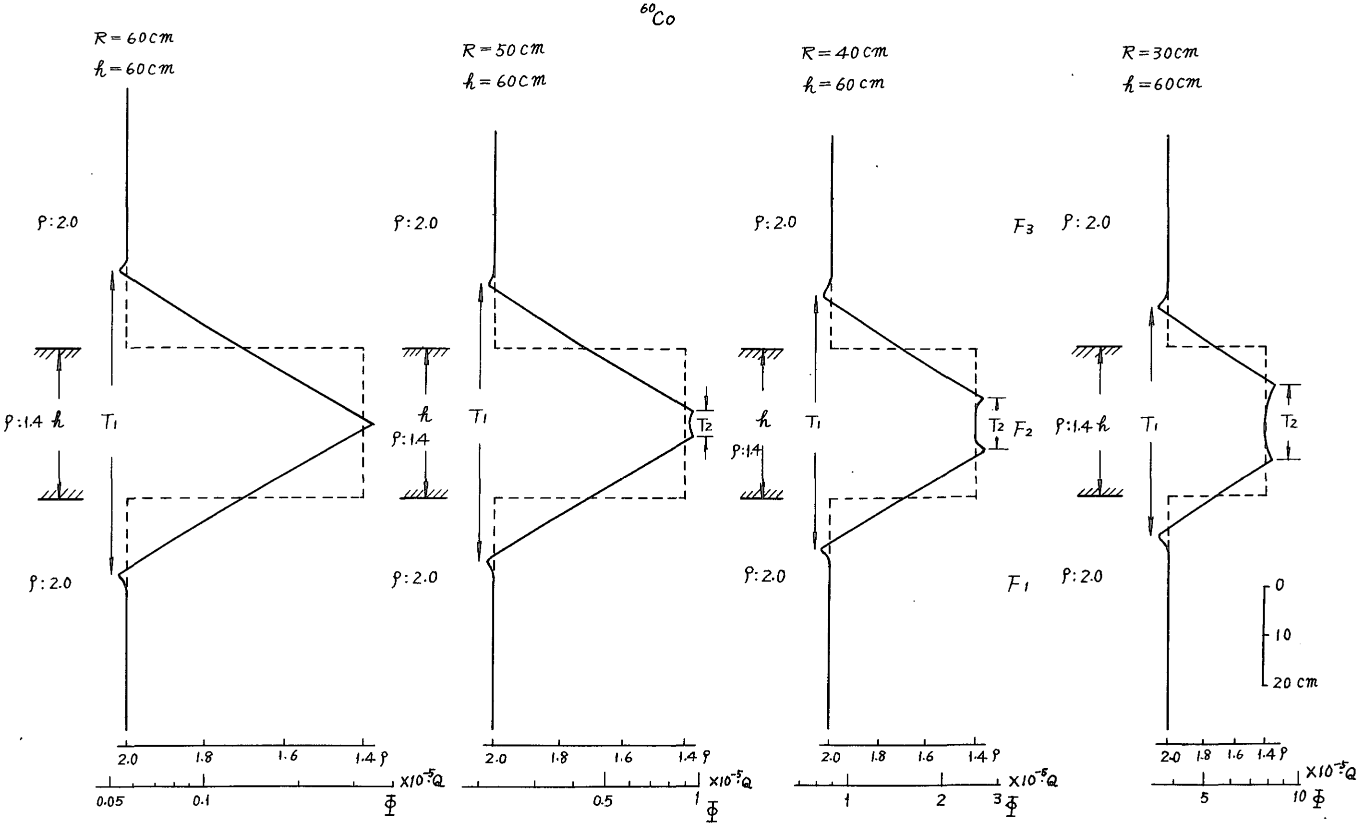
2）　初期エネルギーと応答

第27図は岐阜県土岐市松ケ池付近の黒雲母花崗岩体に掘さくした孔径 47 mm の裸孔内での ^{60}Co, ^{137}Cs による検層曲線を比較したものである．コア試料から孔井断面の花崗岩は随所で破砕または風化をうけている．これらによる密度変化の計数率におよぼす影響が顕著にあらわれている．対応するピークの高さによってエネルギーの低い ^{137}Cs の方が ^{60}Co にくらべて応答がすぐれており，拡散理論の結果を裏付けている．これらのピークが孔径の増大によるものと考えた場合にも孔径の変化に対する散乱 γ 線の相対的変化が ^{60}Co にくらべて ^{137}Cs の方が大きいという理論計算結果と矛盾していない．

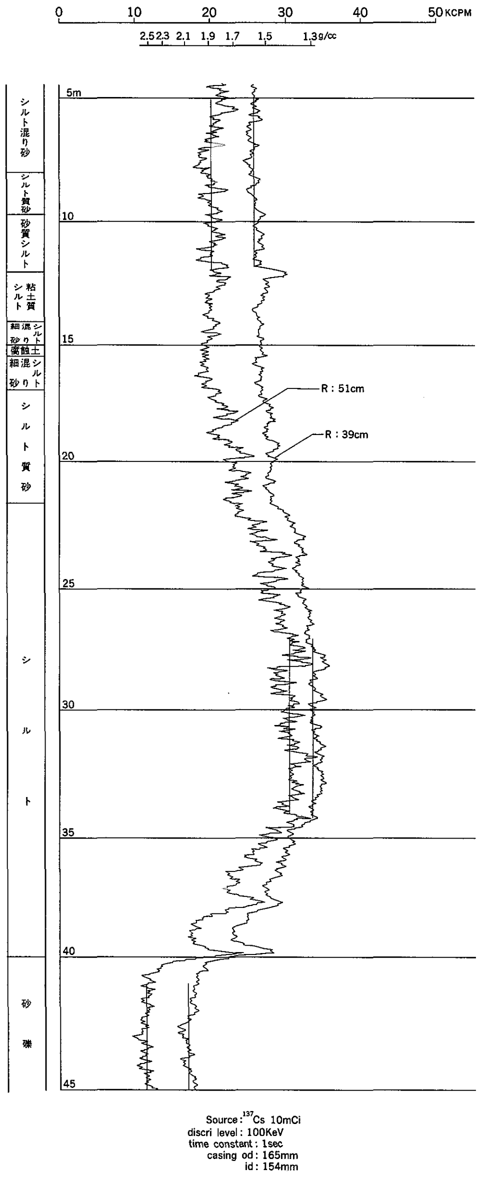
3）　プローブの位置の偏心とその影響



第25-C図　挾まれた地層付近のΦ（その3）



第25-D図　挾まれた地層付近のΦ（その4）



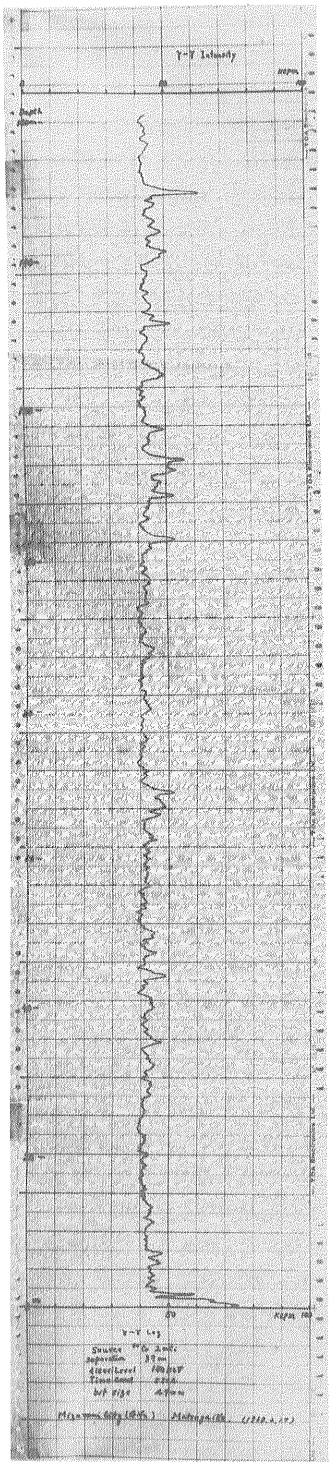
第26図　山口県岩国市日ノ出町帝人KK岩国工場内における密度検層（Rによる検層曲線の比較，較正はR＝50 cm）

第28図に示す検層曲線は，石川県七尾市此ノ木における地質調査所天然ガス地下貯蔵試験井 No. 2 孔井において得られたものである．地質断面の上部（0－85 m）は新第三紀層の砂質シルト岩が優勢で 85 m 以深はシルト岩である．孔径は全深度を通じて 115 mm でありこれに対する ^{137}Cs（5mCi）を使用した場合の実験的較正曲線を第29図に示した．Rが 32 cm, 39 cm の場合はプローブの孔井内での位置の偏心によって計数率がかなり減少する．したがって，使用する較正曲線についても考慮しなければならない．Rが 51 cm になると偏心の影響はほとんどみとめられない．プローブが孔壁に接し偏心が最大になったとき R＝32 cm, 密度 1.5g/cm^3 において 0.17g/cm^3, 密度 2.0g/cm^3 において 0.21g/cm^3 の過大評価をする．また R＝39 cm では過大評価はそれぞれ 0.11g/cm^3 および 0.13g/cm^3 となる．第28図にはこれら2つの較正目盛をほどこしてある．

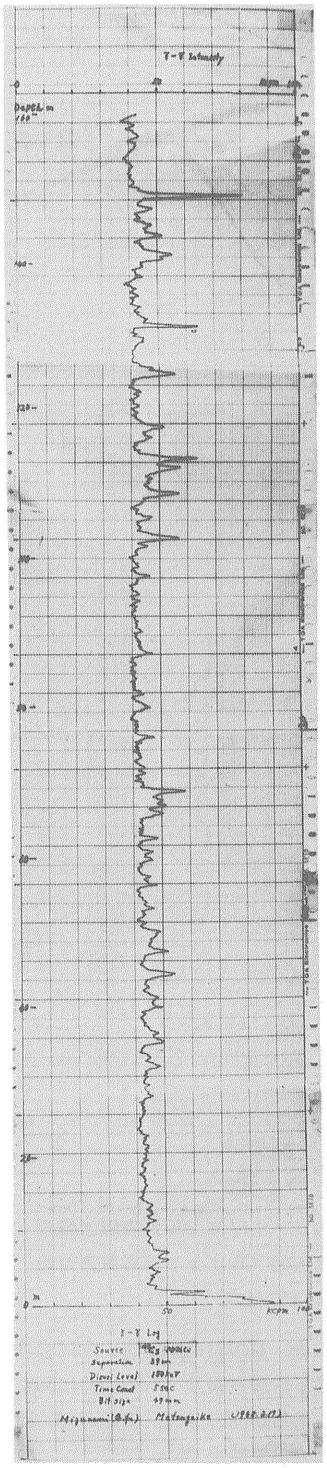
80 m 以深のシルト岩の部分はプローブの偏心位置を考慮してもなお砂質シルト岩を主とした上部層とくらべて平均的に計数率が高くそれらの区別が明瞭に認められる．また 15 m, 61 m 付近で 0.6 m, 1.5 m の厚さの緻密質石灰質ノジュールを貫いているが，これらは低い計数率を示し他と明確に区別することができる．表層付近（0–10 m）では風化その他による密度の低下が考えられ計数率は比較的高い．

2.3.2　コア測定結果との比較

コア測定より求める密度は検層結果を評価する場合の基準とされる．七尾市此ノ木におけるコア測定による密度とγ－γ 密度検層値との関係を第30–A, B図に示した．実線は実験的較正曲線で，破線は計数率に対する5％の危険率の統計的誤差を示す範囲である．R＝32 cm の場合はプローブの位置が孔井の中心にある場合と，孔壁に接している場合を記入してある．コア測定値が統計的誤差範囲内に比較的よく分布しているのは孔井の保存が良好で孔径の拡張がなく，したがって理想的な検層がなされたためであろう．この場合は計数率の統計的誤差が検層の誤差に基本的に寄与している．またこの例では計数率が比較的小さく，したがって密度の誤差が一般に大きい．コア測定値が統計的誤差範囲外にバラつく原因の一つとして mud cake が考えられるが，その厚さは普通薄くおそらくこれによる影響は小さいものと思われる．別の大きな要因としてサンプリング位置と検層が対象とする位置のひらき，およびコアと検層との間の深度の不一致が考えられる．検層曲線から得られる密度は数10 cm の間の地層の平均的な値を示すのに対してコアの値はわずかに数 cm 四方の小さな試料の測定によって得られるものである．したがってシルト岩のごとく比較的均質な岩石においてもなおその周囲の岩石を代表させようとすることに無理がある．またコアの深度と検層の深度とはそれぞれまったく独立した方法で測定されており，両者は必ずしも一致しないのが普通である．またコアは100％回収されることはほとんどなく，したがって回収率が悪い場所では各コアの正しい深度を求めることは必

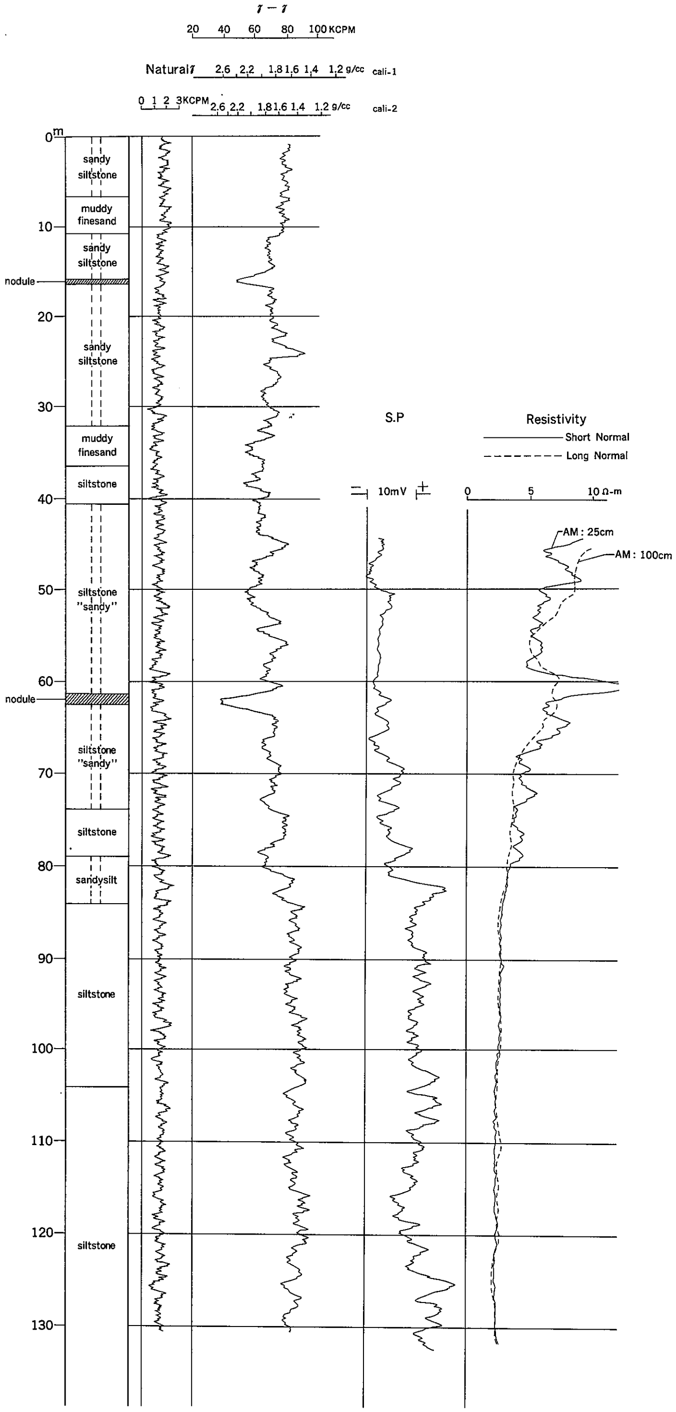


^{60}Co (2 mCi)



^{137}Cs (10 mCi)

第27図　岐阜県瑞浪市日吉松ヶ池における密度検層（^{60}Co と ^{137}Cs による検層曲線の比較.
R = 39 cm, discri level: 150 KeV, time constant: 1 sec, bit size: 49 mm)

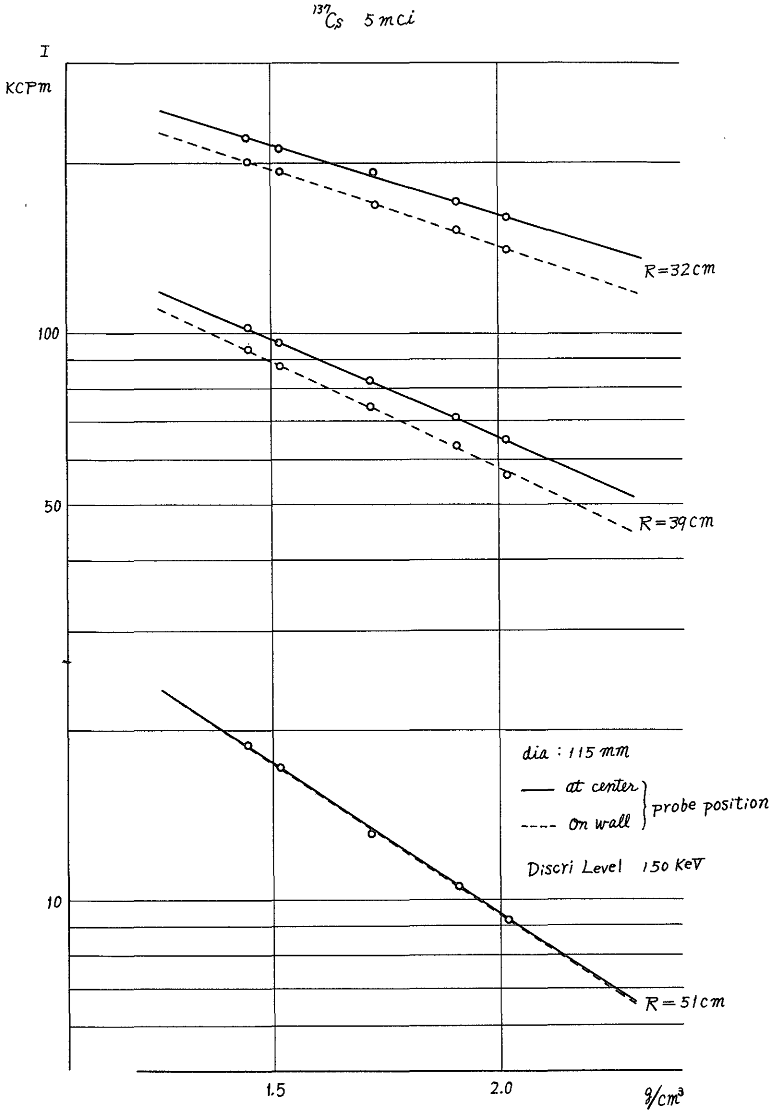


第28図 石川県七尾市此ノ木における密度検層および電気検層

Natural γ
discri level: 30 KeV
time constant: 1 sec

γ-γ
source: ^{137}Cs 5 mCi
R : 39 cm
discri level: 150 KeV
time constant: 0.5 sec
bit size: 115 mm

cali 1: probe の位置が孔井の中心の場合, cali 2: probe の位置が孔壁に接している場合
註）地質柱状図は近藤善教, 電気検層図は高木慎一郎による



第29図 石川県七尾市此ノ木密度検層較正曲線

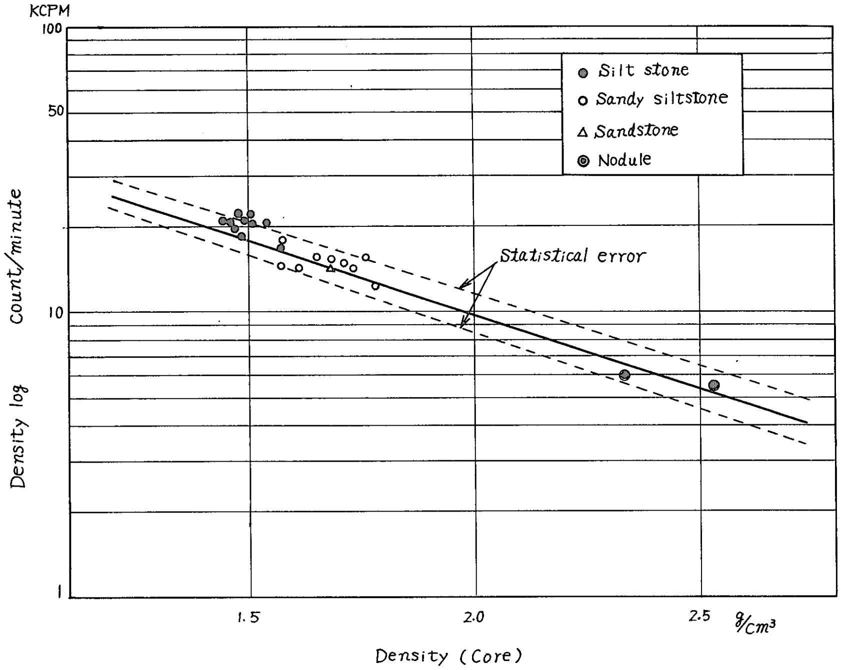
ずしも容易でない．統計的取り扱いによって説明の困難な誤差の多くはこれらの諸要因の一部によるか，あるいはそれらの累積によるものであろう．

2.3.3 他の物理検層との併用

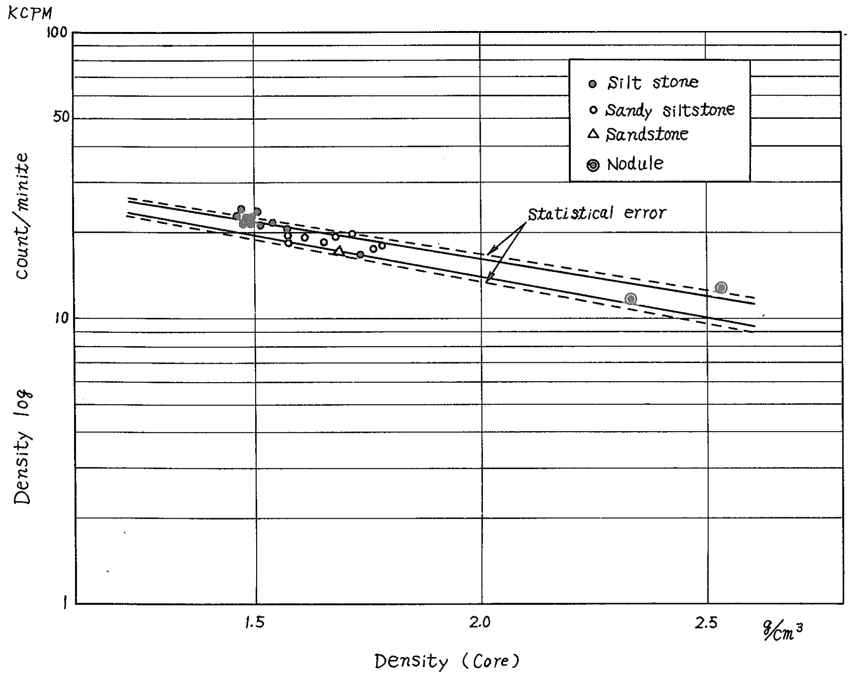
七尾市此ノ木における密度検層図（第28図）には併行して実施した電気検層曲線（自然電位，比抵抗）が示してある．これらの曲線には 85 m 以深のシルト岩に対して顕著な示徴が見られる密度検層を裏付けるデータとなっている．また，自然電位曲線および Long Normal の比抵抗曲線において小さい異常しか認められていないノジュールの存在は密度検層曲線によって明白に検出されている．この例によっても密度検層と電気検層の併用が孔井地質断面の情報を有効的にもたらすことが期待される．

2.3.4 密度測定の誤差

$\gamma-\gamma$ 密度検層の指示値は地層の密度以外に線源—検出部距離，孔径等の変化による影響をいちじるしくうける．また記録される計数率には統計的誤差が伴っている．これらに起因する測定密度の誤差を考察した．孔径をパラメータとして取り扱う場合，必然的に孔井水の密



第30－A図　コア測定結果と検層値の比較（^{137}Cs 5 mCi, R = 51 cm, 破線は危険率5％の統計的誤差範囲を示す）



第30－B図　コア測定結果と検層値の比較（^{137}Cs 5 mCi, R = 32 cm, 破線は危険率5％の統計的誤差範囲を示す）

度の変化も考慮しなければならない．一方，鉄ケーシングの及ぼす効果は検出器の外とうと本質的に同じものとみなせるので，その有無は全く別種の測定として処理できる．$\gamma-\gamma$ 密度検層機の指示値 I は基本的に次の関係式で表わされる．

$$I = f(\rho, R, d, \bar{\rho}) \quad \cdots\cdots (53)$$

ここに d は孔井の直径，$\bar{\rho}$ は孔井水の密度とする．したがって密度 ρ は次のように書きかえられる．

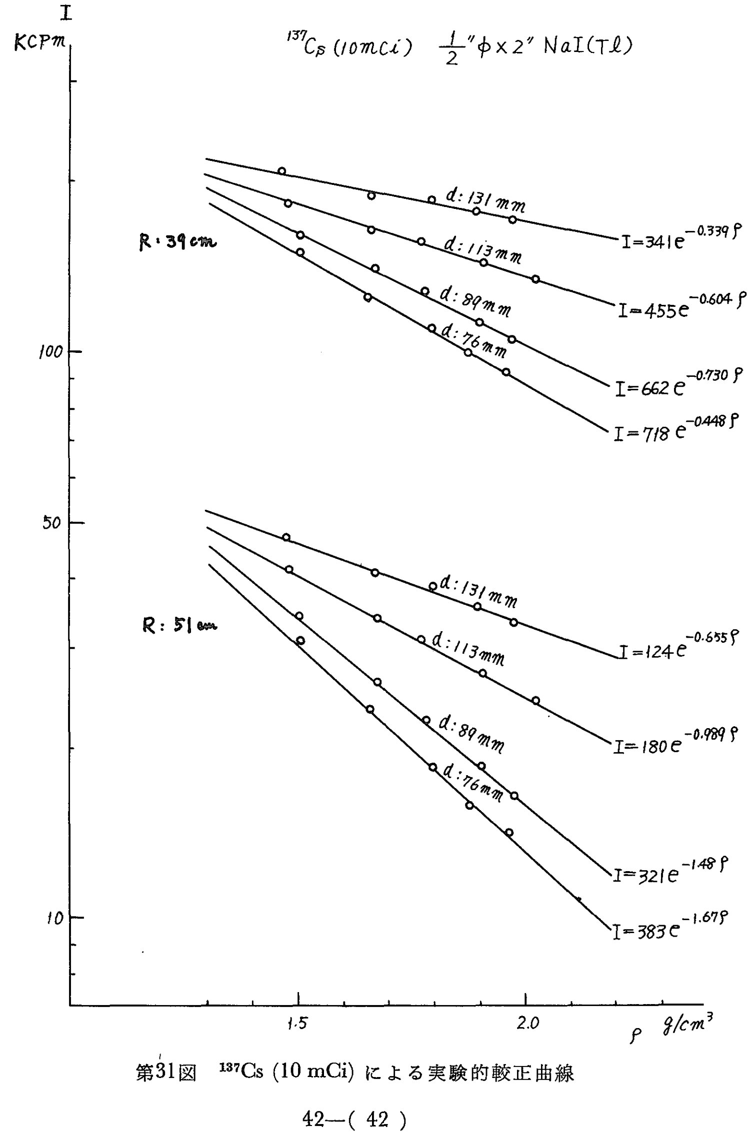
$$\rho = g(I, R, d, \bar{\rho}) \quad \cdots\cdots (54)$$

I から較正曲線によって決められる密度 ρ に伴う誤差 $\Delta\rho$ は

$$\Delta\rho = \frac{\partial g}{\partial I}\Delta I + \frac{\partial g}{\partial R}\Delta R + \frac{\partial g}{\partial d}\Delta d + \frac{\partial g}{\partial \bar{\rho}}\Delta\bar{\rho} \cdots\cdots (55)$$

ここで $\Delta I, \Delta R, \Delta d, \Delta\bar{\rho}$ は $I, R, d, \bar{\rho}$ の誤差あるいは変化量とする．$\bar{\rho}$ は石油，天然ガス井以外，あるいは孔底以外においては一定 (1.0g/cm³) と仮定してもよいであろう．また R は測定装置に固有の量である．したがって式(55)の第 2，第 4 項は消える．

^{60}Co(2mCi), ^{137}Cs(10mCi) を使用し，R を 39 cm, 45 cm, 51 cm, 57 cm, 孔井の直径 d を 76 mm, 89 mm, 113 mm, 131 mm と変化させた場合の ρ に対する計数率 I を実験的に求めた．ただしこの場合弁別エネルギーレベルは 150 KeV とした．拡散近似による散乱 γ 線強度は ρ の変化のせまい範囲では，ρ に関して指数関数的変化をするものとみなすことができる．また一方，まったく現象論的にみてもこれらの関係は，



第31図 ^{137}Cs (10 mCi) による実験的較正曲線

$$I = Ae^{-\mu\rho} \cdots\cdots (56)$$

として近似的に表わしうる．得られた測定値について最小自乗法により実験的較正曲線群を求めた．これらの一部を第31図に示す．

log A を B とおいた場合

$$\rho = \frac{B - \log I}{\mu} \cdots\cdots (57)$$

の関係が見いだされる．ここにB，μ はそれぞれR，d の関数である．したがって

$$\Delta\rho = \left(\frac{\partial\rho}{\partial I}\right)\Delta I + \left(\frac{\partial\rho}{\partial B}\frac{\partial B}{\partial d} + \frac{\partial\rho}{\partial\mu}\frac{\partial\mu}{\partial d}\right)\Delta d \cdots (58)$$

ここで

$$\frac{\partial\rho}{\partial I} = -\frac{1}{\mu I},\quad \frac{\partial\rho}{\partial B} = \frac{1}{\mu},\quad \frac{\partial\rho}{\partial\mu} = -\frac{B - \log I}{\mu^2}$$

$\frac{\partial\mu}{\partial d}$，$\frac{\partial B}{\partial d}$ はまったく経験的に求めることができるので，ΔI, Δd の係数はきまる．

1）計数率の誤差 ΔI に起因する誤差

指数率計の出力の相対標準誤差は次式で与えられる．

$$\frac{\sigma_V}{V} = \frac{1}{\sqrt{2I\tau}} \cdots\cdots (59)$$

ここに

σ_V：計数率計出力の標準誤差

V：計数率計の出力

I：計数率

τ：時定数

したがって連続検層記録をよむ場合には計数率の標準誤差として $\sqrt{I/2\tau}$ を考慮しなければならない．時定数 τ を大きく選べば，計数率の統計的誤差は小さくなるが，地層密度の変化に対し計数率計の指示の追従が劣化する．一方，I は使用している線源強度Q（たとえばmCi数）に比例するので強度をMにすればIの相対標準誤差は一般にQの場合に対して $\sqrt{\frac{Q}{M}}$ 倍となる．ΔI はQ，τ がパラメータになるほか実際上においては検出器に供給する電源電圧のドリフトに左右される場合が多いが，これは全く異質のものであり，ここでは取り扱わない．

上述のように統計的な ΔI による $\Delta\rho$ は，量的には本質的なものではないが，^{137}Cs を使用し，R = 51 cm，τ = 0.5 sec, 1.0 sec, 2.0 sec, 5.0 sec とした場合の相対標準誤差 ρ_ρ/ρ を例示したのが第32-A，B，C，D図である．

一般にこれらに関して次のことがいえる．

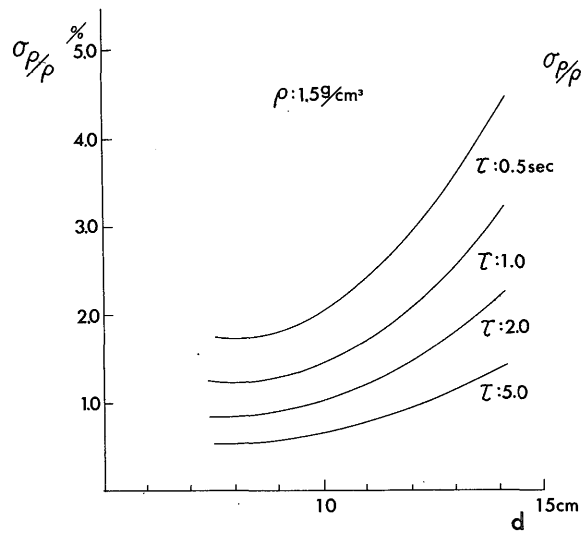
a）dが小さいほど σ_ρ/ρ は小さくなる．

b）σ_ρ/ρ は ρ によって大きく変化しない．

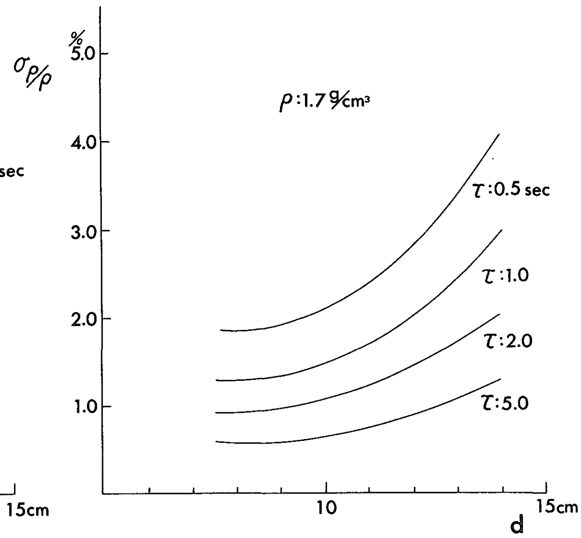
2）孔径の測定誤差 Δd に起因する誤差

計数率の統計的誤差に伴う相対標準誤差 σ_ρ/ρ には一般性はない．一方孔径の測定誤差あるいは孔径変化によ

^{137}Cs 10mCi R:51cm

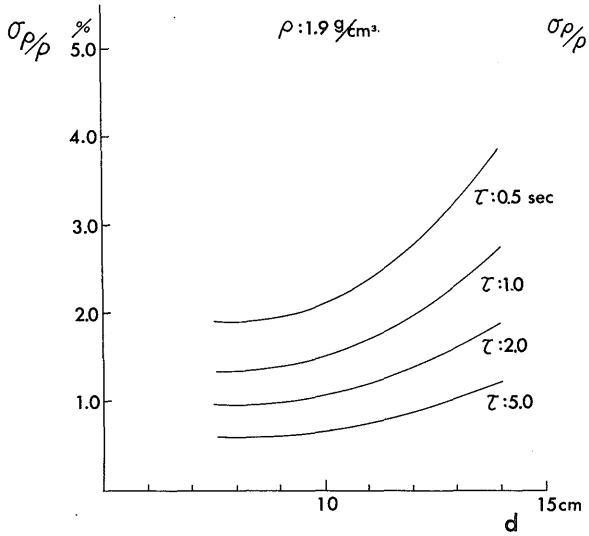


第32-A図　計数率の統計的誤差による密度の相対標準誤差（その1）

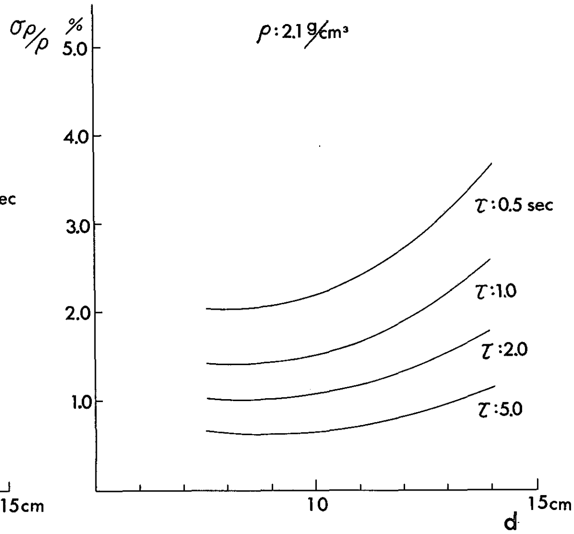


第32-B図　計数率の統計的誤差による密度の相対標準誤差（その2）

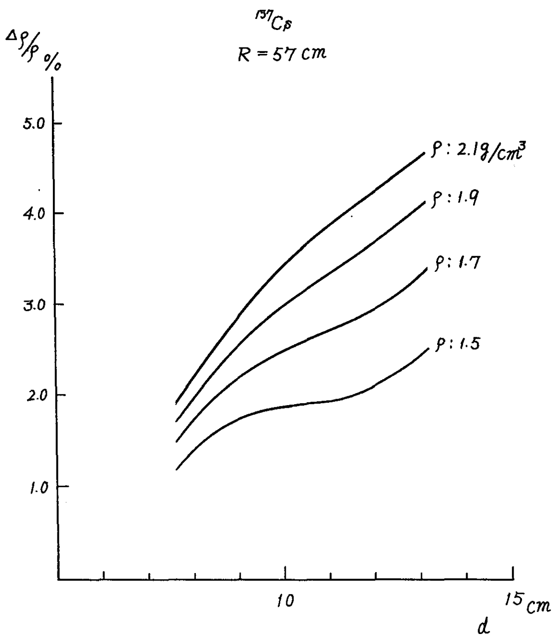
^{137}Cs 10 mCi　　R:51cm



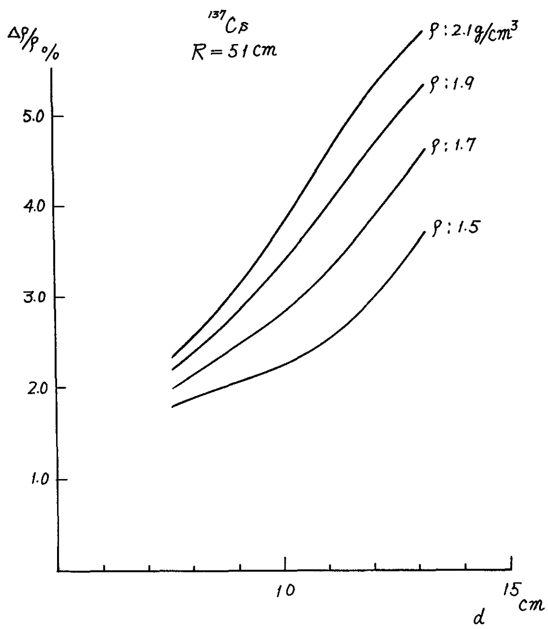
第32-C図　計数率の統計的誤差による密度の相対標準誤差（その3）



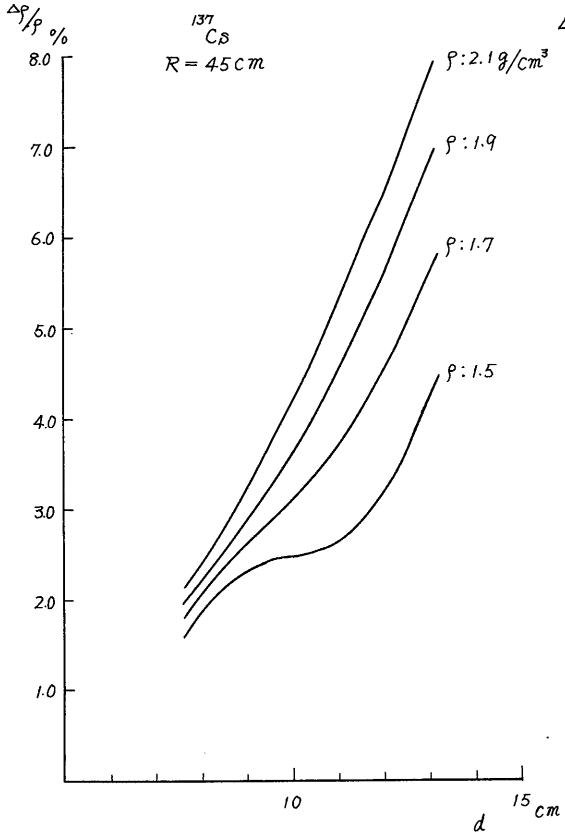
第32-D図　計数率の統計的誤差による密度の相対標準誤差（その4）



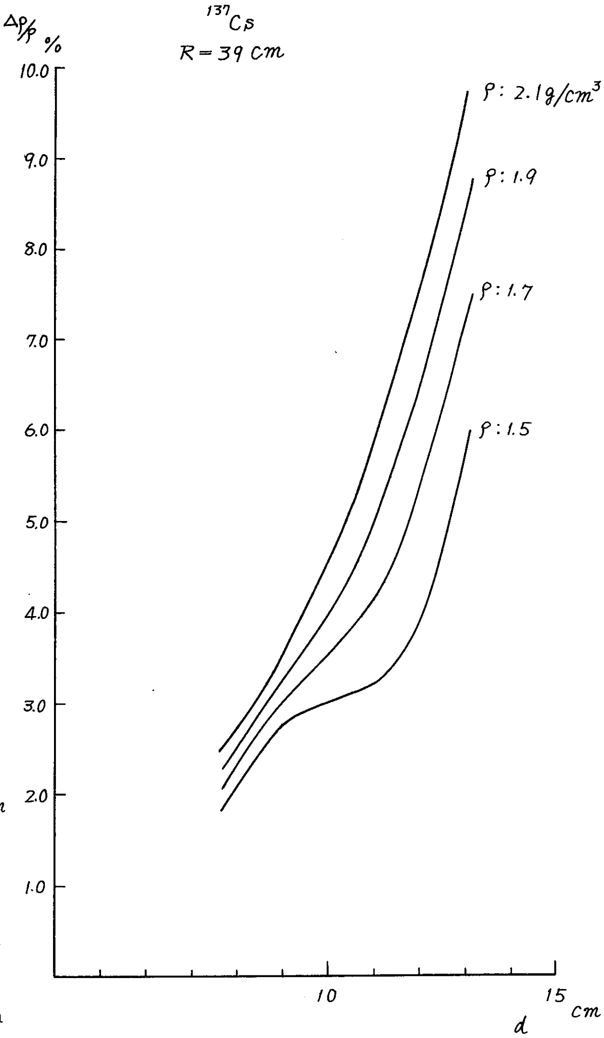
第33-A図　Δd = 5 mm による測定密度の相対誤差（その1）



第33-B図　Δd = 5 mm による測定密度の相対誤差（その2）



第33−C図　Δd ＝ 5 mm による測定密度の相対誤差（その3）



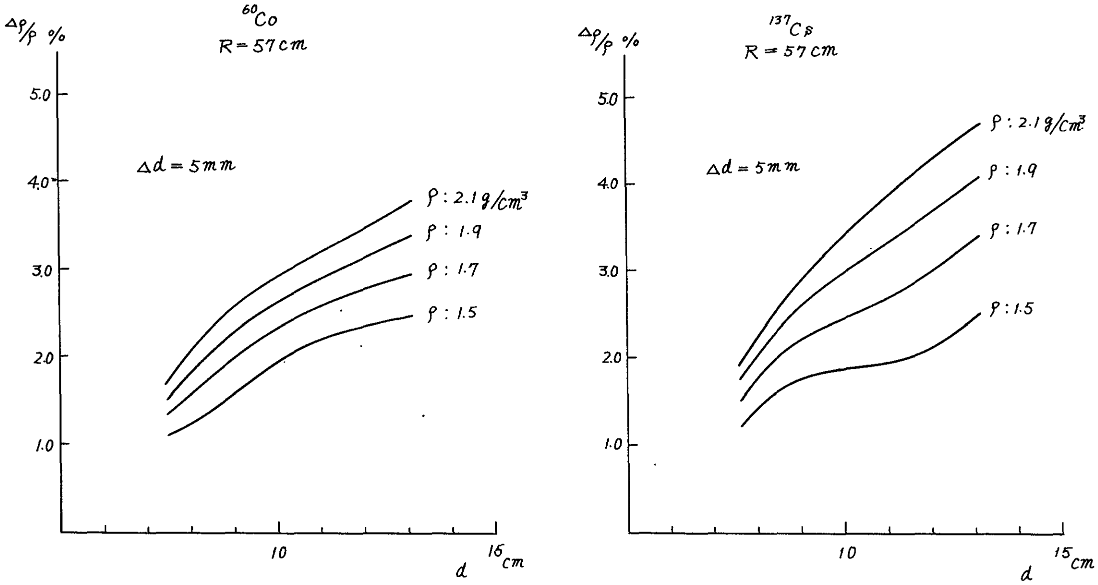
第33−D図　Δd ＝ 5 mm による測定密度の相対誤差（その4）

る影響は計数率とは無関係に $\Delta\rho$ に関連をもつ本質的なものである．Δd を 5 mm と仮定した場合の相対誤差を計算した．線源が ^{137}Cs, R ＝ 57 cm, 51 cm, 45 cm, 39 cm の場合についての結果を第33−A，B，C，D図に示す．ρ が 1.5–2.1g/cm^3 の範囲では d ＝ 76 mm, 89 mm, 113 mm, 131 mm に対して $\Delta\rho/\rho$ はおのおの 1.1–2.5%, 1.8–3.5%, 2.0–6.4%, 2.5–9.7% となり孔径のみの影響を考える場合 d が 100 mm 以下での精度は充分実用的である．

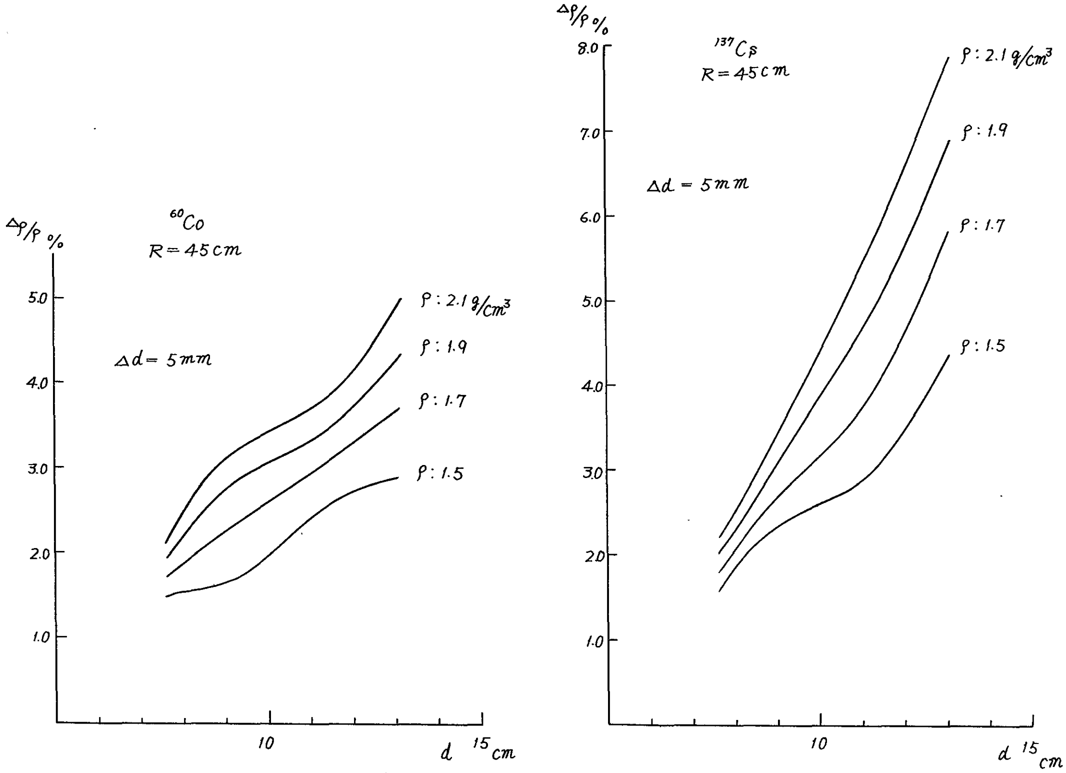
一般的な傾向としてRが大きくなるにしたがって $\Delta\rho/\rho$ は小さくなる．一方 ρ が小さいほど，また d が小さいほど $\Delta\rho/\rho$ は小さくなる．^{60}Co と ^{137}Cs についての結果を比較すると（第34−A，B図），R ＝ 57 cm ではやや不明確であるが R ＝ 45 cm では明らかに差異が認められ，^{137}Cs の方が Δd の密度測定に及ぼす影響がより大きいことがわかる．この結果は，2.2.8 において地層−坑井水系問題として理論的に考察した孔径測定の誤差，または孔径の拡大に伴う密度の過小評価の傾向と一致している．

2.3.5　指向性プローブ

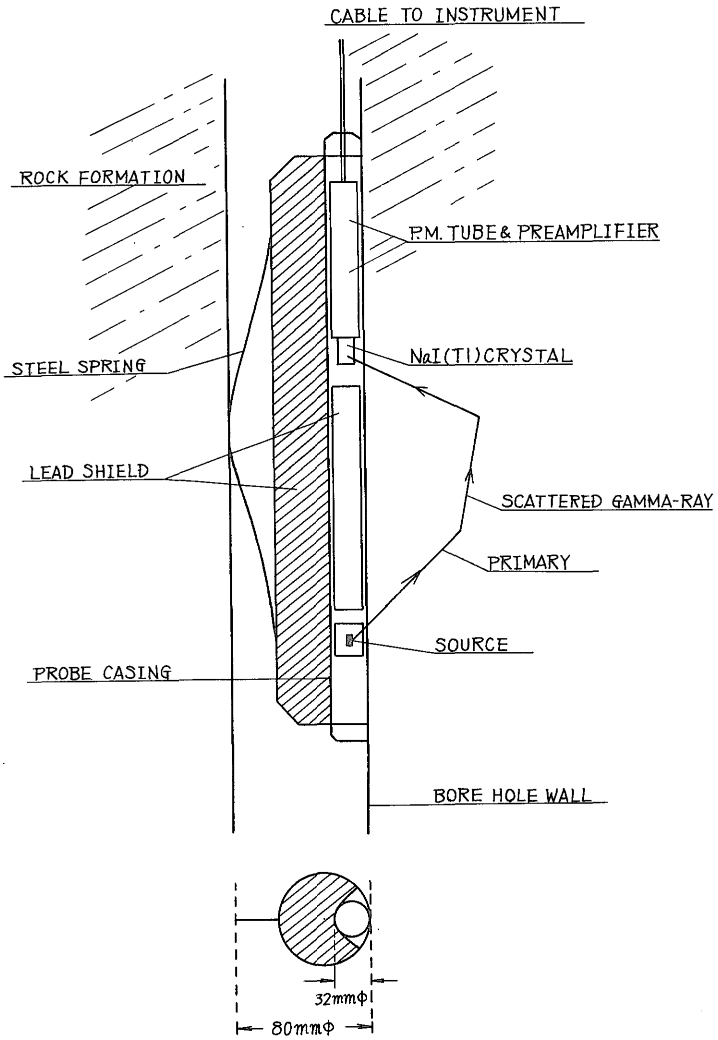
孔井水—地層系では孔径の増大とともに較正曲線の傾斜がゆるやかになり，密度の変化による応答がわるくなる．地層に入射する γ 線の方向に指向性をもたせたプローブを（指向性プローブ）作成し，野外において本来のプローブと応答の比較をした．一方拡散理論計算によってもこれらの比較を行った．指向性プローブの概略を第35図に示す．直径 80 mm の鉛円筒の表面近くに従来使用したプローブを挿入固定させたもので，線源—検出部を孔壁に密着させるようにその反対面にアームが取り付けてある．鉛遮蔽を半無限体の完全な γ 線吸収体と考



第34−A図　線源による $\Delta\rho/\rho$ の影響の比較（その 1）



第34−B図　線源による $\Delta\rho/\rho$ の影響の比較（その 2）



第35図　指向性プローブの概要

え，平面で半無限体の地層と接するものとし，その平面上に γ 線源と検出部を考えることによって，この指向性プローブをシミュレートした．この場合境界面近くに仮想線源 Q,−Q を使い Dipole の考えによって解を求めうる (Tittman and Wahl, 1962)．第36図から点 P における γ 光子密度 n は

$$n = \frac{Q}{4\pi D}\left[\frac{e^{-r_1/L}}{r_1} - \frac{e^{-r_2/L}}{r_2}\right] \cdots\cdots\cdots\cdots(60)$$

ただし

$$r_1 = \sqrt{(x-a)^2+y^2} \quad r_2 = \sqrt{(x+a)^2+y^2}$$

式(60)から $x=0$ において $n=0$ となり境界面における条件を満たしている．検出点 Dt の計数率は $x=0$, $a\to 0$ における x 方向の γ 光子の流れの密度 $|Jx|$ に比例すると考えてよい．Fick の拡散法則から

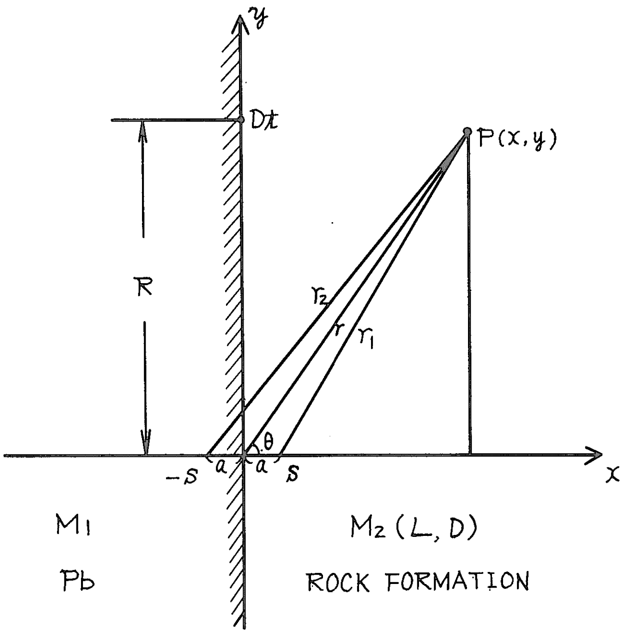
$$\lim_{a\to 0}|J_{x=0}| = \lim_{a\to 0}\left|\left(-D\frac{\partial n}{\partial x}\right)_{x=0}\right|$$

$$= \lim_{a\to 0}\left[\frac{2aQ}{4\pi r^3}\left(1+\frac{r}{L}\right)e^{-r/L}\right] \cdots\cdots\cdots(61)$$

数学的に Q を適当に大きくし

$$\lim_{a\to 0} 2aQ = Qm$$

なる実際的な強度の線源 Qm を考えると $x=0$ において



第36図 指向性プローブの理論的応答曲線の計算

$$|J| = \frac{Qm}{4\pi r^3}\left(1+\frac{r}{L}\right)e^{-r/L} \quad \cdots\cdots\cdots\cdots(62)$$

計算例として r(＝R) を 30 cm, 50 cm とし，半径 5 cm の孔井における通常プローブの応答と比較してこれを第37, 38図に示した．図からも明らかなように指向性プローブの応答特性のいちじるしい向上が認められる．したがって孔径が大きい場合には線源強度 Qm を考慮しながら指向性プローブを使用することは密度測定精度の向上に効果的な手段となる．

第39図は福島県いわき市谷地で実施した通常プローブと指向性プローブによる検層結果の比較である．孔井の地質断面は第三紀の砂岩 (0–100 m)，砂質頁岩と砂岩の互層(100–186 m)，砂岩と頁岩の互層 (186–205 m) からなっており，まれに礫を挾んでいる．孔井には内径 77 mm, 外径 83 mm の鉄ケーシングが挿入されており，これと指向性プローブとの間隙はほとんどない．この場合ケーシングの曲率がかなり大きいという問題点はあるが，平面の境界を有する鉛—地層系モデルに準ずるものと考えた．

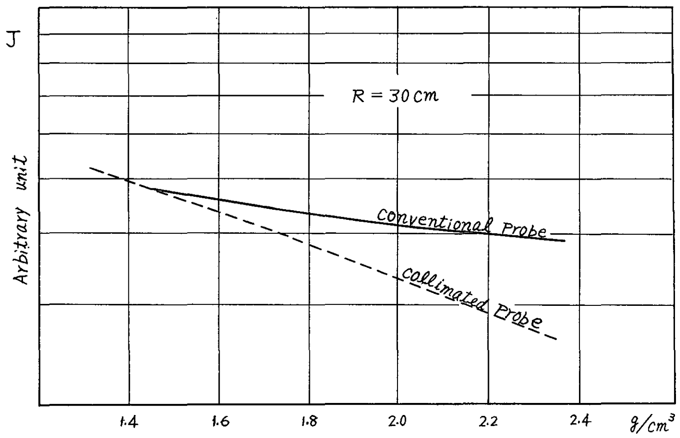
深度 111 m, 138 m, 165 m, 200–205 m 付近に現われている極大ピークは低密度の頁岩層，湧水帯，ケーシング背後の空洞などを示し，103 m, 210–215 m の極小ピークは礫によるものと考えられるが，通常プローブに比較して指向性プローブを使用すると，より顕著な指示値の変化が認められる．一方 120–135 m, 170–200 m では，通常プローブでは現われない変化が指向性プローブによって顕著に現われている．

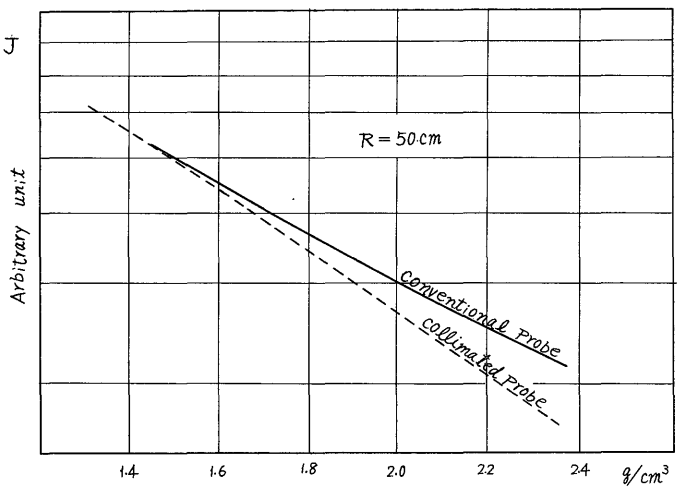
以上のように理論的計算結果や野外試験の結果から指向性を持たせたプローブの応答のいちじるしい向上が認められた．

3. 低エネルギーγ線源による重金属鉱床の検層法

3.1 低エネルギーγ線源を用いたγ–γ検層

γ–γ密度検層は本来岩石の主成分元素によるコンプトン散乱γ線を測定して，見掛け密度を決定するものである．岩石中に非放射性の Pb, Hg, Sn, W, Zn 等の原子番号の大きい金属元素が混入している場合には，これらによる光電効果作用が強くなり低エネルギー散乱γ線が減少する．したがって弁別エネルギーレベルをさらに低く設定することによって検出される散乱γ線強度が岩石中の重い元素に依存する検出器を作りうる．光電効果作用の断面積は Z を原子番号，E をエネルギーとしたときおおよそ $Z^{3.6}/E^3$ に比例する．したがって ^{60}Co, ^{137}Cs に比較して初期エネルギーのさらに低いγ線源を用いると散乱γ線の減少は急激にいちじるしくなり，重い元素の検出により一層効果的となる．孔井断面での岩石密度の





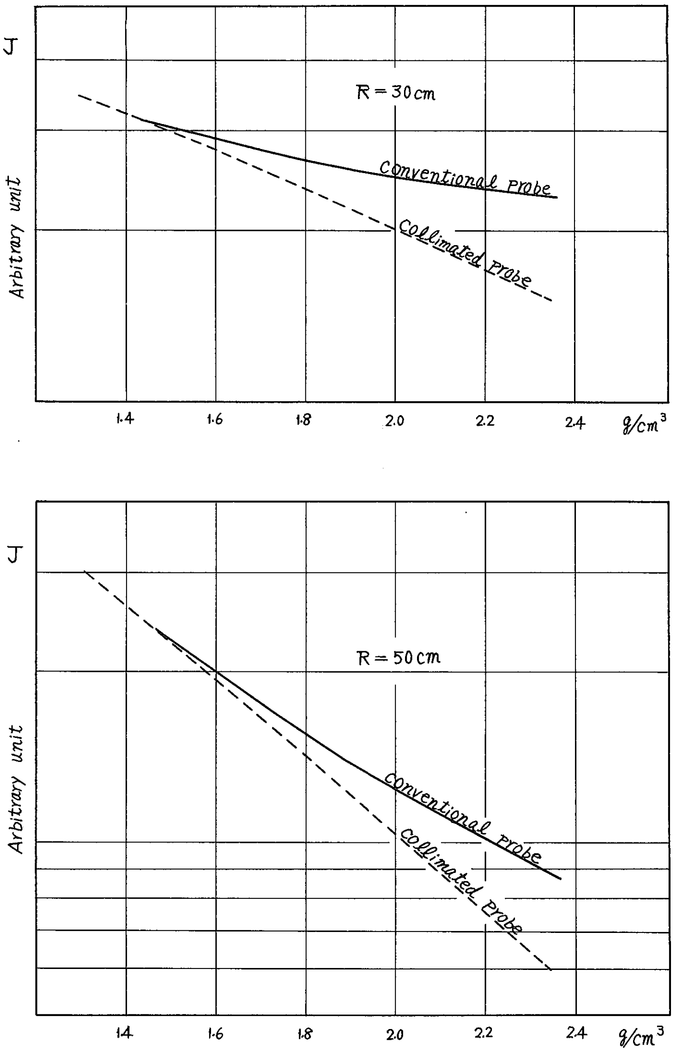
第37図　Conventional probe (半径 5 cm) と Collimated probe との比較 (^{60}Co)

変動の範囲を仮定した場合，それに応じた含有量の元素の検出が理論上可能となる．エネルギー，半減期を考慮し，実際上野外使用に最も適した線源として ^{75}Se をえらんだ．^{75}Se を用いた場合の応答をしらべ金属鉱床検層への適用について検討をこころみる．

いわゆる選択 γ－γ 検層法は光電効果作用の優勢なエネルギー領域の γ 線のみを測定することによって，Z の高い重い元素を検出しまたX線吸収端領域を中心としたスペクトルを微分的に測定し元素の種類や含有量を推定しようとするものである．^{75}Se を使用して，全エネルギー領域のスペクトルを測定することは本質的には ^{60}Co, ^{137}Cs を使った選択 γ－γ 検層法を変型したものである．

3.2　鉱床モデルによる散乱 γ 線の理論計算

この場合 γ－γ 密度検層と異なり，エネルギーの全領域にわたる散乱 γ 線を測定の対象としているので，1組拡散方程式の組の エネルギー の下限（γ－γ 密度検層における弁別エネルギーレベルに相当する）は岩石中で散乱 γ 線が吸収される平均エネルギーと考えるべきであろう．したがって組の拡散の定数 D_0, L_0 はコンプトン散乱と光電効果の双方を考慮しなければならない．G. M.



第38図　Conventional probe (半径 5 cm) と Collimated probe との比較 (^{137}Cs)

Voscoinikov (1957) は低エネルギーγ線の散乱にともなう波長の増加量を取り扱いこれらの定数を決めている．この方法を適用すると D_0, L_0 は次式によって計算できる．

$$D_0 = \frac{1}{3}\,\frac{1}{k_2-k_1}\cdot c \qquad (63)$$

$$L_0 = \frac{1}{\sqrt{3(k_2-k_1)}} \qquad (64)$$

ただし，k_1：γ線の初期波長

k_2：散乱γ線が岩石中で吸収されるときの平均波長

c：光速度

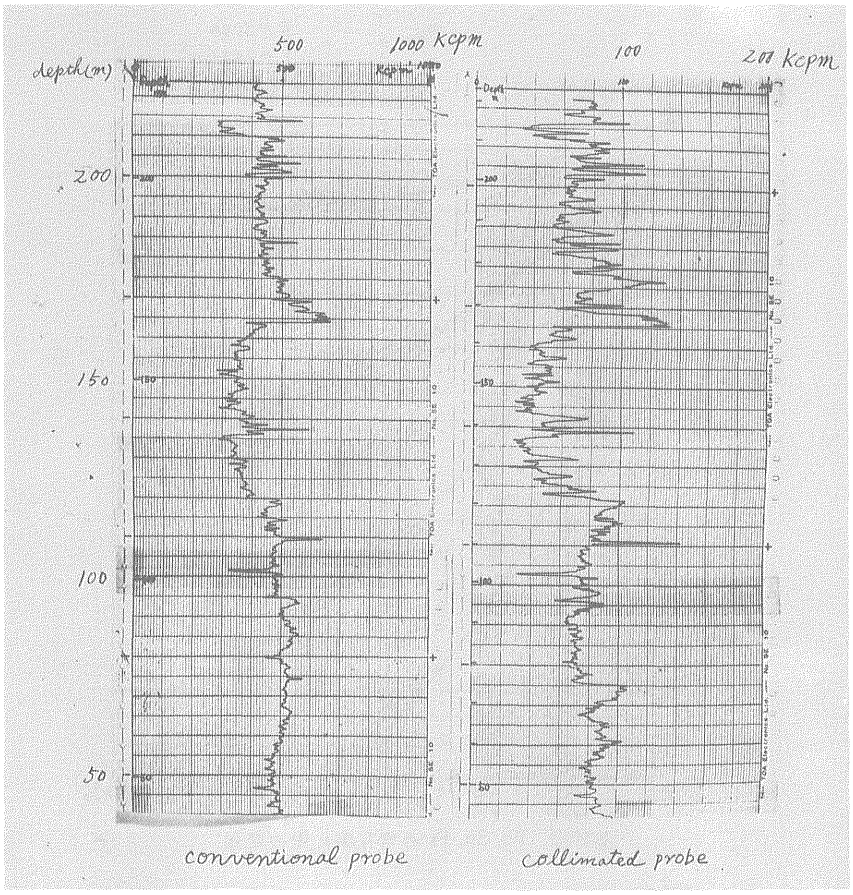
また l は平均自由飛程で次式で表わされる．

$$l = \int_{k_1}^{k_2} \frac{1}{\sigma_c(1-\overline{\overline{\cos\theta}})}\,dk \qquad (65)$$

ここでσ_c はコンプトン散乱断面積，$\overline{\overline{\cos\theta}}$ は散乱角の余弦の平均値を示す．また k_2 は有効光電効果の考えによって

$$\int_{k_1}^{k_2} \frac{\tau_p}{\sigma_c(1-\overline{\overline{\cos\theta}})}\,dk = 1 \qquad (66)$$

を満足するように決定される．ただし τ_p は岩石の光電効果断面積を表わす．したがって k_2 は τ_p に大きく左右され，原子番号の大きい重い金属元素の含有率が高くな



第39図　福島県いわき市谷地密度検層 (source: ^{137}Cs 10 mCi, R: 31 cm, discri level: 150 KeV, time constant: 0.5 sec, hole dia: 85 mm)

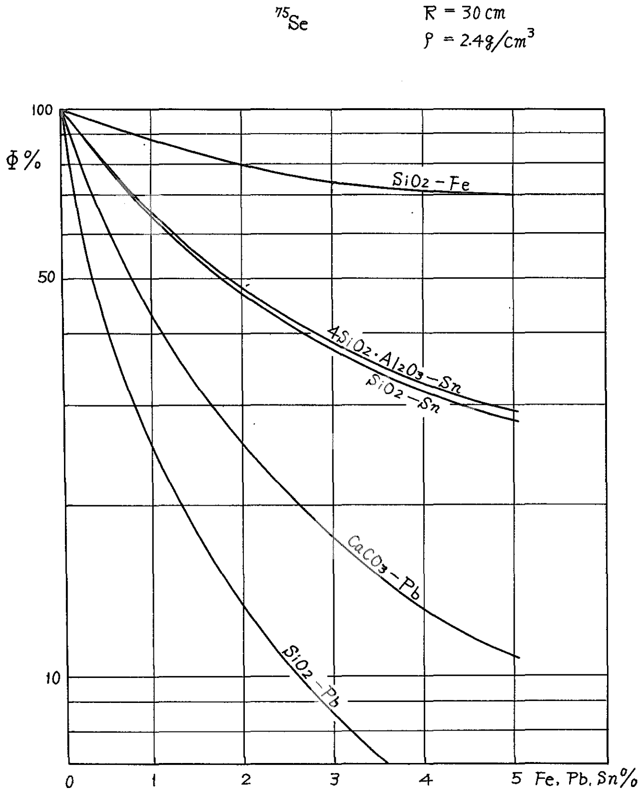
るにつれて k_2 は小さくなる．D_0, L_0 が決定すると γ-γ 密度検層の場合と全く同様な手順で n，Φ が計算できる．すなわち

$$n = \frac{Q}{4\pi D_0} \cdot \frac{\rho}{R} \exp\left(-\frac{1}{L_0}\rho R\right) \quad \cdots\cdots (67)$$

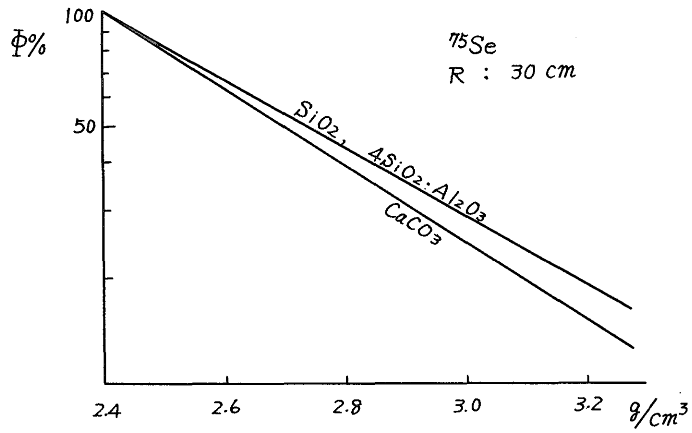
$$\Phi = \frac{3}{4} \cdot \frac{Q(k_2-k_1)\rho}{\pi l R} \cdot \exp \left(-\frac{\rho R\sqrt{3(k_2-k_1)}}{l}\right) \quad \cdots\cdots (68)$$

ただし ρ は鉱床モデル系の密度，R は線源—検出部距離とする．

もっとも単純な金属鉱床モデル系として，SiO_2-Pb (砂岩—鉛)，SiO_2-Sn (砂岩—錫)，SiO_2-Fe (砂岩—鉄)，$CaCO_3$-Pb (石灰岩—鉛)，$4SiO_2 \cdot Al_2O_3$-Sn (花崗岩—錫) 等の母岩—金属元素系を考え，Pb, Sn, Fe の含有率に対するΦを計算した．ここでモデル系の密度 ρ はおのおの一定にし，かつ母岩と同じ密度を有するものと仮定している．τ_p, σ_c は G.W. Grodstein (1957) の値を採用し，^{75}Se によって放射されるおのおのの γ 線について独立に計算し，これらをその相対的な強度比 (0.136 MeV: 94 %，0.27 MeV: 100%，0.28 MeV: 46%，0.40 MeV: 25 %) に応じて総計した．第40図に各モデル系について R = 30 cm, ρ = 2.4g/cm^3 とした場合のΦの変化を百分率で示した．母岩 SiO_2 に対して種々な金属元素の含有率によるΦの変化は原子番号に大きく依存し，それが高くなれば変化の割合も大きくなる．たとえば1%の Fe, Sn, Pb を含有する鉱床のΦは，母岩 SiO_2 と比較した場合，それぞれ13%，34%，75%減少する．野外調査の場合には母岩のΦを決定しなければならないが，そのためには鉱床付近の孔井内での母岩を対象とした測定が必要となる．一方母岩の密度の増加によってもΦは減少するのでこの様子を第41図に示した．母岩の密度の増加0.4g

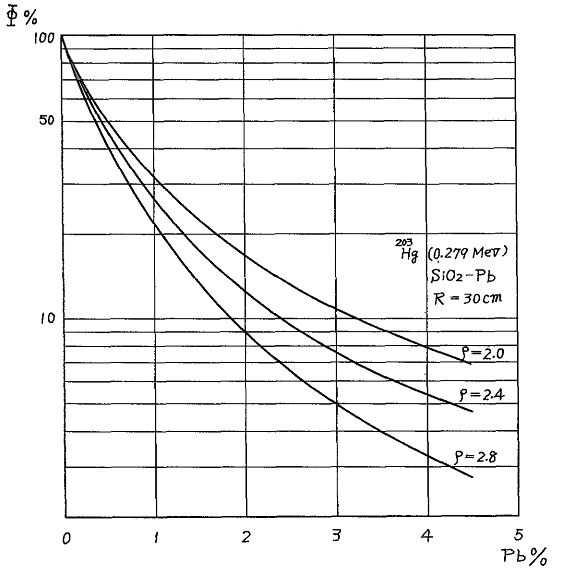


第40図　Pb, Sn, Fe の含有率と Φ の変化

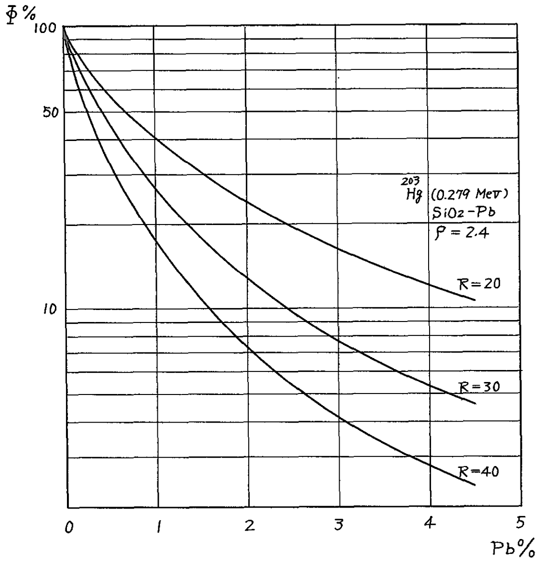


第41図　母岩密度の変化による Φ の変化

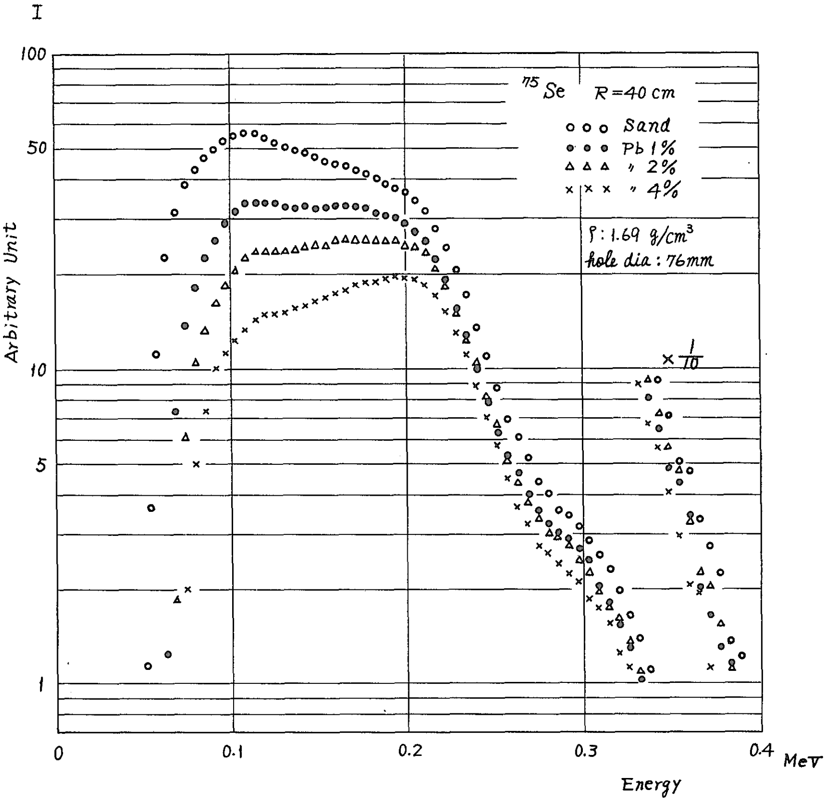
/cm³ は SiO_2-Pb 系で0.5%，$CaCO_3$-Pb 系では1.4%の Pb を含有した鉱床に相当する．したがって，母岩の密度に変化がある場合には，その一定値の増加に対してこれに匹敵するΦの変化を生ぜしめる金属元素の含有率をしらべる必要がある．これによって母岩の密度変化を考慮した場合の金属元素の検出限界がきまる．第5表はこれらの結果をまとめたものである．たとえば，母岩の密度変化の範囲を2.4–3.0g/cm³ と仮定すると，SiO_2-Pb, $CaCO_3$-Pb, SiO_2-Sn, $4SiO_2 \cdot Al_2O_3$-Sn の各モデル系における金属元素の含有率が1.0%，2.4%，5.5%，5.6%以下ではΦの減少の原因が判別できない．したがって，これらの含有率がこの場合の検出限度といえよう．SiO_2



第42図　SiO_2-Pb 系の密度による Φ の変化



第43図　SiO_2-Pb 系の線源—検出部距離による Φ の変化



第44図　Sand-Pb 系における散乱 γ 線スペクトル（線源 ^{75}Se）

第5表 母岩の密度差と等価な金層元素の含有率

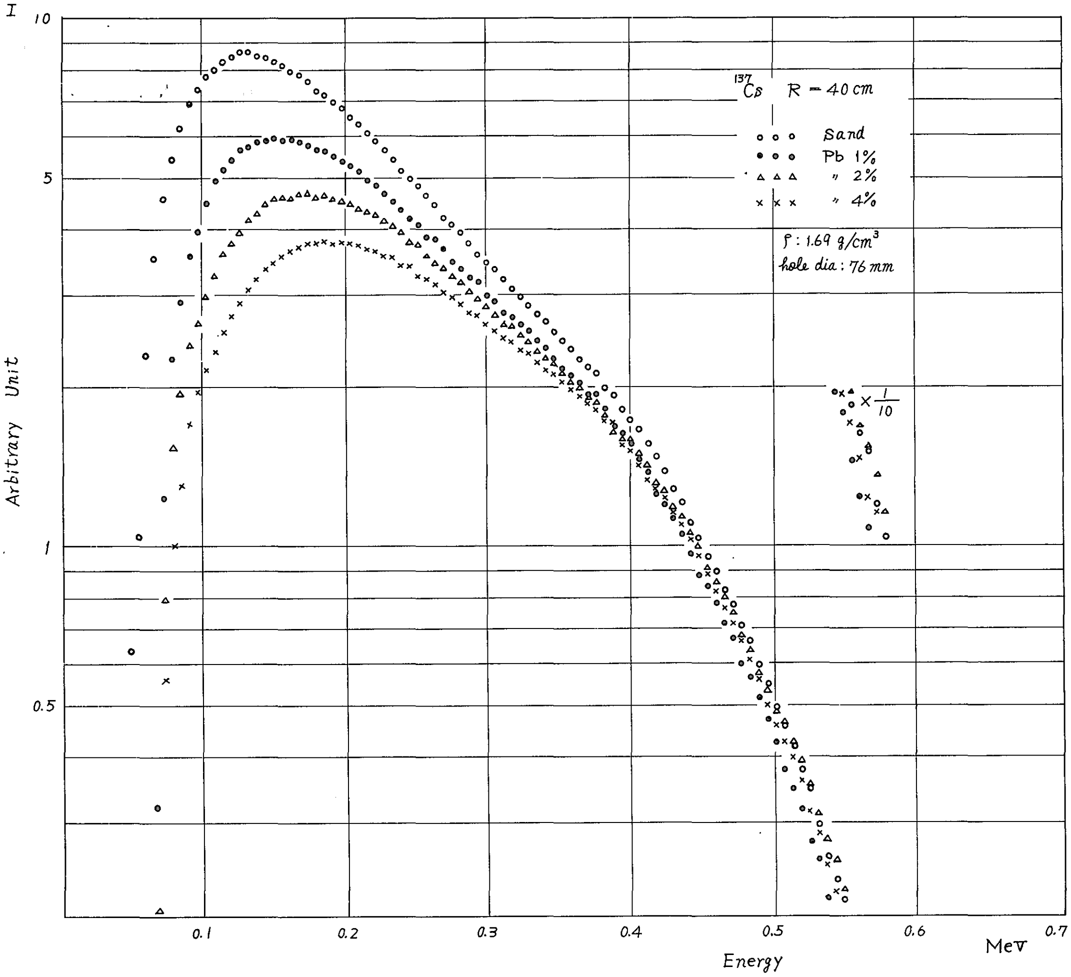
Density difference g/cc / Model	0.1	0.2	0.4	0.6	0.8
SiO_2-Pb	0.1	0.2	0.5	1.0	1.5
$CaCO_3$-Pb	0.3	0.6	1.4	2.4	3.8
SiO_2-Sn	0.5	1.0	2.4	5.5	—
$4SiO_2 \cdot Al_2O_3$-Sn	0.5	1.0	2.4	5.6	—
SiO_2-Fe	2.0	—	—	—	—

unit %

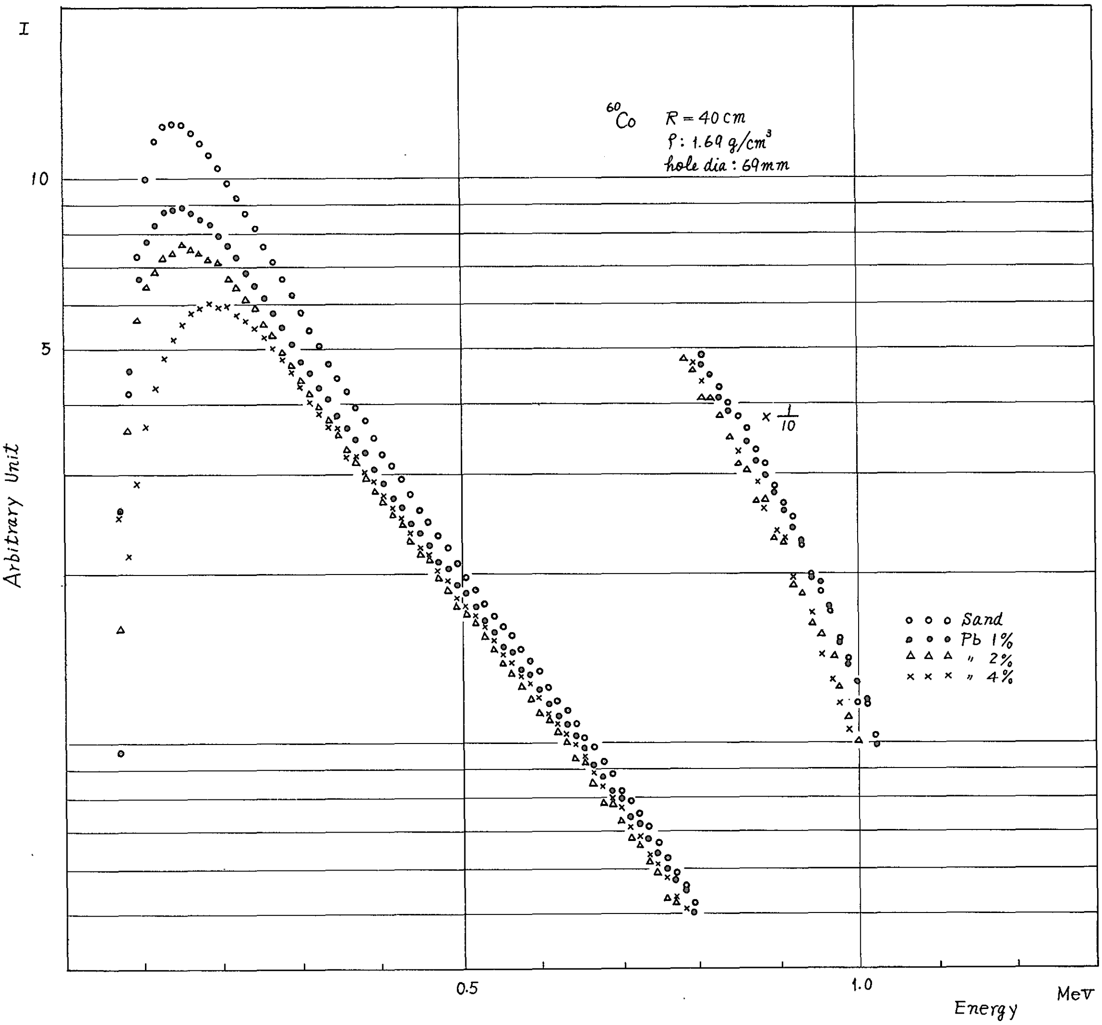
-Fe 系では Fe の増加に対する Φ の飽和値が 0.15g/cm³ の密度変化に相当するので，2.55g/cm³ 以下の密度でないと Fe の検出は理論上不可能である．Φ の変化がさらに小さくなる系では母岩の密度の小さい変化により含有金属元素の検出は不可能となる．一方，ρ，Rによっても Φの変化の様子がかわる．簡単化して単一エネルギーを有する ^{203}Hg(0.279 MeV) を線源とした場合の例を第42，43図に示した．系の密度が大きくなるにつれて，またRが大きくなるにつれてΦの変化率も大きくなる．したがって γ-γ 密度検層と同様にRを大きくすることが感度をあげる重要な条件の一つである．

3.3 模型鉱床による散乱γ線スペクトルの測定

散乱γ線のスペクトルの測定を ^{75}Se, ^{60}Co, ^{137}Cs について試みた．湿った砂に粉末状の一酸化鉛 (PbO) を均等に混ぜ，直径 80 cm，高さ 80 cm の円筒状容器につめたものを模型鉱床とした．密度は 1.69g/cm³，孔径 76 mm，シンチレータは直径 $1\frac{3}{4}''$，長さ 2″ の NaI(Tl) を使用し，これを厚さ 2.0 mm の真鍮の円筒状外とうにおさめたものを検出用プローブとした．^{75}Se はステンレス



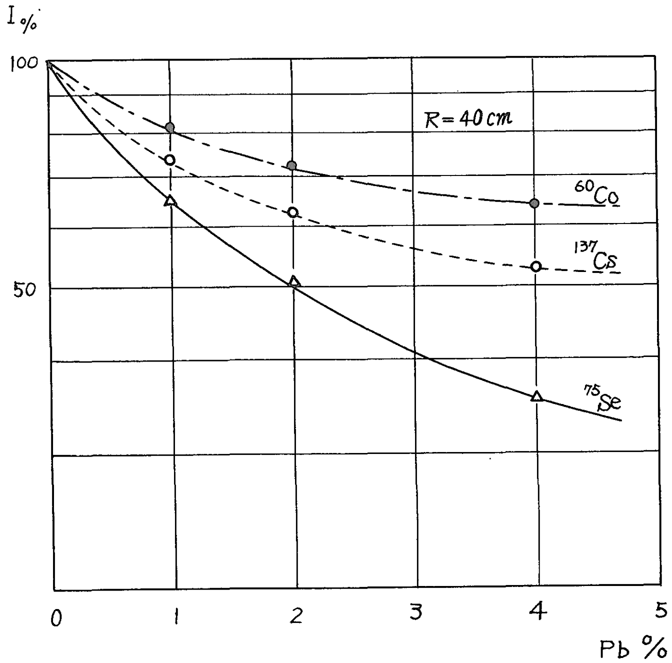
第45図 Sand-Pb 系における散乱γ線スペクトル (線源 ^{137}Cs)



第46図 Sand-Pb 系における散乱γ線スペクトル（線源 ^{60}Co）

スチールカプセル入約 5mCi(active dimension: 10.5 mm $\phi\times$12 mmL) を，また ^{137}Cs, ^{60}Co はそれぞれ約 5 mCi, 1 mCi を使用した．東芝 K K 製 128 チャンネル波高分析器によって記録された散乱γ線のシンチレーションスペクトルを第44, 45, 46図に示した．Pb を含まない場合 ^{75}Se によるスペクトルのピークは 100–120 KeV 付近に認められるが，Pb の含有率が増加するにともない漸次目立たなくなる．一方 200 KeV 付近のスペクトルが残存することによって，結果的に見掛け上ピークはエネルギーの高い方に移動する．全体的に低エネルギー領域の散乱γ線が Pb による光電効果作用によっていちじるしく減少する様子が明白に認められる．特に 100 KeV 以下では急激にその成分が消滅している．

^{137}Cs, ^{60}Co は ^{75}Se に比較していずれも放射γ線の種類が少ないので，散乱γ線のエネルギースペクトルも単純な形を示している．ともに 200 KeV 以下の低エネルギー領域では減少がいちじるしく，これにくらべて高エネルギー領域では相対的に減少の程度は小さい．これらを比較すると，初期エネルギーの最も低い ^{75}Se の場合が Pb による光電効果の及ぼす影響が最もいちじるしく，一方初期エネルギーが高くなるにしたがい光電効果による減少の程度は小さくなる．この様子を第47図に示した．図では Pb が 0 %の場合の散乱γ線の合計数を100%に規格化してある．Pb が 2 %の場合，^{60}Co, ^{137}Cs, ^{75}Se はそれぞれ 0 %の場合の73%，62%，51%となる．また 4 %の含有によってそれぞれ64%，53%，35%に減



第47図 Sand-Pb 系における線源エネルギーと散乱γ線強度の減少率
(hole dia: 76 mm, ρ: 1.69g/cm^3)

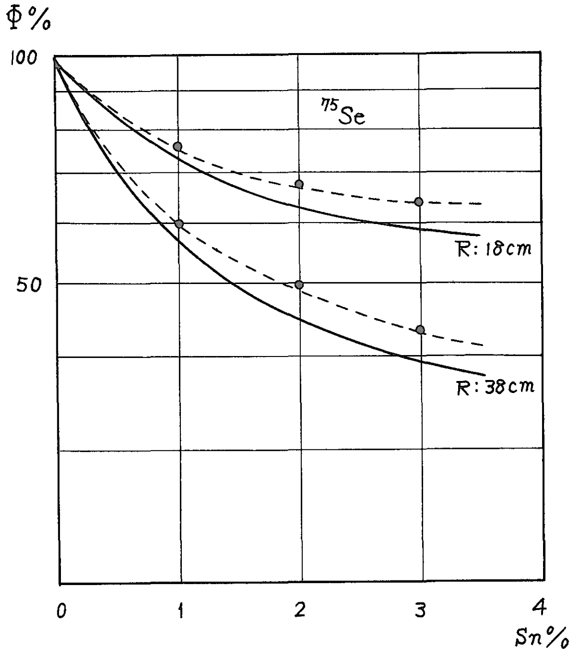
少する．これらのスペクトルの測定結果からみても ^{75}Se の使用は ^{60}Co, ^{137}Cs に比べてより効果的であることがわかる．散乱γ線の減少率について SiO_2-Pb 系モデルによる理論値と実験の結果とを比較すると実験値の方がかなり小さく，Pb 1% において理論値の約$\frac{1}{2}$にすぎない．主な理由として実際に使用した模型地層の砂が SiO_2 の他に Ca, Fe, K 等の比較的高い原子番号の元素を含んでいることによるものであり，また孔径効果にもよるものと考えられる．

3.4 模型鉱床による実験

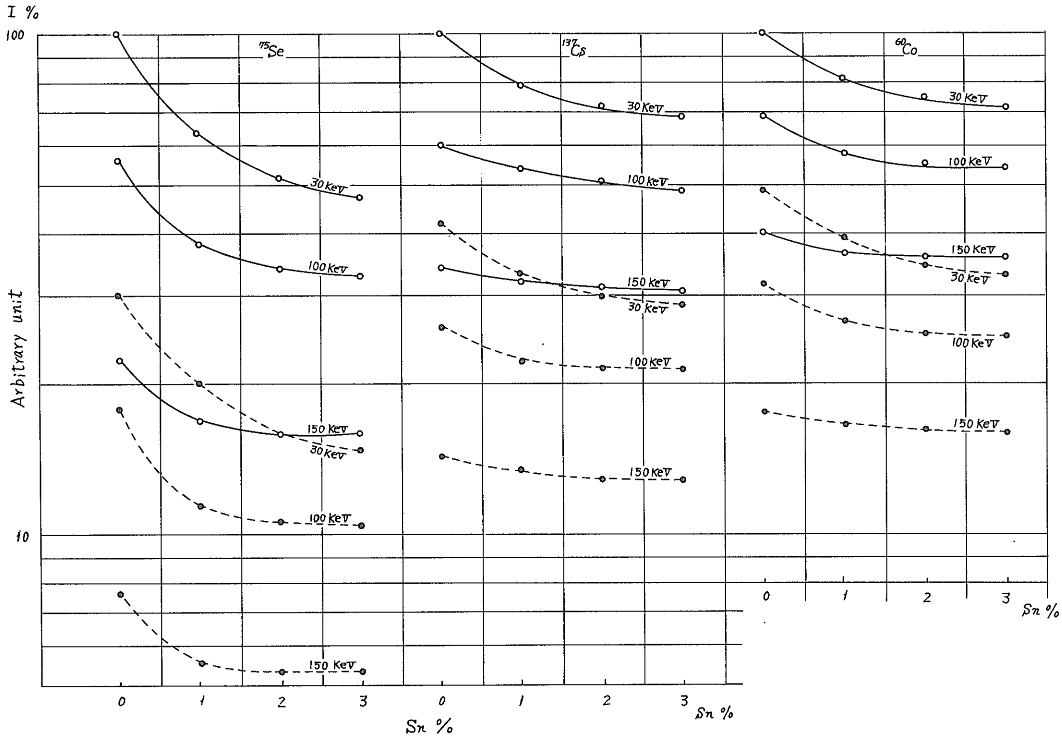
3.4.1 SiO_2(珪砂)-Sn 系モデルによる実験

拡散近似法による理論値と実験結果とを比較し，拡散の定数の算出をふくめた近似の程度を検討した．40メッシュの珪砂と粉末状の錫によって SiO_2-Sn モデル系 (ρ: 1.4g/cm^3) を作り，孔径を 42 mm, R を 18 cm, 38 cm とした場合の比較を第48図に示した．理論値と比較して若干の差が認められるが，密度検層の場合と同様に孔径の影響，孔井内にあるプローブ自体の影響などを考えると近似の程度はかなりよく満足できる．

さらに同じモデル系を使って，^{75}Se の他に ^{137}Cs, ^{60}Co について弁別エネルギーレベル，R，計数率 I, Sn の含有率の関係を実験的に求め，これを第49図に示した．弁別エネルギーレベルを 30 KeV とすると，砂-Pb 系の



第48図 SiO_2-Sn 系における拡散理論と実験による散乱γ線強度の比較
(hole dia: 42 mm, ρ: 1.40g/cm^3, ——理論値，----実験値)



第49図　SiO_2-Sn 系における弁別エネルギーレベルと I の関係
(hole dia: 42 mm, ρ: 1.40g/cm^3, ——R = 18 cm, ----R = 38 cm)

場合にえられたように散乱γ線強度の減少率は^{75}Seの場合が最も大きく，したがって Sn の検出に効果的であることがわかる．一般に弁別エネルギーレベルを高くすると Sn 含有率の 増加にともなう散乱γ線強度の減少率は小さくなる．またRが大きくなった場合，減少率が大きくなる傾向は理論計算結果と一致する．

^{75}Se, ^{137}Cs, ^{60}Co の弁別エネルギーレベルをそれぞれ 30 KeV, 100 KeV, 150 KeV に設定すれば，^{137}Cs, ^{60}Co によって密度変化の 小さいことが みとめられる一方 Sn の混入が^{75}Seによって推定される．一般にこれらの組合せによって^{75}Seによる異常が鉱床によるものか密度異常によるものかがある程度判別できる．^{60}Co, ^{137}Cs の場合の弁別エネルギーレベルをさらに高くすると，より効果的な判別ができる．

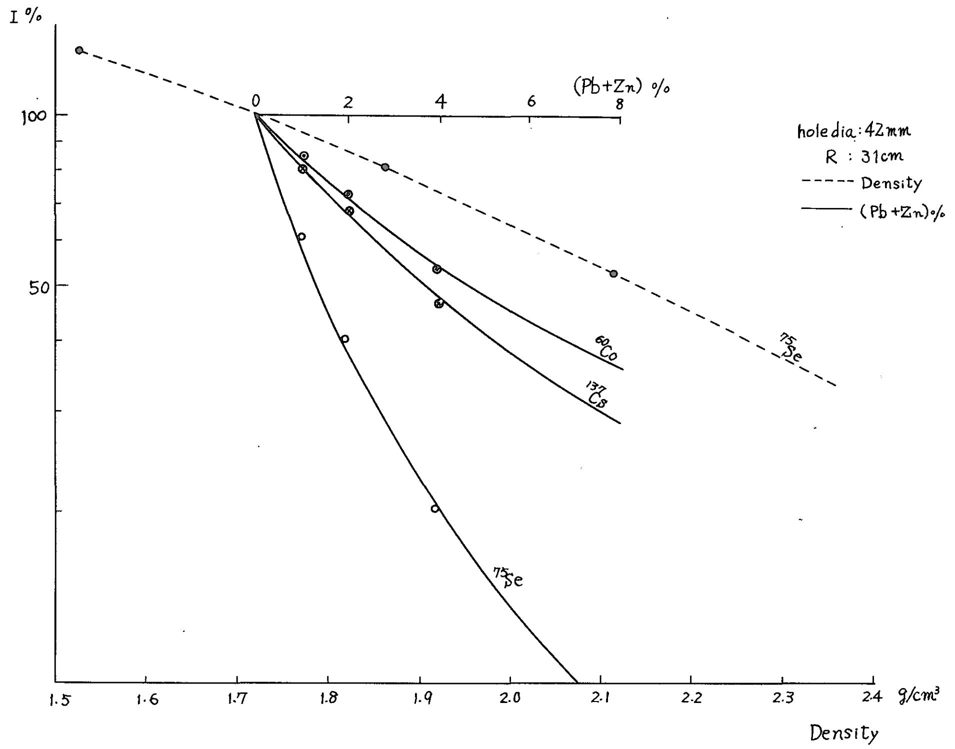
3.4.2　鉛・亜鉛鉱床模型による実験

鉱床模型の実験に先立ち，母岩の密度の増加による散乱γ線強度の減少を実験的に知るため，乾燥した砂 (1.53 g/cm^3)，湿った砂 (1.72g/cm^3)，礫 (1.86g/cm^3)，礫と砂との混合物 (2.11g/cm^3) による測定を行った．次に湿った砂 (1.72g/cm^3) を母岩として Pb, Zn 粉末を等重量づつ加えて均等に混ぜ，かつ系の密度を常に不変 (1.72g/cm^3) に保つようにして模型鉱床を作製し，^{75}Se, ^{60}Co, ^{137}Csによる測定を行った．その結果を第50図に示した．(Pb+Zn) が 2 %の場合，^{60}Co, ^{137}Cs では母岩にくらべておのおの72%，68%に減少する．一方^{75}Seの場合は約40%に減少する．また，(Pb+Zn) が 4 %になると ^{60}Co, ^{137}Cs ではおのおの55%，48%に，^{75}Se による場合は約20%に減少する．これらのことから ^{75}Se による鉛，亜鉛の検出の有望なことが実験的にも明らかとなった．

4.　お わ り に

$\gamma-\gamma$ 密度検層法，低エネルギーγ線源を用いた重い金属元素に対する $\gamma-\gamma$ 検層法についてそれらの応答を中心とした種々の検討を行った．

$\gamma-\gamma$ 密度検層は石油探査から土木調査に至るまで広く活用されているが，その理論的研究はいまだに十分なされていない．本論文ではγ光子束に対する輸送方程式の拡散近似を $\gamma-\gamma$ 密度検層に適用し，代表的な測定系に対し具体的な計算を行った．さらに実用上の諸問題について検討を加えるためこの理論の適用をいくつかの媒



第50図　岩石密度と (Pb＋Zn) 含有率による計数率変化の比較

体が存在する系に拡張し，その結果が実験と一致することを示した．また孔井条件によって生じる誤差の評価を行い検層の実施に必要な測定条件の選択について論じた．これらの結果を密度検層の野外における将来の発展のための指針としたい．

金属鉱床に対する γ－γ 検層法は密度検層法における障害因子を逆に利用したものであり，諸外国とくに東欧諸国においてこの技術の開発が活発に行われているが，わが国においての研究はほとんどなされていない．本論文では ^{75}Se を用いた理論計算，実験の結果をのべた．さらに単純な鉱床モデルによる検討結果からこの検層法の有効な限界を示した．一般に鉱化帯の化学成分は複雑であり，そのモデル化は非常にむつかしい問題である．今後はこの点についてさらに検討を加える必要があろう．

本論文を草するにあたり終始御指導御鞭達をいただいた名古屋大学名誉教授飯田汲事博士に深く感謝の意を表する．前物理探査部長現地殻熱部陶山淳治部長，物理探査部小野吉彦部長には本研究の推進のために御尽力を賜った．海外地質調査協力室佐野浚一室長には本研究全般を通じて種々御指導教示をうけた．地殻熱部高木慎一郎技官には孔井内測定技術について種々御指導と御協力をいただいた．記してこれらの方々に心から御礼を申し上げる次第である．

文　献

Bulashevich, Yu. P., Voskoboinikov, G. M. and Muzuyukim, L. V. (1962) Nuclear geophysics in prospecting for ore and coal deposits. *Radioisotopes in the Physical Sciences and Industry* (*Proc. Conf. Copenhagen*, 1960) I, *IAEA*, *Vienna*, p. 101–116.

Djadkin, I. G. (1955) On the theory of gamma-gamma logging of boreholes. *Izv. Akad. Nauk. SSSR*, *Ser. Geofis*., no. 4, p. 323–331.

Faul, H. and Tittle, C. W. (1951) Logging of drill holes by neutron, gamma-method, and gamma ray scattering. *Geophysics*, vol. 16, no. 2, p. 260–276.

Goldstein, H. and Wilkins, J. E. (1954) *Calculations of the penetration of gamma rays*. United States Atomic Energy Commission Final Report, NYO-3075.

GRODSTEIN, G. W. (1957) X-ray attenuation coefficient from 10 KeV to 100 MeV. National Bureau of Standard Circular 583.

HEARST, J. R. and CARLSON, R. C. (1969) A density logger for rough holes. *Geophysics*, vol. 34, no. 2, p. 222–234.

HOMILIUS, J. and LORCH, S. (1958) On the theory of gamma ray scattering in boreholes. *Geophysical Prospecting*, vol. 6, no. 4, p. 342–364.

中井順二（1971）^{137}Cs による坑井内の散乱ガンマ線エネルギー分布の測定．地質調査所月報，vol. 22, p. 547–558.

————・小鯛桂一（1967）岩国地区地下構造調査井内のガンマ・ガンマ検層による地層の見掛け密度の測定について．岩国地区地下構造調査報告書，地質調査所，p. 67–75.

TITTMANN, J. and WAHL, J. S. (1962) Formation density logging (gamma-gamma), principles and practice. *Proc. Ncl. Geophys. Conf. Cracow*, Poland, 1962, p. 339–392.

VOSKOVOINIKOV, G. M. (1957) Theoretical basis of selective gamma-gamma core sampling. *Izv. Akad. Nauk. SSSR, Ser. Geofis.*, no. 3, p. 351–362.

————, UTKIN, V. I. and BURDEN, Yu. B. (1961) Spectral analysis of selective logging. *Bull.* (*Izv*) *Acad. Sci. USSR, Geophys. Ser.*, no. 8, p. 1141–1149.

（受付：1976年12月17日；受理：1977年3月9日）