

坑井のガンマーガンマ検層理論について*

I. G. Dyad'kin

鹿島光雄訳

本論文では γ 線源で坑井を照射したときの散乱 γ 線強度の空間分布に関する問題を考察する。この強度と岩石密度との関係の特徴を解明する。後者の課題を解決するため、吸収媒体に拡散方程式を適用、ディラックの δ 関数の方法を援用して現実の坑井に当てはめ、その解を得た。

散乱 γ 線強度と次のパラメーター、すなわち、岩石密度、坑井を埋める液体の密度、坑井の半径、および線源と検出部との間の距離、との関係をみいだした。

§ 1. 予備的考察

ガンマーガンマ検層法は線源で岩石を照射したときの散乱 γ 線の強度の測定にその基礎を置く。5 MeV から数 10 KeV までのエネルギーをもつ γ 量子に対しては、軽い原子からなる物質を通過するときに基本的な役割を演ずるのは、Compton 効果による散乱とエネルギーの損失である。

5 MeV 以上のエネルギーの場合は、基本的な役割を演ずるのは、電子・正電子対の形成である。数 10 KeV オーダー以下のエネルギーの場合は、光電効果である。

ガンマーガンマ検層 (ΓΓK と略記) の場合は、1 MeV オーダーのエネルギーをもつ線源が利用され、一方、0.1 MeV 以下のエネルギーをもつ γ 量子はガンマ検層器の外被の器壁を通らないから、ガンマーガンマ検層の諸関係は根本的には Compton 効果により決定される。

Compton 効果は γ 量子と電子の弾性衝突を示す。この衝突は相対論的力学法則 (すなわち、相対論的保存則) によるものと考えられる。この場合、 γ 量子は $h\nu/c$ に等しいパルスとエネルギー $\varepsilon = h\nu$ をもつ。ここに、 h はプランクの常数、 ν はヘルツで表わされる周波数、 c は光速である。

エネルギーをディメンジョンのない単位、すなわち、電子の静止質量で表わそう。 \mathcal{E} で示すと、

$$\mathcal{E} = \frac{\varepsilon}{m_0 c^2} = \frac{\varepsilon}{0.51} \approx 2\varepsilon.$$

ここに、 ε は MeV で表わされる (m_0 —電子静止質量)。

運動の初期の方向に対し θ の角度で散乱する γ 量子のエネルギーに対しては、次式がなり立つ。(例えば、(1) を参照)。

$$\mathcal{E}' = \frac{\mathcal{E}}{1 + \mathcal{E}(1 - \cos\theta)} \quad (1)$$

ここに、 \mathcal{E} —衝突前のエネルギー

\mathcal{E}' —衝突後のエネルギー

このような散乱の電子の微分断面積は量子電気力学により求められており、(例えば (5) 参照) 次式がそれである。

$$d\sigma = \frac{r_0^2}{2} \frac{[\mathcal{E}(1 - \cos\theta) + \cos^2\theta][1 + \mathcal{E}(1 - \cos\theta)] + 1}{[1 + \mathcal{E}(1 - \cos\theta)]^3} d\Omega \quad (2)$$

*И. Г. Дядькин (1955) : К Теории гамма-гамма-кароттажа буровых скважин, Известия Академии наук СССР, Серия геофизическая, No. 4, p.323-331

ここに,

$d\sigma$ —微分有効断面積,

$d\Omega = \sin\theta d\theta d\varphi$ — γ 量子散乱の立体角,

$r_0 = e^2/m_0c^2$ —電子の古典的半径(e —電子の電荷).

この式は立体角 $d\Omega$ 内の散乱の確率を表わす。この確率は、 γ 量子の運動方向に垂直な単位面積に単位時間当りに落ちる γ 量子の数とみなされる。

完全な有効断面積は Klein 仁科の式 (2) 参照) で与えられる (文献 [2] 参照)。

$$\sigma = \frac{3}{4} \sigma_0 \left\{ \frac{1+\mathcal{K}}{\mathcal{K}^3} \left[\frac{2\mathcal{K}(1+\mathcal{K})}{1+2\mathcal{K}} - \ln(1+2\mathcal{K}) \right] + \frac{1}{2\mathcal{K}} \ln(1+2\mathcal{K}) - \frac{1+3\mathcal{K}}{(1+2\mathcal{K})^2} \right\}, \quad (3)$$

ここに, $\sigma_0 = \frac{8\pi}{3} r_0^2$ —Bragg 散乱に対する Thomson 断面積 (周波数の変化はない)。

文献 [2] には σ/σ_0 のグラフが示されてある。

Compton 効果による吸収係数は Klein—仁科の断面積と関係がある。すなわち,

$$\mu_k = N_a Z \sigma,$$

ここに,

N_a —単位容量当りの原子の数。

Z —メンデレエフ表の原子番号。

μ_k のディメンジョンは cm^{-1} 。

明らかに $N_a = \rho N/A$ である。

ρ —密度, N —アボガドロ数, A —原子量。

したがって,

$$\mu_k = \rho N \sigma \frac{Z}{A}, \quad (4)$$

容易に分るように, 多くの軽い元素 (これらで基本的には岩石が構成されている) に対する Z/A の値は $1/2$ に等しいとみてその精度は充分である。例外はただ, 水素で $Z/A=1$ である。

グラフでは通常, σ/σ_0 が採られることを考えると, 最終的には,

$$\mu_k = \frac{N \sigma_0}{2} \rho \frac{\sigma}{\sigma_0} = 0.198 \rho \frac{\sigma}{\sigma_0}, \quad (5)$$

ρ はディメンジョン $\text{gr} \cdot \text{cm}^{-3}$ をもつ。

厚さ x の物質の層を透過する γ 量子束は, 通る際に強度 $I = I_0 e^{-\mu_k x}$ をもつ。ここに I_0 —最初の強度。かくして, 吸収係数は, 物質の密度と γ 量子のエネルギーだけに依存する (乗数 σ/σ_0 による)。

ガンマ検層器の外被を構成している鉄に対する吸収係数を考察しよう。鉄は軽い元素に属さないから, Compton 効果と光電効果の両方を考慮しなければならない。

$\mathcal{K}=0.2$ に対し, (4) から $\mu_k = 1.1 \text{cm}^{-1}$ を得る。 $\mathcal{K}=0.2$ で鉄の場合の光電効果による吸収係数は $\mu_\phi = 2.06 \text{cm}^{-1}$ に等しい。合計の吸収係数は,

$$\mu = \mu_k + \mu_\phi = 3.16 \text{cm}^{-1}.$$

ガンマ検層器の外被の器壁は 1 cm のオーダーの厚さをもつ。したがって, このエネルギーのガンマ線を $1/e^{3.16} \approx 1/20$ に弱める。

μ_ϕ はエネルギーの減少に伴い急速に増大するから (ほぼ, $\mu_\phi \sim \mathcal{K}^{-2.5}$ の法則による。文献 [3] 参照), $\mathcal{K}=0.2$ 以下の (すなわち 0.1 MeV の) エネルギーをもつ γ 量子は, 鉄の外被で護られている検出器に作用しないと考えることができる。

このため, 吸収媒体における拡散方程式を $\mathcal{K}=0.2$ 以上のエネルギーをもつ γ 量子の空間分布の記述に利用することができると推論される。 γ 量子がこの値より小さいエネルギーをもった場合には, γ 量子は「吸収された」と考えられる。なぜなら, 鉄の外被内に置いてある計

数管に γ 量子は作用しないであろうから。

拡散方程式を利用するためには、 γ 量子は微小の「小球」である。すなわち、量子力学法則により γ 量子が「塗り拡げられる」空間領域は、問題の解を決定する臨界寸法（例えば、 γ 量子の平均自由飛程、坑井の直径等）と較べて小さいということを考えなければならない。

よく知られているように、ハイゼンベルクの不確定性比により、波長のオーダーの直線の長さをもつ空間領域における γ 量子の発見の確率は零ではない（パルス自身のオーダーのパルスの不確定性を仮定するならば）。

周波数は、 $\nu = 2.42 \times 10^{20}$ ヘルツの関係により、MeV で表わされるエネルギーと関連があるから、エネルギー $\varepsilon = 0.1$ MeV に対して、波長は $\lambda = \frac{c}{\nu} = \frac{3 \cdot 10^{10}}{2.42 \cdot 10^{20}} = 10^{-9}$ cm であり、これは、上記の臨界寸法よりも何オーダーも小さい。

§ 2. 問題の提示とその近似解法

問題を次のように提示する。

「坑井の軸上に約2 (単位 m_0c^2) のエネルギーをもつ γ 量子の点源を与える。0.2 以上のエネルギーをもつ γ 量子の空間分布を求めよ。」

提示された問題は、「 γ 量子の空間・エネルギー分布を求めよ」というように示されたものと一般的な問題とは異なるものである。この一般的な問題を解けば、ガンマ検層器の外被の器壁によるいろいろのエネルギーをもつ γ 量子の吸収のアンバランス、 γ 量子計数管のエネルギー特性のアンバランスが明らかにされるであろう。しかし、上記に提示した問題も、検層器を透過する γ 線のスペクトルを十分に細分する鉄の外被の存在により、ガンマガンマ検層の基本的な特性関係を示すことができる。鉄の外被は検層の際に、坑井を埋める液体の圧力から検層器を保護するのに必要である。

γ 量子の分布関数の連続性と2つの媒体の境界面における流束の連続性を表わす境界条件をもつ吸収媒体における拡散方程式を援用してこの問題を解いてみよう。このために、次の拡散のパラメーターを決定しよう。すなわち、 γ 量子の平均寿命、平均自由飛程、拡散距離、および拡散係数である。

§ 3. 拡散のパラメーターの算出

電子と衝突するエネルギー \mathcal{E} をもつ γ 量子が、 t から $t+dt$ の間の余弦値をもつ角だけ、自己の初期の運動方向からそれる確率を求めよう。(2)と(3)とから、

$$d\omega = \frac{3}{8(\sigma/\sigma_0)} \frac{[\mathcal{E}(1-t)+t^2][\mathcal{E}(1-t)+1]+1}{[1+\mathcal{E}(1-t)]^3} dt, \quad (6)$$

ここに、 $d\omega$ —確率微分、 $t = \cos \theta$ は -1 から $+1$ までの値をとる。われわれはこの確率の大きさを単位にとった。

拡散のパラメーターの算出は、基本的に文献[3]に依拠する。一つの衝突におけるエネルギーの平均対数損失を求めよう。 $\bar{\xi} = \ln \mathcal{E}_1 - \ln \mathcal{E}_2$ だから (\mathcal{E}_1 —衝突前のエネルギー、 \mathcal{E}_2 —衝突後のエネルギー、 $\bar{\xi}$ —エネルギーの対数損失)、

$$\bar{\xi} = \int_{-1}^{+1} \xi d\omega.$$

\mathcal{E}_1 の代りに \mathcal{E} を、 \mathcal{E}_2 の代りに(1)の \mathcal{E}' を置換えると、

$$\xi = \ln \mathcal{E} - \ln \frac{\mathcal{E}}{1 + \mathcal{E}(1-t)} = \ln [1 + \mathcal{E}(1-t)],$$

積分して、 $\bar{\xi}$ を求めると、

$$\begin{aligned} \bar{\xi} = & \frac{3}{8\sigma/\sigma_0} \left\{ \frac{1+\mathcal{E}}{(1+2\mathcal{E})^2} + \left[\frac{2}{\mathcal{E}^2} - \frac{1}{2\mathcal{E}(1+2\mathcal{E})^2} + \right. \right. \\ & \left. \left. + \frac{\mathcal{E}^2 - 2\mathcal{E} - 2}{2\mathcal{E}^3} \ln(1+2\mathcal{E}) \right] \ln(1+2\mathcal{E}) \right\}, \quad (7) \end{aligned}$$

次に、ふれの角の余弦の平均を求めてみる。明らかに、

$$\overline{\cos\theta} = \bar{t} = \int_{-1}^{+1} t d\omega.$$

積分すると、

$$\overline{\cos\theta} = \bar{t} = \frac{3}{8(\sigma/\sigma_0)} \left\{ \frac{1}{\mathcal{E}^4} (\mathcal{E}^3 - \mathcal{E}^2 - 6\mathcal{E} - 3) \ln(1+2\mathcal{E}) + \frac{2}{\mathcal{E}^3(1+2\mathcal{E})^2} (-3\mathcal{E}^4 + 8\mathcal{E}^3 + 23\mathcal{E}^2 + 15\mathcal{E} + 3) \right\}, \quad (8)$$

$\overline{\cos\theta}$ は 0.36 ($\mathcal{E}=2$ のとき) から 0.07 ($\mathcal{E} \approx 0.2$ のとき) までの値をとる。

衝突後に γ 量子のエネルギーが 0.2 以下になる衝突の平均数を決定しよう。 $\bar{\xi}$ は衝突前のエネルギーに依存するから、平均衝突数は次の積分によって決定しなければならない。

$$\eta = \int_{0.2}^2 \frac{d\mathcal{E}}{\bar{\xi}\mathcal{E}} \approx 5.2.$$

この積分の数値は求められる。 γ 量子の平均寿命は、文献 [3] によって、次のようにして決定される。衝突間平均時間は、

$$\bar{\Delta\tau} = \frac{1}{\mu_k c},$$

に等しい。なぜなら、 $1/\mu_k$ が衝突間平均飛程だから。エネルギーの平均損失はほぼ $\Delta\mathcal{E} = \bar{\xi}\mathcal{E}$ だから、 $\bar{\Delta\tau}$ を $\Delta\mathcal{E}$ で除すと、

$$\frac{\bar{\Delta\tau}}{\Delta\mathcal{E}} = \frac{1}{\mu_k c \bar{\xi} \mathcal{E}}.$$

微分に直した後、平均寿命について、

$$\tau_0 = \int_{0.2}^2 \frac{d\mathcal{E}}{\mu_k c \bar{\xi} \mathcal{E}} \approx \frac{49.4}{c\rho} [\text{sec}].$$

この積分の数値も求められた。自由飛程の平均の長さは、

$$\bar{l} = \frac{c\tau_0}{\eta} \approx \frac{9.5}{\rho} [\text{cm}].$$

さて、移動の長さ λ_l の平均を求めなければならない。このためには、エネルギーの 2 から 0.2 までの全区間における散乱の角の余弦の平均値を決めなければならない。エネルギーについて (8) を平均化する。平均は式：

$$\overline{\overline{\cos\theta}} = \frac{1}{\eta} \int_{0.2}^2 \overline{\cos\theta} \frac{d\mathcal{E}}{\bar{\xi}\mathcal{E}} \approx 0.2.$$

によってエネルギーの平均対数損失から求められる。

しかるとき、移動の長さは次のようになる。

$$\lambda_l = \frac{\bar{l}}{1 - \overline{\overline{\cos\theta}}} \approx \frac{11.9}{\rho} [\text{cm}].$$

拡散係数は

$$D = \frac{1}{3} \lambda_l c = 3.97 \frac{c}{\rho} [\text{cm}^2 \text{sec}^{-1}].$$

拡散距離は

$$L = \sqrt{D\tau_0} \approx \frac{14.0}{\rho} [\text{cm}].$$

§ 4. 線源が均質媒体にあるとき

坑井の直径がきわめて小さいなら、このような場合は似た形で現実の条件の下に起る。

座標原点に線源をもつ定常状態に対する吸収媒体における拡散方程式は、

$$V^2 n - \frac{n}{L^2} = -\frac{1}{D} \delta(R), \quad (9)$$

$\delta(R)$ —ディラックの δ 関数, V^2 —ラプラスの演算子, n — r 量子密度 (単位容積当りの r 量子の数)。この方程式の解は知られている (文献 [3] 参照)。

$$n = \frac{Q}{4\pi D} \frac{e^{-R/L}}{R}, \quad (10)$$

Q —線源強度, R —任意の点から線源までの距離。

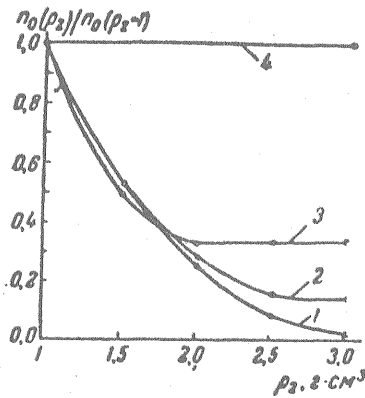
式 (10) は r 量子の定常密度を表わす。検層器は電気回路をもつ放電計数管で r 量子の強度, すなわち, 単位時間にはいる r 量子の数を測定する。

単位容積当り単位時間に n/τ_0 の r 量子が吸収される。 τ_0 はきわめて小さな値 (10^{-9} 秒オーダー) であるから, 1秒間に単位容積にはいる r 量子はすべて吸収されるものと考えられる。したがって, 単位時間, 単位容積当り n/τ_0 の r 量子が入るものと充分考えることができる。この強度に比例する値を測定するのが検層器である。

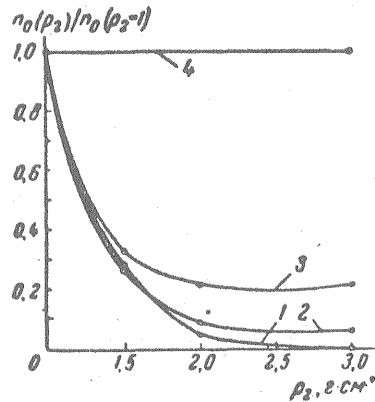
かくして, $D\tau_0=L^2$ であることを考えると, 強度 n_0 は

$$n_0 = \frac{n}{\tau_0} = \frac{Q}{4\pi L^2} \frac{e^{-R/L}}{R} = \frac{Q}{780\pi} \frac{\rho^2 e^{-\rho R/14}}{R}. \quad (11)$$

全容積にわたる n の積分は線源強度に等しいという条件から式 (10) の指数の係数を決めるならば, 同様の結果を得るであろう。この点は後で利用される。線源から距離 R のところに点状の計測器があるものと仮定しよう。この場合, R を探査域と呼ぼう。次の理由により, 小さな探査域 ($R < L$) は考察からははずすことにする。距離が, L と僅かしか変わらない自由飛程の長さと比較して, 短い場合には, 拡散理論は意味をなさない。なぜなら平均の r 量子はこのような距離では1回も衝突しないからである。その他, 技術的な理由からも, このような探査域は起り難い。



第1図 $Z=40\text{cm}$ の場合の相対強度と密度 ρ_2 との関係



第2図 $Z=60\text{cm}$ の場合の相対強度と密度 ρ_2 との関係

$R > L_0$ のときは, 法則 $\rho^2 e^{-\rho R/14}$ により, n_0 は ρ の増大につれて減少する。この値のグラフを第1図と第2図 (曲線1) とに示す。 ρ の変化の区間は1から 3gr/cm^3 までである。なぜなら, 実にこの限界内で岩石の密度の値は変動するのであり, とくに2から 3gr/cm^3 の区間で変動するのがもっとも多いからである。これらのグラフ (第1図と第2図) から明らかのように, ρ の増大につれて強度は低下する。探査域がもっと大きいと, 密度の全区間にわたってこの低下はさらに激しく, また, 不規則である。それゆえ, あまりに大きな探査域は使ってはならない。

均質媒体における線源強度は, 坑井の半径が自由飛程の平均の長さより短いならば, おそらく, 現実の坑井における強度をよく近似するであろう。

§ 5. 線源が円柱面上にあるとき

解が角の座標に依存しない場合を考察しよう。この場合の吸収媒体における拡散方程式は、

$$V^2 n - k^2 n = -Q(r, z), \quad (12)$$

ただし、

$$V^2 = \frac{\partial^2}{\partial z^2} + \frac{\partial^2}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \quad \text{—円柱座標におけるラプラスの演算子,}$$

$$k = 1/L \quad (L\text{—拡散距離}),$$

r —半径の座標,

Z —軸の座標,

$Q(r, z)$ —線源強度。

半径 a の円柱面上に線源が存在する場合には、

$$Q(r, z) = f(z) \frac{\delta(r-a)}{2\pi a}, \quad (13)$$

ただし、

$f(z)$ —円柱面の軸方向への線源の分布を表わす関数

$\delta(r-a)$ —ディラックの δ 関数。

したがって、

$$\delta(x) = \begin{cases} 0 & x=0; \text{のとき,} \\ \infty & x=0; \text{のとき,} \end{cases} \int_{-\infty}^{\infty} \delta(x) dx = 1; \int_{-\infty}^{\infty} f(x) \delta(x) dx = f(0),$$

δ 関数による文献 [4] の微分方程式の解法を使ってみよう。 $f(z)$ を次の形で表わす。

$$f(z) = \int f(z') \delta(z-z') dz' \quad (14)$$

(積分限界が記されていないときは、とくにことわらない限り、積分は $-\infty$ から $+\infty$ まで。) 積分表示すると、

$$\delta(z-z') = \frac{1}{2\pi} \int e^{i\alpha(z-z')} d\alpha; \quad (15)$$

r に関する δ 関数を次のように書く。

$$\delta(r-a) = a \int_0^{\infty} J_0(ma) J_0(mr) m dm,$$

ここに、 $J_0(x)$ は第 1 種零次ベッセル関数である。

かくして、

$$V^2 n - k^2 n = -\frac{1}{4\pi^2} \int dz' \int d\alpha f(z') e^{i\alpha(z-z')} \int_0^{\infty} J_0(ma) J_0(mr) m dm, \quad (16)$$

演算子 $(V^2 - k^2)$ は r と z の座標にのみ有効である。したがって、

$$(V^2 - k^2) e^{i\alpha z} J_0(mr) = (-\alpha^2 - m^2 - k^2) e^{i\alpha z} J_0(mr),$$

なぜなら、ベッセル方程式により、

$$\frac{\partial^2}{\partial r^2} J_0(mr) + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} J_0(mr) = -m^2 J_0(mr),$$

となるからである。

(16)に演算子 $(V^2 - k^2)$ で記号による割算を施すと、(12) の方程式の解を得る (同次方程式の解までの精度をもつて)

$$n = \frac{1}{4\pi^2} \int dz' \int d\alpha f(z') e^{i\alpha(z-z')} \int_0^{\infty} \frac{m J_0(ma) J_0(mr)}{k^2 + \alpha^2 + m^2} dm, \quad (17)$$

後半の積分は文献 [7] で求めることができる。それは、

$$\Phi = \begin{cases} K_0(a\sqrt{\alpha^2 + k^2}) I_0(r\sqrt{\alpha^2 + k^2}) & r < a \text{ のとき} \\ K_0(r\sqrt{\alpha^2 + k^2}) I_0(a\sqrt{\alpha^2 + k^2}) & r > a \text{ のとき} \end{cases} \quad (18)$$

ただし, $h_0(x)$ と $I_0(x)$ とは純虚数偏角の場合の零次ベッセル関数である。 $f(\alpha)$ を

$$f(\alpha) = \int e^{-i\alpha z'} f(z') dz';$$

とすると, 拡散方程式の解は,

$$n = \frac{1}{4\pi^2} \int e^{-i\alpha z} f(\alpha) \phi d\alpha, \quad (19)$$

となる。

特殊の場合, すなわち, 座標原点に点源のある場合を考察しよう。しかるとき, $f(z) = A\delta(z)$, ただし, A は常数である。

この場合, a は $r > a$ のときの式(18)において零に等しく置かねばならない。 $I_0(0) = 1$ であるから,

$$n = \frac{A}{4\pi^2} \int e^{i\alpha z} K_0(r\sqrt{\alpha^2 + k^2}) d\alpha = \frac{A}{4\pi} \frac{e^{-k\sqrt{r^2 + z^2}}}{\sqrt{r^2 + z^2}}, \quad (19')$$

この積分は次の積分から求められる (文献 [6] 参照)

$$\int_{-\infty}^{\infty} e^{i\alpha z} H_0^{(1)}(r\sqrt{\alpha^2 + l^2}) d\alpha = -2i \frac{e^{i\alpha\sqrt{r^2 + z^2}}}{\sqrt{r^2 + z^2}}, \quad 0 \leq \arg\sqrt{\alpha^2 - l^2} < \pi, \\ 0 \leq \arg\alpha < \pi,$$

ただし, $\alpha = ik$ (k は実数), r と x は現実の数値を表わす。

この解は均質媒体における点源の場合の解と一致する。

§ 6. 媒体が円柱面で二分されたとき

点源が座標原点にある ($z = r = 0$) と考えよう。内側の媒体を添字 1 で, 外側の媒体を添字 2 で表わす。両者は半径 a の円柱面で分割されている。

境界条件は, 流れが $D \text{grad } n$ に等しく, D が ρ^{-1} に比例するというものを考えると, 次のように書かれる。

$$n_1 = n_2, \quad \frac{1}{\rho_1} \frac{\partial n_1}{\partial r} = \frac{1}{\rho_2} \frac{\partial n_2}{\partial r} \quad r = a \text{ のとき。} \quad (20)$$

外側の媒体が存在しないと, 解は式 (19') の形に書かれる。境界条件を満足させるために, 文献 [4] に従って, かりの面線源 (差当り未知) を導入し, 次の形の解を求める。

$$n_1 = B \int e^{i\alpha z} K_0(r\alpha_1) d\alpha + B \int e^{i\alpha z} f_1(\alpha) I_0(r\alpha_1) d\alpha, \\ n_2 = B \int e^{i\alpha z} f_2(\alpha) K_0(r\alpha_2) d\alpha, \quad (21) \\ \alpha_n = \sqrt{\alpha^2 + k_n^2}, \quad n = 1, 2,$$

B は r と z には依存しない。

ここで, われわれは, r に依存しない乗数 $K_0(a\alpha_1)$ と $I_0(a\alpha_2)$ とをそれぞれ, 未知の関数 $f_1(\alpha)$, $f_2(\alpha)$ に含ましめた。境界条件からそれらを求めなければならない。式 (20) に式 (21) を代入, かつ,

$$I_0'(x) = I_1(x), \quad K_0'(x) = -K_1(x)$$

を考え, 次に等式 (20) の両辺の被積分関数を等しいと置くと,

$$BK_0(a\alpha_1) + Bf_1(\alpha) I_0(a\alpha_1) = Bf_2(\alpha) K_0(a\alpha_2), \\ \frac{1}{\rho_1} \left[-B\alpha_1 K_1(a\alpha_1) + Bf_1(\alpha) \alpha_1 I_1(a\alpha_1) \right] = -\frac{1}{\rho_2} Bf_2(\alpha) \alpha_2 K_1(a\alpha_2),$$

$f_1(\alpha)$, $f_2(\alpha)$ についてこの連立方程式を解くと,

$$f_1(\alpha) = \frac{-\rho_1 \alpha_2 K_0(a\alpha_1) K_1(a\alpha_2) + \rho_2 \alpha_1 K_1(a\alpha_1) K_0(a\alpha_2)}{\rho_1 \alpha_2 I_0(a\alpha_2) K_1(a\alpha_2) + \rho_2 \alpha_1 I_1(a\alpha_1) K_0(a\alpha_2)}, \\ f_2(\alpha) = \frac{\rho_2}{a} \frac{1}{\rho_1 \alpha_2 I_0(a\alpha_1) K_1(a\alpha_2) + \rho_2 \alpha_1 I_1(a\alpha_1) K_0(a\alpha_2)}. \quad (22)$$

次に、全容積にわたる n の積分は線源強度に等しく、かつ 0 から a までの n の値の区間では、 n_1 をとり、 a から ∞ までは $-n_2$ をとらねばならないという条件から、係数 B を見つけてみよう。式(22)を式(21)に代入し、全容積にわたって n を積分すると、

$$B = \frac{Q}{4\pi^2} \frac{I_0(ak_1)K_1(ak_2) + I_1(ak_1)K_0(ak_2)}{L_1^2[I_0(ak_1)K_1(ak_2) + I_1(ak_1)K_0(ak_2)] + (L_1L_2 - L_1^2)K_1(ak_2)} \quad (23)$$

$\rho_1 = \rho_2$ であると ($a \rightarrow 0$ あるいは $a \rightarrow \infty$ に同じ) 式(23)は均質媒体に対応する $B = Q/4\pi^2 L_1^2$ の値を与える。

坑井 ($r=0$) の軸に沿う強度分布は、 $f_1(\alpha)$ が偶関数であることに注目すれば、

$$n_0 = B\pi \left\{ \frac{e^{-z/L_1}}{z} + \frac{2}{\pi} \int_0^{\infty} f_1(\alpha) \cos \alpha z d\alpha \right\}, \quad (24)$$

第1図と第2図とに、相対強度 $n_0(\rho_2)/n_0(1)$ と外側媒体の密度との関係を示した ($Z=40$ cm, $Z=60$ cm のとき)。曲線 1-4 は、坑井の半径が $a=0, 7, 14$ cm および ∞ の場合について、それぞれ、作成されたものである。

これらのグラフから明らかなように、相対強度と密度との関係は非線型であり、指数型である。小さな区間においてのみ、とくに小さな密度に対しては、上記の関係は線型近似が可能である。密度が大きくと、強度は坑井の半径が増大するにつれて、増大する。岩石の直径と密度が大きくなると、強度の、密度に対する依存度は弱まる。このことは物理的判断からも明らかである。

曲線は、坑井を埋める液体の密度 ρ_1 が 1 gr/cm^3 に等しい場合のものである。 $\rho_1 > 1$ となると、曲線は右にずれ、その特性の変化は小さくなる。

結 論

ガンマーガンマ検層により、ボーリングの際に通過する岩石の密度—それは岩石の組成と孔隙率とに關係する—を決定することができる。

ガンマーガンマ検層では次の法則性がなり立つ：

- 1) 15~20cm 以上の探査域では、散乱放射線強度は密度の増大につれて低下し、かつ、この低下は探査域が大きくと、さらに激しくなる。
- 2) 強度は探査域が大きくと、指数型に低下する。
- 3) 坑井の半径が大きくと、強度の、岩石密度に対する依存度は弱く、とくに、坑井を埋める液体の密度に較べて岩石の密度が大きの場合には、依存度は弱い。

トラスト「バシニエフチェゲオフィズィカ」

(1954年3月23日脱稿)

文 献

1. Шпольский Э. В., Атомная физика, т. I, ГИТТЛ, М.—Л., 1950.
2. Шпольский Э. В., Атомная физика, т. II, ГИТТЛ, М.—Л., 1950.
3. Научные и теоретические основы ядерной эпергетики, под ред. К. Гудмена, т. I, ИИЛ, М., 1950.
4. Иваненко Д. и Соколов А., Классическая теория поля (новые проблемы), ГИТТЛ, м.—Л., 1950.
5. Соколов А., Иваненко Д., Квантовая теория поля, ГИТТЛ, М.—Л., 1952.
6. Рыжик И. М. и Градштейн И. С., Таблицы интегралов, сумм, рядов и произведений, ГИТТЛ, М.—Л., 1951.
7. Ватсон Г. Н., Теория бесселевых функций, ИИЛ, М., 1949.