

石油・ガス鉱床の電気探査(その1)*

V. N. Dakhnov

大野博教 訳

第IX章 垂直探査の解釈

§ 57 基礎的知識

垂直探査曲線の解釈とは探査対象たる地層の成層状態ならびに岩質を決定する目的で、探査の実施された地域を構成している岩石の各境界面深度および比抵抗を決定することである。

VES 曲線の解釈は実測された(解釈されるべき)VES 曲線と理論曲線との比較からなる図式比較法によって行なわれるのが普通であるが、実測曲線の各部分の解析データから地層面深度および比抵抗を算出する図式解析法によって行なわれることもある。

理論 VES 曲線は次のような式によって表わされる。

$$\xi = \frac{\rho_K}{\rho_1} = f\left(\frac{\rho_2}{\rho_1}, \frac{\rho_3}{\rho_1}, \dots, \frac{h_2}{h_1}, \frac{h_3}{h_1}, \dots, \frac{AB}{2h_1}\right)$$

$$= f\left(\frac{AB}{2h_1}\right)^{**} = f(A)$$

ここに $\rho_1, \rho_2, \rho_3, \dots$ および h_1, h_2, h_3, \dots は曲線が計算された構造断面を形成している水平層の比抵抗ならびに厚さである。上の式は $\mu_2 = \rho_2/\rho_1, \mu_3 = \rho_3/\rho_1, \dots$ ならびに $\nu_2 = h_2/h_1, \nu_3 = h_3/h_1, \dots$ (これらを理論曲線径数と呼ぶことにする) のいろいろな値について、 $\xi = \rho_K/\rho_1$ と $A = AB/2h_1$ との関係を表わす。

最もよく利用されている対称型4極傾度法^{訳注1)}では実測曲線

$$\rho_K = f(AB/2) = f(r)$$

は1/2(電流電極間隔)に対する測定見掛比抵抗 ρ_K の関係を示す。

実測曲線も理論曲線も両対数尺***を使って作図される。両対数尺を使用すれば必要な理論曲線の数を少なくし、また、それを利用し易くすることが可能である。比抵抗 $\rho_1, \rho_2, \rho_3, \dots$ や厚さ h_1, h_2, h_3, \dots の値が異なっていたとしても、これらの比 $\rho_2/\rho_1, \rho_3/\rho_1, \dots, h_2/h_1, h_3/h_1, \dots$ が等しいVES 曲線は両対数尺で表示されている限り、同じ比に関して計算された理論曲線と一致するものである。このことは次のようにして証明される。

解釈曲線と理論曲線の表示式を両対数直交坐標系で示すと

$$\text{(実測曲線)} \quad \lg \rho_K = f(\lg r) = f(\lg AB/2)$$

$$\text{(理論曲線)} \quad \lg \rho_K/\rho_1 = f[\lg AB/2h_1]$$

$$\text{または, } \lg \rho_K - \lg \rho_1 = f[\lg AB/2 - \lg h_1]$$

上述のようにして導びき出された式において、 $\lg \rho_K, \lg \rho_1, \lg AB/2, \lg h_1$ をそれぞれ y, b, x, a とおけば、実測曲線の式は $y = f(x)$ 、理論曲線の式は $y - b = f(x - a)$ となる。

関数 $f(x), f(x - a)$ は探査構造断面を形成する各層の比抵抗比 $\rho_2/\rho_1, \rho_3/\rho_1, \dots$ および厚

* V. N. Дакнов: Электрическая разведка, Нефтяных и газовых месторождений, Гостоптехиздат, Москва, p. 294—326, 1953

** $\rho_2/\rho_1, \rho_3/\rho_1, \dots, h_2/h_1, h_3/h_1, \dots = \text{const.}$ の場合。

*** 現在では対数単位が 6.25 cm となる尺度が使われている。

訳注1) いわゆる Schlumberger 法をさす。

さの比 $h_2/h_1, h_3/h_1, \dots$ に関係するので、与えられた比 $\rho_2/\rho_1, \rho_3/\rho_1, \dots, h_2/h_1, h_3/h_1, \dots$ に対する実測曲線と理論曲線とは両対数尺で表わせば互いに形状の等しい、しかし、両者の坐標軸が横軸上 $a = \lg h_1$, 縦軸上 $b = \lg \rho_1$ だけ異なることになる。

それゆえ、理論曲線と実測曲線とが全く重なったときの理論曲線の原点が実測曲線の坐標系で示す横坐標と縦坐標とは求める h_1 と ρ_1 の値となる。被覆層（第1層）の比抵抗と厚さの決定法はこれに基づいている。

解釈に際しては、透明な用紙に製図された実測曲線と最もよく重なるような理論曲線を理論曲線集の中から一つ選び出すか、実測曲線が互いに隣接する2つの理論曲線の間に都合よく位するような曲線を選び出す。

このような場合、一連の条件（これについては後述する）を守って実測曲線と重なる理論曲線の径数 $\mu_2 = \rho_2/\rho_1, \mu_3 = \rho_3/\rho_1, \dots, \nu_2 = h_2/h_1, \nu_3 = h_3/h_1, \dots$ を知るにより、先に求められた第1層の比抵抗 ρ_1 と厚さ h_1 の値*を利用して第2層以下の各層の比抵抗 ρ_2, ρ_3, \dots と厚さ h_2, h_3, \dots を決定し、これらの地層面深度 $H_2 = h_1, H_3 = h_1 + h_2, H_4 = h_1 + h_2 + h_3, \dots$ を算出する。これらの値は構造図作成に用いられる。

理論曲線は図集に集録されている。計算された理論曲線の数は2層および3層 VES 曲線の解釈ならば大抵の場合にはそれだけで（特別な場合には内挿によって）間に合うほど充分の数にのぼる。このほか、後で説明する理論曲線の図式作成法もある。これは手元の2層、3層曲線を利用して、多層構造の理論曲線を作成するのに役立つ。

3層の理論曲線は対称型4電極系 ($MN \rightarrow 0$)** に対しては、次の値について計算されている。

$$\mu_2 = 39, 19, 9, 4, 7/3, 3/2, 2/3, 3/7, 1/4, 1/9, 1/19, 1/39, 1/100, 1/300$$

$$\mu_3 = \alpha, \mu_2^2, \mu_2^{3/2}, \mu_2^{1/2}, 0, 1$$

$$\nu_2 = 24, 9, 5, 3, 2, 1, 1/2, 1/3, 1/5, 1/9$$

各図葉には径数 μ_2, μ_3 および ν_2 の中の2つが一定で他の1つが種々の値をとるような曲線群 $\rho_K/\rho_1 = f(A)$ が収録されている。解釈に際して、ΓCΓT の3層曲線図集（188図葉）、BCEΓEИ の3層曲線図集（75図葉）ならびに Schlumberger 図集（278図葉）が利用される。

上述の3層曲線以外にも、2極法や等間隔3極法の ρ_K/ρ_1 曲線図集、VES 曲線の解釈を容易にする特殊なノモグラムおよび ΓCΓT の4層曲線図集がある。4層曲線図集は多層構造 VES 曲線の特性を正確に表現し、多層 VES 曲線の解釈を容易にすることも可能である。

BCEΓEИ [20] の理論曲線集には解釈操作を迅速にする補助曲線図集が含まれている。BCEΓEИ の曲線が他と若干変っている点は坐標軸のとり方にあらわれている。この図集では ΓCΓT や Schlumberger の図集と異なり、独立変数 $AB/2h_1$ を縦軸に、縦展変数 ρ_K/ρ_1 を横軸に沿ってとっている。通常、石油産業関係の電気探査においては、 $AB/2$ を横軸に ρ_K を縦軸にとって測定曲線を作成しているため、BCEΓEИ の曲線集を利用しようとするには、図集を左に 90° 回転しなければならない。

一般の地球物理学関係の機関でも、 $AB/2$ を横軸に、 ρ_K を縦軸にとって曲線を表示することが多いので、BCEΓEИ の曲線表示法は奨められない。

§ 58 2層曲線の解釈

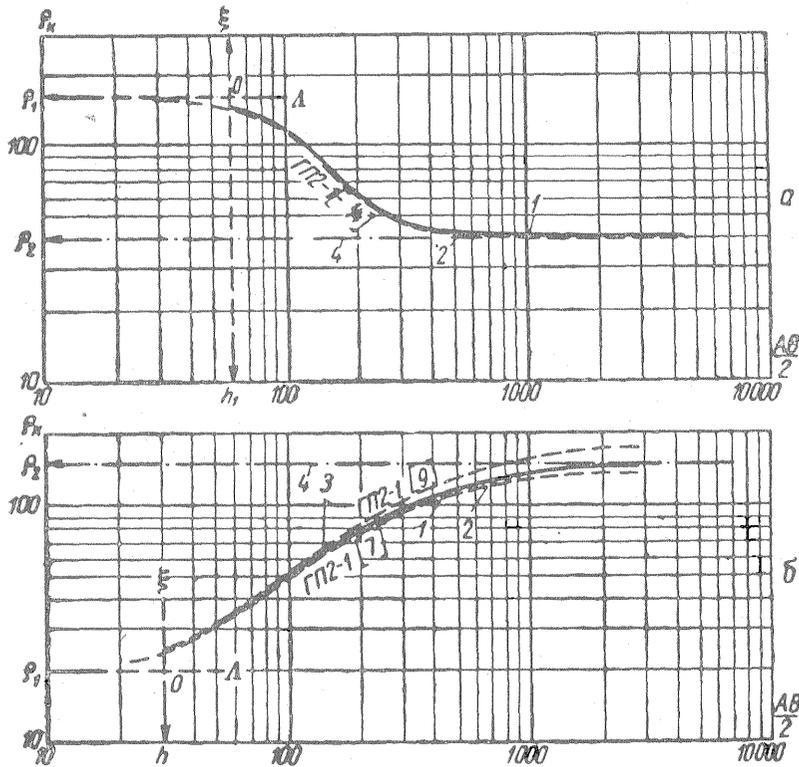
均質等方性媒質1（比抵抗 ρ_1 , 厚さ h_1 ）とこの下部にある第2の媒質2（比抵抗 ρ_2 , 実際上無限大であるときみなすことができるほど大きい厚さ h_2 ）とが水平境界面によって分けられているとき（ h_2 は h_1 の10倍以上なければならない）、VES 曲線を解釈するとき、2層図集 ΓΠ 2-1

* ρ_1 と h_1 とは既述の方法を使って理論曲線の坐標軸の交点の実測曲線坐標系における値から求められる。

** 給電電極の一つを無限遠に持ち去った場合の VES 曲線、 $MN \ll AB$ の場合や双極子法の一つ（equatorial dipole sounding）で得られる曲線の解釈に対しても有効である。

(付録 II, III) が利用され得る。

解釈に当って、図葉の上に実測曲線 1 (第 157 図 a および b) の用紙のをせ、実測曲線 1 と理論曲線の各坐標軸を平行に保ったまま、実測曲線用紙を上下、左右に動かして、この曲線が図葉の中の理論曲線の一つと重なるようにする (第 157 図 a) が、または 2 つの理論曲線 2 および 3 の間に適当に位するようにする (第 157 図 b)。



第 157 図 2 層曲線解釈の例

前にも説明したように、第 1 層の比抵抗 ρ_1 と厚さ h_1 とは図葉原点 O ($\xi = \frac{\rho_K}{\rho_1} = 1, A = \frac{AB}{2h_1} = 1$) の実測曲線坐標系における縦坐標と横坐標に等しくなる。こうして、 ρ_1 は理論曲線の横軸 $\xi=1$ が実測曲線の縦軸を切る点の ρ_K の値に等しく、 h_1 は理論曲線の縦軸 $A=1$ が実測曲線の横軸を切る点の $AB/2$ の値に等しい (第 157 図 a, b)。

第 1 層の比抵抗値と実測曲線に重なる理論曲線の径数* $\mu_2 = \rho_2/\rho_1$ とから下の媒質の比抵抗が算出される。すなわち

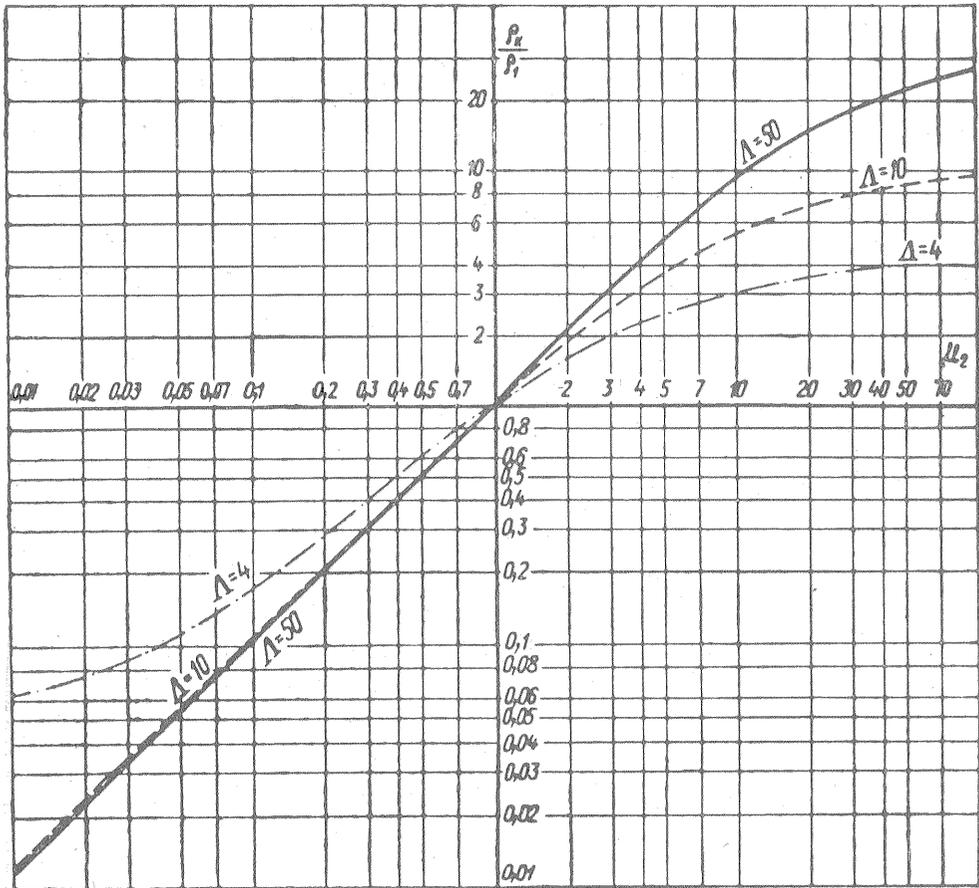
$$\rho_2 = \mu_2 \rho_1$$

ρ_2 はまた実測曲線が重なる理論曲線の漸近線 $\rho_K = \rho_2$ (第 157 図, 直線 4) と実測曲線の縦軸との交点の ρ_K の値に等しい。

実測曲線 (解釈曲線) が図葉 $\Pi 2-1$ の理論曲線のいずれとも重ならないが、2 つの理論曲線の間に入るときには、重なるべき理論曲線に相当する径数は内挿によって決定される。解釈精度をあげるには、解釈曲線とすぐ近くの理論曲線との間隔が比較的大きい部分を選んで $A = \text{const.}$ における各理論曲線の ρ_K/ρ_1 を求め、 $A = \text{const.}$ に対する補助曲線 $\rho_K/\rho_1 = f(\mu_2)$ を対数尺で

* 径数 μ_2 の値は曲線に添字されている。

図示し、実測曲線の測定値 ρ_K/ρ_1 をもつ点を同曲線上に記入して求める径数を決定するのがよい（第 158 図）。



第 158 図 A をパラメータとする $\rho_K/\rho_1=f(\mu_2)$ 曲線

例 第 157 図 6 に図示された曲線から比抵抗 ρ_1 , ρ_2 ならびに第 1 層の厚さ h_1 を決定すること。

既述のように、解釈すべき曲線を 2 層図葉の上にのせ、この曲線が $\mu_2=7$ および 9 なる、2 つの理論曲線の間に入ることを確かめる。次に図葉の坐標軸が解釈曲線の縦軸および横軸を切る点から、これらの坐標軸上に指示された目盛を利用して、 $\rho_1=20 \Omega\text{m}$, $h_1=30 \text{m}$ を得る。視察による内挿から解釈曲線の径数 μ_2 の確からしい値を求めると $\mu_2=7.5$ となる。より正確に求めるためには $AB/2=1500 \text{m}$ あるいは $AB/2h_1=50$ における曲線 $\rho_K/\rho_1=f(\mu_2)$ を作成する（第 158 図）。この曲線上に $\rho_K/\rho_1=145/20=7.25$ という値の点がみいだされる。この点の横坐標が求める径数 $\mu_2=7.4$ を与える。したがって

$$\rho_2 = \mu_2 \rho_1 = 7.4 \times 20 \Omega\text{m} = 148 \Omega\text{m} \text{ となる。}$$

被覆層が異方性を有するならば、VES 曲線から決定された比抵抗 ρ_1 と厚さ h_1 とはそれぞれ次のものに等しい。

- a) 異方性の層の平均比抵抗 $\rho_{1,m} = \sqrt{\rho_{1,n} \cdot \rho_{1,t}} = \rho_1$ ただし $\rho_{1,t}$ と $\rho_{1,n}$ とはこの層の層面に

沿った比抵抗とそれに垂直な方向の比抵抗である。

b) $\lambda_1 \times h_{1,true} = h_1$

ここに λ_1 は異方性係数で $h_{1,true}$ は第1層の真の厚さである。

もし異方性係数が既知であるならば、第二式から第1層の真の厚さは容易に算出される。すなわち

$$h_{1,true} = h_1 / \lambda_1 \tag{337}$$

異方性係数は次のようにして決定される。

(1) 坑井付近で実施された VES のデータを解釈して得た厚さ h_1 とこの坑井から決定された厚さ $h_{1,true}$ との比較から。

$$\lambda_1 = h_1 / h_{1,true} \tag{338}$$

(2) VES 曲線から決定された比抵抗 ρ_1 と坑井内の電氣的測定から算出された比抵抗 $\rho_{1,K}$ との比較から。水平層状構造においては、垂直方向に掘られた坑井内では $\rho_{1,K} = \rho_{1,t}$ となる。したがって

$$\lambda_1 = \rho_{1,m} / \rho_{1,t} = \rho_1 / \rho_{1,K} \tag{339}$$

が得られる。

(3) 第1層の岩質がかなりよく知られているときには、第1表を用いて近似的に求めることができる。

μ_2 の値が大きいときには第2層の比抵抗を正確に決定するのは困難になる。この場合、いろいろな μ_2 値に対する理論曲線は互いに接近しているのので、 μ_2 を決定しようとして解釈曲線を図葉の上ののせても、近似的に決まるだけである。

もし表層比抵抗が既知であり、下方媒質の比抵抗が実際上無限大であるとみなされる (ρ_2 は ρ_1 の数百倍以上なければならぬ) ならば、2層曲線の解釈は著しく容易になる。

この条件の下では、理論曲線は

$$\xi = A \tag{340}$$

なる漸近線に近づく。

この漸近線は横軸 $\rho_K = \rho_1$ と 45° の勾配をなし、 $AB/2h_1 = 1$ の点で横軸と交差する。

一方、 $\rho_2 = \infty$ の場合の実測曲線は

$$\rho_K = \frac{AB}{2h_1} \rho_1 \tag{341}$$

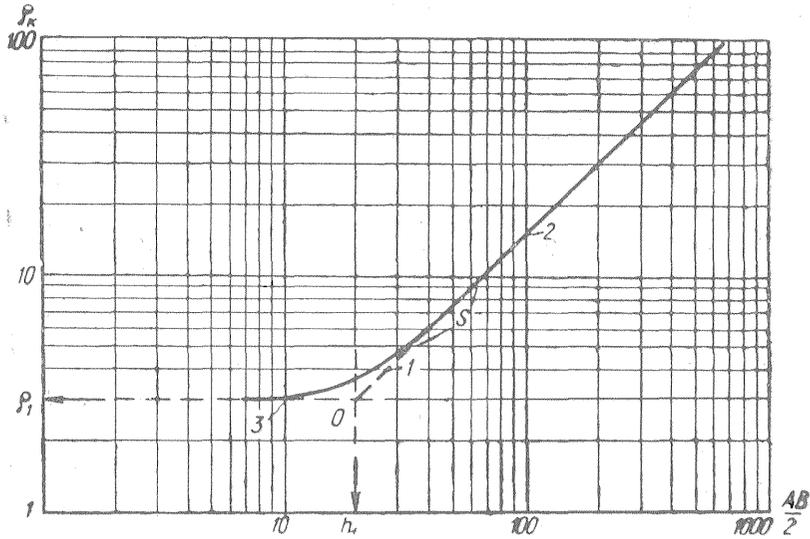
なる直線に漸近し、この直線は横軸と 45° の角度で傾斜し、横軸に平行な直線 $\rho_K = \rho_1$ と点 O で交差する。この点の横坐標 $AB/2$ の値は h_1 に等しくなる (第159図)。

上記のように、被覆層の比抵抗 ρ_1 が既知ならば、きわめて高い比抵抗をもつ基盤の表面深度を決定することははなはだ容易になり、結局、 $\rho_K = \rho_1$ なる直線3と解釈曲線の右枝2の漸近線1との交点 O の横坐標の決定に帰する (第159図)。

漸近線 $\rho_K = \frac{AB}{2h_1} \rho_1$ の上にあるすべての点は

$$\frac{AB}{2\rho_K} = \frac{h_1}{\rho_1} = S = \text{const.} \tag{342}$$

なる条件を満足する。すなわち、漸近線上の任意の点の横坐標と縦坐標の比は被覆層の縦電導度



第 159 図 $\rho_2 = \infty$ の場合の 2 層曲線の解釈の例

の値に等しい。

この量は底面 1 m^2 で厚さが h_1 ある平行六面体の底面に平行な方向で測定されたその六面体の電導度に相当する（第 160 図）。

厚さが h_i で比抵抗が ρ_i であるような n 層の一般の場合については、縦電導度は

$$S_{1,2,\dots,n} = \frac{H}{\rho_{t(n)}} = \sum_{i=1}^n \frac{h_i}{\rho_i} = \sum_{i=1}^n S_i \quad (343)$$

である。ここに H は絶縁性基盤上部の各層の厚さの和で、 $\rho_{t(n)}$ はその平均縦比抵抗である。

漸近線上の全点は縦電導度を決定するので、この漸近線は縦電導度線または S 線とも呼ばれている。

S 線と横軸 $\rho_K=1$ との交点の $AB/2$ の値は実際上無限大比抵抗をもつ媒質の被覆している各層の縦電導度の和に等しい数値を与える。

このことから、次の規則が得られる。

〔規則〕 無限大比抵抗媒質の上部層の縦電導度を決定するには実測（解釈）曲線の右枝に 45° の角度で漸近線をひき、この直線（ S 線）と直線 $\rho_K=1$ との交点を求める。この点の解釈曲線座標系で示された横座標の値は求める S の値に等しい。

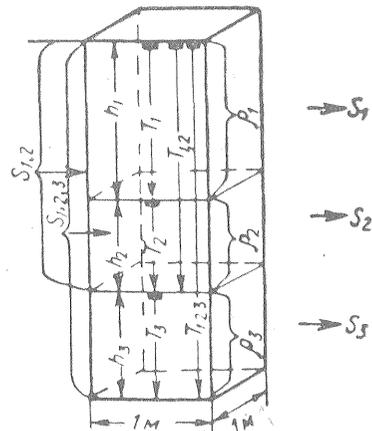
S 値は漸近線上の任意の点の縦座標 $\rho_{K,x}$ と横座標 $\left(\frac{AB}{2}\right)\rho_{K,x}$ とからも決定される。この場合

$$S = \frac{\left(\frac{AB}{2}\right)\rho_{K,x}}{\rho_{K,x}} \quad (344)$$

で、特に縦座標が 10 とか 100 という点の横座標の値を求めれば容易に S の値が得られる。

多層 VES 曲線の解釈では、もう一つの量、横抵抗が使われることがしばしばある。横抵抗は次の式によって定義される。

$$T = h \cdot \rho \quad (345)$$



第 160 図 縦電導度と横抵抗の説明図

この量は高さ h 底面の面積 1 m^2 なる平行六面体の底面に垂直な方向で測定された岩石の全抵抗に等しい (第 160 図)。

後述するように、横抵抗は比抵抗 ρ_i が

$$\rho_{i-1} < \rho_i > \rho_{i+1}$$

なる不等式を満足するならば、 i 番目の層に相当する VES 曲線部分の形状を決定する。ここに ρ_{i-1} と ρ_{i+1} とは上部と下部の層比抵抗である。 n 層からなる多層構造については、横抵抗は

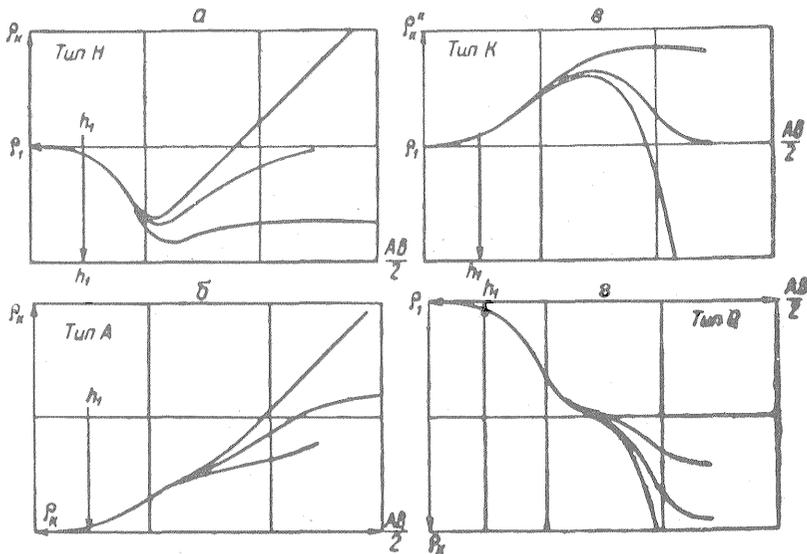
$$T = \sum_{i=1}^n h_i \rho_i = \sum_{i=1}^n T_i \quad (346)$$

になる。

§ 59 VES 曲線の図式作成法

多層 VES 曲線の解釈に入る前に、VES 曲線の図式作成法について述べておく方が好都合であるので、これについて説明する。計算されている理論曲線の数は実際に対面する曲線の数に較べて、はなはだ少ない。そのため、VES 曲線を解釈しようとしても、図集に解釈曲線に重なるような、あるいは形状の似ているような理論曲線が見当たらない場合がある。このような場合に曲線の図式作成法によって解釈すべき曲線に最もよく重なる曲線を選ばねばならない。

VES 曲線の図式作成法の研究から VES 曲線の形状に関係ある一連の径数を設定することもできる。



第 161 図 3 層曲線の型式

3 層曲線の図式作成

被覆層、中間層、基底層の比抵抗の間の関係によって、3 層 VES 曲線は次のような電気的特性を有する 4 つの型式に分類される。

- a) H 型曲線 (第 161, a 図) $\rho_1 > \rho_2 < \rho_3$
- b) A 型曲線 (第 161, b 図) $\rho_1 < \rho_2 < \rho_3$
- c) K 型曲線 (第 161, c 図) $\rho_1 < \rho_2 > \rho_3$
- d) Q 型曲線 (第 161, d 図) $\rho_1 > \rho_2 > \rho_3$

曲線の型式の名称は特性点 H, A, K, および Q (次項以下参照) の名称に由来する。これら

の特性点の解釈曲線坐標系における位置は2層図葉を利用する2層曲線解釈法を3層曲線の解釈に拡張するとき重要となる。

3層 VES 曲線の図式作成法の基礎を要約すれば次のようになる。

VES 曲線の左枝の走行は第1層と次層の比抵抗間の関係から決定される。一方、曲線の右枝は上部2層全体を厚さ $h_{1,2}$ の仮想的な1層におきかえたとき、その比抵抗 $\rho_{1,2}$ と第3層の比抵抗 ρ_3 との関係から決定される。 $\rho_{1,2}$ と $h_{1,2}$ の各値は各曲線型式に応じて与えられる。

2層図葉 Γ II 2-1 の助けにより VES 曲線の左枝および右枝を作成した後、曲線の間部を当面している電気的構造に似た構造に対応する3層理論曲線間の内挿によって作成して求める VES 曲線を完成する。

H 型曲線の作成

H型 VES 曲線は次のようにして作成される。 $\rho_1, \rho_2, \rho_3, h_1$ および h_2 の値が与えられているとしよう。まず両対数方眼紙上に (h_1, ρ_1) なる坐標点 O を標示する。または曲線を相対坐標系 $\left(A = \frac{AB}{2h_1}, \xi = \frac{\rho_K}{\rho_1}\right)$ で作成するときには、 $A=1, \xi=1$ なる坐標点を記入する。

点 O を2層図葉原点に一致させ、径数 $\mu_2 = \rho_2/\rho_1$ の曲線1を用紙上に移す。H型3層 VES 曲線の右枝を作成するとき、Hummel の規則にしたがって、最初の2層は厚さが

$$h_{1,2} = h_1 + h_2 \quad (347)$$

で、縦電導度 $S_{1,2}$ が第1層および第2層の縦電導度 $S_1 = h_1/\rho_1$ と $S_2 = h_2/\rho_2$ の和に等しい、換言すれば、

$$\rho_{1,2} = \frac{h_{1,2}}{S_{1,2}} = \frac{h_1 + h_2}{\frac{h_1}{\rho_1} + \frac{h_2}{\rho_2}} = \frac{h_1 + h_2}{S_1 + S_2} \quad (348)$$

であるような仮想的1層によって置換され得る。

したがって、H型3層曲線の右枝は径数 $\mu'_2 = \rho_3/\rho_{1,2}$ なる2層曲線に漸近する。この場合、2層曲線の坐標系原点を

$$x = h_1 + h_2 = h_{1,2} \quad (349)$$

$$y = \frac{h_1 + h_2}{S_1 + S_2} = \rho_{1,2} \quad (350)$$

なる坐標をもつ用紙上の点 H と一致させておかねばならない。

H 点の位置は作図によっても求められる。すなわち、縦軸に平行で横軸を $h_1 + h_2$ に相当する長さの点で切る垂線と、横軸と 45° の角度をなす $S_1 + S_2$ に相当する長さの線分を横軸上で切る直線2をひくと、両直線の交点が求める点 H となる。 (ξ, A) 坐標系では H 点の坐標は

$$A_H = 1 + \nu_2 \quad (351)$$

$$\xi_H = \frac{1 + \nu_2}{1 + \nu_2/\mu_2} = \frac{1 + \nu_2}{\mu_2 + \nu_2} \cdot \mu_2 \quad (352)$$

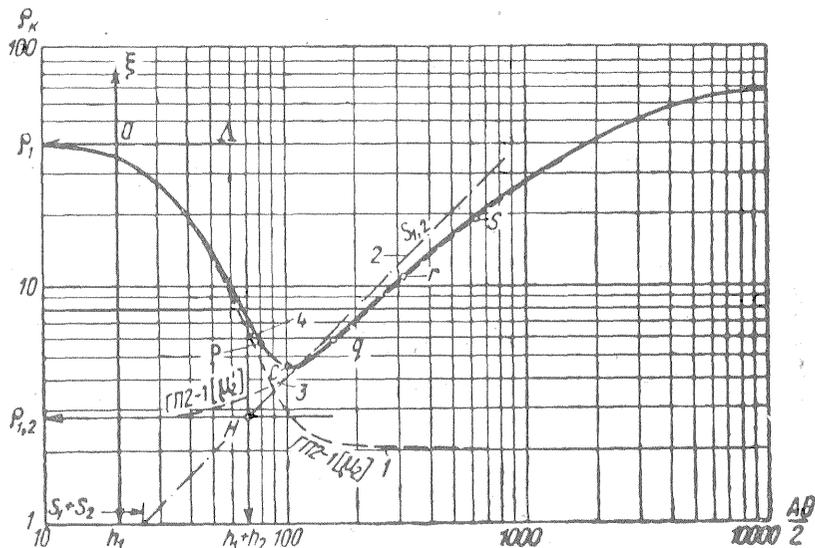
によって与えられる。

H 点が決すれば、それを2層図葉 Γ II 2-1 (付録 II) ($\rho_2 > \rho_1$) の原点に重ねて、径数

$$\mu'_2 = \frac{\rho_3}{\rho_{1,2}} = \frac{\rho_3}{h_1 + h_2} (S_1 + S_2) \quad (353)$$

なる曲線3を用紙上に移す。

求める曲線4は左方で曲線1と、右方で曲線3と重なるが、極小部は曲線1と3の交点よりやや上方を通過する。極小部をもっと正確に作成するには、3層曲線の間点坐標決定用ノモグラムを利用するのがよい。このような曲線の極小・極大点に関するノモグラムは3層曲線のより正確な解釈の実施を目的として、筆者がはじめて提唱したものである [9]。その後、A. И. Богданов [5] はさらにこの考えを発展させて、VES 曲線の図式作成ならびに解釈用ノモグラム集を発表した。それは $\lg \rho_K/\rho_1$ (その値は曲線に添示されている)、 $\lg \rho_3/\rho_1$ および $AB/2h_1$ (4, 8, 16 および 32 の4つの値) を径数とする ν_2 と μ_2 との関係 $\lg \nu_2 = f(\lg \mu_2)$ を図示



第162図 H型曲線の図式作成例

したものである。

これらのノモグラム (その一例が第163図に図示されている) は $\lg \rho_K / \rho_1 = \text{const.}$ なる曲線群中、与えられた座標 μ_2, ν_2 なる点 R の位置からこの点を通る曲線の径数 ρ_K / ρ_1 を内挿によって求め、 ρ_1 が既知ならば、4つの $AB/2h_1$ (4, 8, 16 および 32) に対する ρ_K を算出することが可能となる。

普通の場合には、VES 曲線の極小部を正確に決定しようとするならば、B. B. Дорощев のノモグラムを利用して極小点の位置を記入するだけで充分であろう。彼のノモグラム (それらの一例を第164図に示す) には $\mu_2 = \text{const.}$ に対する $\rho_{K \min} / \rho_1 = f(\nu_2)$ 曲線 (実線曲線) と

$\frac{\rho_{K \min}}{\rho_1} = f \left[\left(\frac{AB}{2} \right) \frac{\rho_{K \min}}{h_1} \right]$ 曲線 (破線曲線) が示されている。ここに $\left(\frac{AB}{2} \right) \rho_{K \min}$ は曲線 $\xi = f(\lambda)$ の極小点の横座標である。3層曲線の極小点の座標 $\rho_{K \min}$, $\left(\frac{AB}{2} \right) \rho_{K \min}$ を決定する

には、与えられた μ_2 値に対する $\frac{\rho_{K \min}}{\rho_1} = f(\nu_2)$ 曲線上で ν_2 なる横座標をもつ点 P を記入する。次に P 点をとって横軸に平行な直線をひき、与えられた径数 μ_2 に対する破線曲線との交点 P' の横座標を決定する。 ρ_1 と h_1 とから、求める $\rho_{K \min} = \frac{\rho_{K \min}}{\rho_1} \cdot \rho_1$ および

$$\left(\frac{AB}{2} \right) \rho_{K \min} = \frac{\left(\frac{AB}{2} \right) \rho_{K \min}}{h_1} \cdot h_1$$

を算出する。

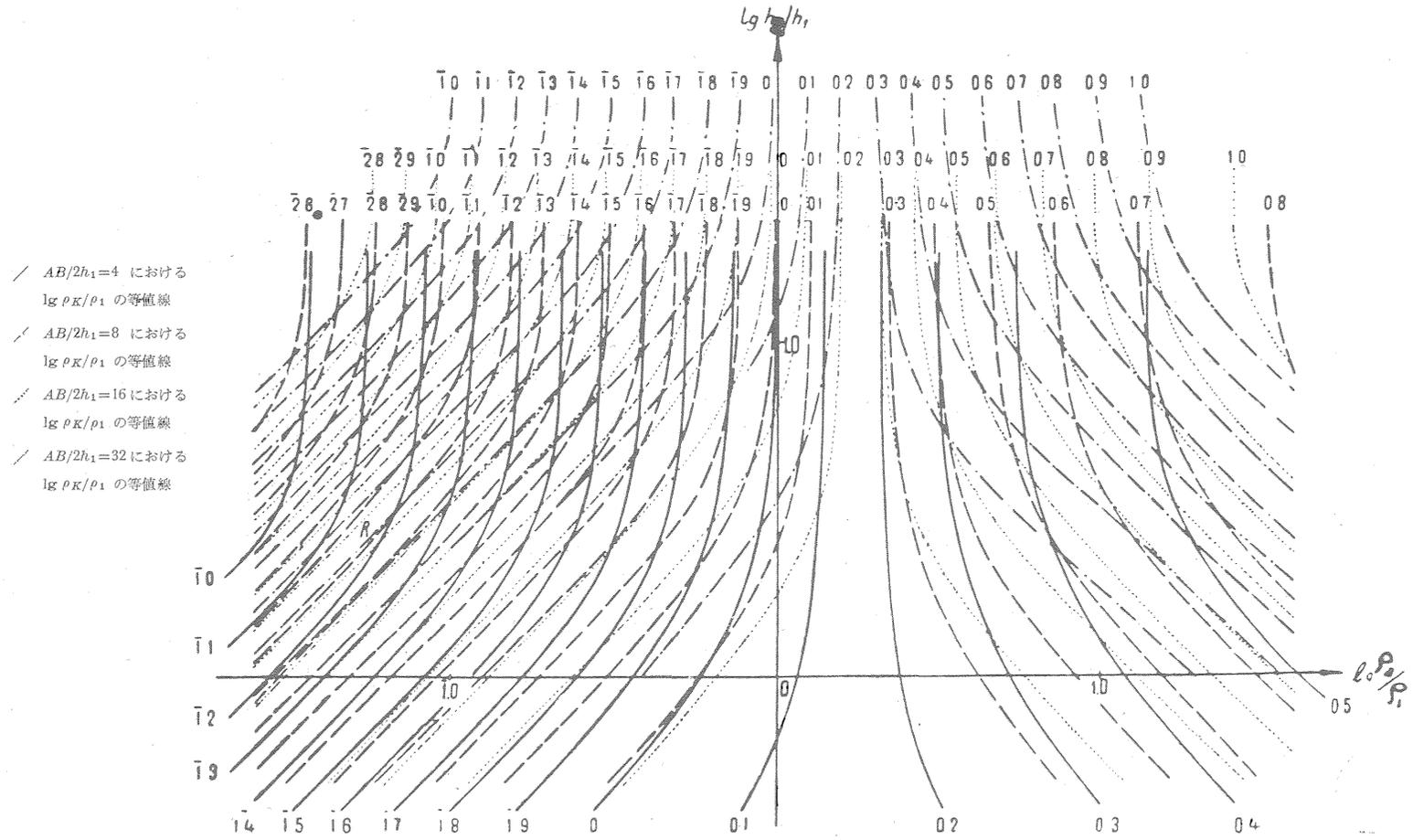
例 次の構造断面について VES 曲線を図式作成すること: $h_1=20 \text{ m}$, $\rho_1=40 \Omega\text{m}$, $h_2=50 \text{ m}$, $\rho_2=2 \Omega\text{m}$, $h_3=\infty$, $\rho_3=70 \Omega\text{m}$ ($S_1=0.5 \text{ mho}$, $S_2=25 \text{ mho}$)

1) 両対数方眼紙上に $x=h_1=20 \text{ m}$, $y=\rho_1=40 \Omega\text{m}$ なる座標を有する点 O を記入し、 $\Gamma\Pi$ 2-1 図葉 (付録 III) から径数 $\mu_2 = \frac{2}{40} = 0.05$ の2層曲線を移す (第162図)。

2) 点 H の座標

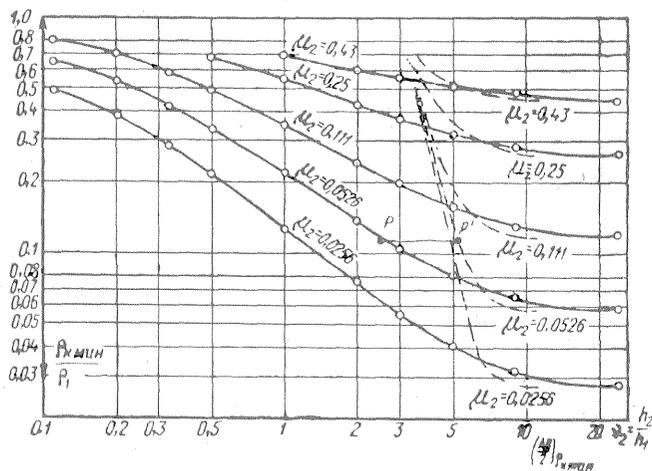
$$x_H = h_{1,2} = h_1 + h_2 = 70 \text{ m}$$

$$y_H = \rho_{1,2} = \frac{h_1 + h_2}{S_1 + S_2} = 2.8 \Omega\text{m}$$



53—(587)

第163図 A. И. Богданов のノモグラムの一例 ($lg \rho_3/\rho_1=0.25$ の場合)



第 164 図 $\mu_3=1$ の場合に $\frac{\rho_{Kmin}}{\rho_1} = f(\nu_2)$ (実線曲線) と $\frac{\rho_{Kmin}}{\rho_1} = f\left[\frac{\left(\frac{AB}{2}\right)\rho_{Kmin}}{h_1}\right]$ (破線曲線) なる関係を示す曲線のノモグラム

と曲線の漸近右枝の径数

$$\mu_2' = \frac{\rho_3}{\rho_{1,2}} = \frac{70}{2.8} = 2.5$$

を算出する。

図葉 ГП 2-1 (付録 II) を利用してこの右枝を作成する。その場合、坐標系原点は H 点の位置におく。

3) 曲線の極小点の坐標を決定する。このためには、最も近い μ_2 値に対する曲線の極小点の坐標決定用図葉 (第 164 図) を利用する。

$\nu_2=2.5, \mu_2=0.05$ に対して $\frac{\rho_{Kmin}}{\rho_1}=0.111$ (P 点の縦坐標) と $\frac{\left(\frac{AB}{2}\right)\rho_{Kmin}}{h_1}=5.2$ (P' 点の横坐標) を得る。

$$\rho_{Kmin} = \left(\frac{\rho_{Kmin}}{\rho_1}\right) \cdot \rho_1 = 0.111 \times 40 = 4.44 \Omega m,$$

$$\left(\frac{AB}{2}\right)\rho_{Kmin} = \frac{\left(\frac{AB}{2}\right)\rho_{Kmin}}{h_1} \cdot h_1 = 5.2 \times 20 = 104 m$$

なる坐標を有する点を用紙上に記入する。この点を C 点とする。

4) 極小点を通り、左側では径数 μ_2 の ГП 2-1 曲線に合流し、右側では径数 μ_2' の ГП 2-1 曲線に合流するような平滑曲線をひく。

求める曲線の 4 つの点は第 163 図に紹介された А. И. Богданов のノモグラム (この図葉には $\mu_3=1.75$ すなわち $\lg \mu_3=0.25$ に関する曲線群が図示されている) から得られる。

このノモグラム上に $\mu_2=0.05, \nu_2=2.5$ ($\lg \mu_2=2.7, \lg \nu_2=0.4$) なる坐標の点 R を記入し、内挿によって、この点を通る $\rho_K/\rho_1 = \text{const.}$ なる曲線の径数を求める。

a) $AB/2h_1=4$ ($AB/2=80 m$) のとき

$$\lg \rho_K/\rho_1 = 1.15, \quad \rho_K/\rho_1 = 0.1413, \quad \rho_K = 5.66 \Omega m$$

b) $AB/2h_1=8$ ($AB/2=160 m$) のとき

$$\lg \rho_K/\rho_1 = 1.144, \quad \rho_K/\rho_1 = 0.1392, \quad \rho_K = 5.58 \Omega m$$

c) $AB/2h_1=16$ ($AB/2=320$ m) のとき

$$\lg \rho_K/\rho_1=1.43, \quad \rho_K/\rho_1=0.269, \quad \rho_K=10.8 \Omega\text{m}$$

d) $AB/2h_1=32$ ($AB/2=640$ m) のとき

$$\lg \rho_K/\rho_1=1.67, \quad \rho_K/\rho_1=0.468, \quad \rho_K=18.7 \Omega\text{m}$$

次いで、 $\rho_K^p=5.66 \Omega\text{m}$, $(AB/2)^p=80$ m; $\rho_K^q=5.58$, $(AB/2)^q=160$ m; $\rho_K^r=10.8 \Omega\text{m}$, $(AB/2)^r=320$ m; $\rho_K^s=18.7 \Omega\text{m}$, $(AB/2)^s=640$ m; という座標をもつ点 p, q, r, s を用紙上に記入する。求める曲線はこれらの諸点を通る。極小点 c を記入すれば、さらに精度よく曲線を作成することができる。

もし解釈者の手元に3層曲線集があるならば、求める曲線をより正確に作成するには、異なる μ_3 値について、 ν_2/μ_2 の近似値に対する2つの理論曲線を用紙上に移し、求める曲線をその曲線の傾向と一致するようにしてひくのがよい。

等価の原理

$\rho_1 > \rho_2 < \rho_3$ の場合の VES 曲線を観察すると、第2層の厚さがそれほど大きくなく、その比抵抗が VES 曲線の極小点の見掛比抵抗 ρ_K の半分以下であるほど低いときには、第2層の比抵抗と厚さを同時に増大もしくは減少させても、 ρ_K 曲線の形状を実際に変えるまでには至らない。このような条件のもとでは、VES 曲線の形状は第1層と第2層の比抵抗との間の比によって決定されるのではなく、これらの層の縦電導度間の比によって決定されるのである。すなわち

$$\sigma_2 = \frac{S_2}{S_1} = \frac{h_2}{\rho_2} \cdot \frac{\rho_1}{h_1} = \frac{\nu_2}{\mu_2} \quad (354)$$

上述の条件において、VES 曲線の形状は中間層の厚さを n 分の1にし、比抵抗を n 分の1に変化させても変わらない。

一方、2つの低比抵抗層の間に高比抵抗層が介在している場合にも類似な現象がみられる。中間層が薄くて、大きな比抵抗のとき、与えられた層が n 分の1の厚さをもち、 n 倍の比抵抗の層でおきかえられても、VES 曲線の形状は変わらない。この場合、VES 曲線の形状は中間層と被覆層の比抵抗比によって決定されるのではなく、横抵抗比によって決定されることになる。

$$\tau_2 = \frac{T_2}{T_1} = \frac{h_2 \rho_2}{h_1 \rho_1} = \mu_2 \nu_2 \quad (355)$$

この VES 曲線の特性は任意の多層構造の場合においても現われる。2層以上の構造で、中間層の厚さが小さいとき、 ρ_K 曲線の形状は各中間層の比抵抗と厚さを決定するものではなく、その層の縦電導度 $S_i = h_i/\rho_i$ ($\rho_{i-1} > \rho_i < \rho_{i+1}$ の場合)、横抵抗 $T_i = h_i \rho_i$ ($\rho_{i-1} < \rho_i > \rho_{i+1}$ の場合) を決定するものである*。

この命題は等価の原理と名付けられているが、その正当性は多数の理論曲線の比較からも実証されるが、次に3層構造の場合について解析的に証明することにしよう。

2極、3極および4極配置に対する見掛比抵抗値を決定する式の中で、中間層の厚さと比抵抗が関係するのは電位 U および電場の強さ E のみである。 U や E の表示式をみると、核関数 $B_1(m)$ のみが h_2 と ρ_2 の値に関係するものであるから、等価の原理の正当性を証明しようとするならば、関数 $B_1(m)$ が中間層の比抵抗や厚さに依存するものでなくて、その層の縦電導度 $S_2 = h_2/\rho_2$ ($\rho_1 > \rho_2 < \rho_3$ の場合) または横抵抗 $T_2 = \rho_2 h_2$ ($\rho_1 < \rho_2 > \rho_3$ の場合) に関係するものであることを論証すればよい。

数式化した法則の証明のために関数 $B_1(m)$ を記述してみる。

$$\begin{aligned} B_1(m) &= q \frac{k_{12}e^{-2mH_2} + k_{23}e^{-2mH_3}}{1 - k_{12}e^{-2mH_2} - k_{23}e^{-2mH_3} + k_{12}k_{23}e^{-2m(H_3 - H_2)}} \\ &= q \frac{k_{12}e^{-2mh_1} + k_{23}e^{-2m(h_1 + h_2)}}{1 - k_{12}e^{-2mh_1} - k_{23}e^{-2m(h_1 + h_2)} + k_{12}k_{23}e^{-2mh_2}} \end{aligned} \quad (356)$$

* 示数 i は対象となる層の順番を表す。

ここに

$$q = \rho_1 I / 2\pi, \quad k_{12} = \rho_2 - \rho_1 / \rho_2 + \rho_1, \quad k_{23} = \rho_3 - \rho_2 / \rho_3 + \rho_2$$

である。

$H_2 = h_1$ ならびに $H_3 = h_1 + h_2$ は既知の量である。

もし $\rho_1 > \rho_2 < \rho_3$ ならば、等価の原理は $h_2 \ll h_1$, $\rho_2 \ll \rho_1$ および $\rho_2 \ll \rho_3$ の場合正しいはずである。上の条件においては

$$e^{-2m(h_1+h_2)} \simeq e^{-2mh_1} \cdot e^{-2mh_2} \simeq e^{-2mh_1}(1-2mh_2)^* \quad (357)$$

$$k_{12} = (\rho_2 - \rho_1) / (\rho_2 + \rho_1) = 2\rho_2 / (\rho_2 + \rho_1) - 1 \simeq 2\rho_2 / \rho_1 - 1 \quad (358)$$

$$k_{23} = (\rho_3 - \rho_2) / (\rho_3 + \rho_2) = 1 - 2\rho_2 / (\rho_3 + \rho_2) \simeq 1 - 2\rho_2 / \rho_3 \quad (359)$$

(356) 式に (357), (358), (359) を代入して次の式を得る。

$$\begin{aligned} B_1(m) &= qe^{-2mh_1} \frac{\frac{2\rho_2}{\rho_1} - 1 + \left(1 - \frac{2\rho_2}{\rho_3}\right)(1-2mh_2)}{1 - \left[\frac{2\rho_2}{\rho_1} - 1 + \left(1 - \frac{2\rho_2}{\rho_3}\right)(1-2mh_2)\right]e^{-2mh_1} + \left(\frac{2\rho_2}{\rho_1} - 1\right)\left(1 - \frac{2\rho_2}{\rho_3}\right)(1-2mh_2)} \\ &\simeq qe^{-2mh_1} \frac{\frac{1}{\rho_1} - \frac{1}{\rho_3} - m \frac{h_2}{\rho_2}}{-\left[\left(\frac{1}{\rho_1} - \frac{1}{\rho_3}\right) - m \frac{h_2}{\rho_2}\right]e^{-2mh_1} + \frac{1}{\rho_1} - \frac{1}{\rho_3} + m \frac{h_2}{\rho_2}} \\ &= qe^{-2mh_1} \frac{\rho_3 - \rho_1 - m - S_2}{-(\rho_3 - \rho_1 - m\rho_1\rho_3 S_2)e^{-2mh_1} + \rho_3 - \rho_1 + m\rho_1\rho_3 S_2} \quad (360) \end{aligned}$$

こうして $h_2 \ll h_1$, $\rho_2 \ll \rho_1$, $\rho_2 \ll \rho_3$ においては関数 $B_1(m)$ は ρ_2 および h_2 の絶対値に関するのではなく、比 $h_2/\rho_2 = S_2$ (中間層の縦電導度) に関する。

一方、 $\rho_2 \gg \rho_1$, $\rho_2 \gg \rho_3$ および $h_2 \ll h_1$ においては

$$k_{12} = (\rho_2 - \rho_1) / (\rho_2 + \rho_1) = 1 - 2\rho_1 / (\rho_2 + \rho_1) \simeq 1 - 2\rho_1 / \rho_2 \quad (361)$$

$$k_{23} = (\rho_3 - \rho_2) / (\rho_3 + \rho_2) = 2\rho_3 / (\rho_3 + \rho_2) - 1 \simeq 2\rho_3 / \rho_2 - 1 \quad (362)$$

$$\begin{aligned} B_1(m) &= qe^{-2mh_1} \frac{1 - \frac{2\rho_1}{\rho_2} + \left(\frac{2\rho_3}{\rho_2} - 1\right)(1-2mh_2)}{1 - \left[1 - \frac{2\rho_1}{\rho_2} + \left(\frac{2\rho_3}{\rho_2} - 1\right)(1-2mh_2)\right]e^{-2mh_1} + \left(1 - \frac{2\rho_1}{\rho_2}\right)\left(\frac{2\rho_3}{\rho_2} - 1\right)(1-2mh_2)} \\ &\simeq qe^{-2mh_1} \frac{\rho_3 - \rho_1 + m\rho_2 h_2}{(\rho_1 - \rho_3 - m\rho_2 h_2)e^{-2mh_1} + \rho_1 + \rho_3 + m\rho_2 h_2} \\ &= qe^{-2mh_1} \frac{\rho_3 - \rho_1 + mT_2}{(\rho_1 - \rho_3 - mT_2)e^{-2mh_1} + \rho_1 + \rho_3 + mT_2} \quad (363) \end{aligned}$$

したがって、この場合には $B_1(m)$ は h_2 と ρ_2 に依存せず、中間層の横抵抗 T_2 に関係することになる。

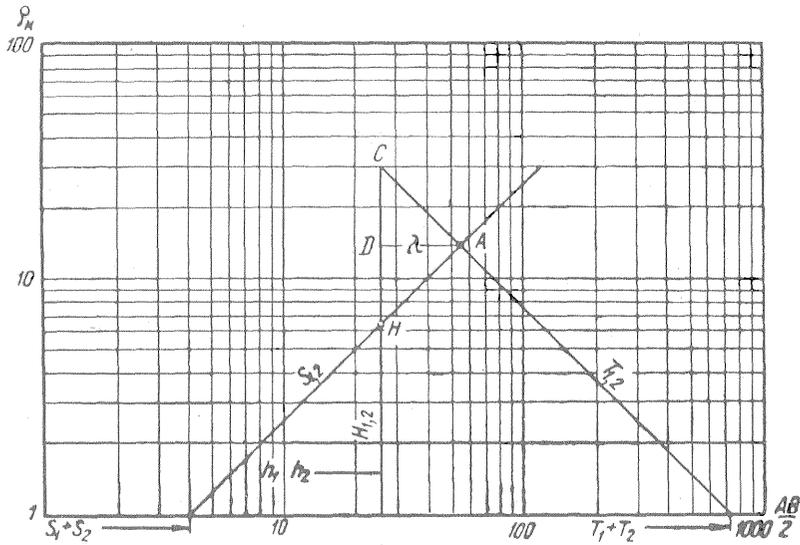
A 型曲線の作成

A 型 VES 曲線の左枝の図式作成は H 型曲線の作成の場合と似た手順で実施される。両対数方眼紙上に、 $x = h_1$, $y = \rho_1$ なる座標の点を記入する。この点を 2 層図葉 $\Gamma\text{I } 2-1$ ($\rho_2 > \rho_1$) の座標系原点に一致させ、径数が $\mu_2 = \rho_2 / \rho_1$ であるような曲線 1 を方眼紙に移す (第 165 図)。次いで、最初の 2 層 (比抵抗 ρ_1, ρ_2 , 厚さ h_1, h_2) を仮想的な 1 層におきかえる。この仮想的な層の縦電導度と横抵抗とはそれぞれ第 1 層と第 2 層の縦電導度の和、横抵抗の和に等しい。したがって、仮想的な層の厚さは

$$h_{1,2} = \frac{T_1 + T_2}{\rho_{1,2}} \quad (364)$$

その比抵抗は

* $2mh_2$ が小さければ $e^{-2mh_2} \simeq 1 - 2mh_2$ となるから。



第 166 図 異方性三角形の作成

である)の各交点, A, H および C はいわゆる異方性三角形を形成する(第 166 図)。この三角形の高さ AD は問題となる 3 層断面の第 1 および第 2 層の巨視異方性係数に等しい。

$$\begin{aligned} AD &= \frac{\sqrt{(h_1\rho_1+h_2\rho_2)(h_1/\rho_1+h_2/\rho_2)}}{h_1+h_2} \\ &= \sqrt{1+\frac{\nu_2}{(1+\nu_2)^2} \cdot \frac{(\rho_2-\rho_1)^2}{\rho_2\rho_1}} \\ &= \lambda \end{aligned}$$

もし曲線が相対座標系 A, ξ に準拠して作図されるのであれば、点 O の坐標 (A_0, ξ_0) 、異方性の点の坐標 (A_A, ξ_A) および $\sigma_{1,2} = \frac{S_1+S_2}{S_1}$ 、 $\tau_{1,2} = \frac{T_1+T_2}{T_1}$ はそれぞれ次に示す値に等しい。

$$A_0 = 1, \quad \xi_0 = 1, \quad A_A = \sqrt{(1+\nu_2/\mu_2)(1+\nu_2/\mu_2)} \quad (370)$$

$$\xi_A = \sqrt{\frac{1+\mu_2\nu_2}{1+\nu_2/\mu_2}}, \quad \sigma_{1,2} = 1+\nu_2/\mu_2, \quad \tau_{1,2} = 1+\mu_2\nu_2 \quad (371)$$

例 $\mu_2=10, \nu_2=9, \mu_3=100$ のとき、坐標系 A, ξ で VES 曲線を図式作成すること(第 165 図)。

1) VES 用紙の坐標系原点 $(A_0=1, \xi_0=1)$ と 2 層図葉の原点 O とを重ね合せ、径数 $\mu_2=10$ なる曲線 1 を用紙上に移す。

2) 横軸上に点 $\sigma_{1,2}, \tau_{1,2}$ を記入する。この数値は

$$\sigma_{1,2} = 1+\nu_2/\mu_2 = 1+9/10 = 1.9$$

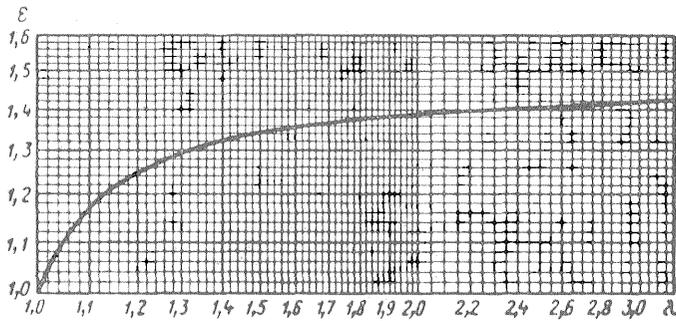
$$\tau_{1,2} = 1+\mu_2\nu_2 = 1+10 \times 9 = 91$$

に等しい。次いで、直線 $\sigma_{1,2}, \tau_{1,2}$ をひく。両直線の交点は A 点の位置を決定し、その坐標は $(A_A=13.2, \xi_A=6.9)$ となる。

3) A 点を 2 層図葉の原点に一致させて、径数 $\mu_2' = \mu_3/\xi_A = 100/6.9 = 14.5$ なる曲線を移す。

このような曲線は図集中には見当たらないので、これに近い径数 $\mu_2'=19$ と $\mu_2'=9$ の 2 つの曲線 3 および 4 を用紙上に移す。そして、内挿によって $\mu_2'=14.5$ なる径数の $\Gamma\Pi$ 2-1 の曲線 2 をひく。

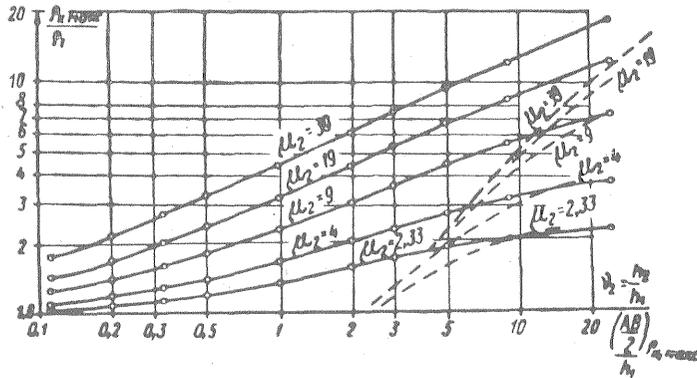
4) こうして、左の部分では曲線 1 に、右の部分では曲線 2 に合一するように、求める曲線 5



第168図 ε~λ 曲線

その後、用紙上に、 $\mu_2\nu_2$, $\mu_3=\rho_3/\rho_1$ が近似的に等しい値の2つの3層曲線 3, 4 を記入する。内挿によって、求める曲線 5 をひく。この曲線 1 と左の部分で、曲線 2 と右の部分で一致し、中間部では曲線 3 と 4 の間にはさまれる。

さらに正確にK型曲線を作るには第169図に紹介されているノモグラムを利用して、極大点の位置を方眼紙上におとすのがよい。そのためには、与えられた値の μ_2 と ν_2 とに対して、縦坐標 $\rho_{K \max}$ の値 (ノモグラムでは実線で表わされている) を決定し、同図内に破線で示された $\rho_{K \max}=f(\lambda\rho_{K \max})$ 曲線から横坐標の値をみいだす。



第169図 $\rho_{K \max}/\rho_1=f(\nu_2)$ (実線曲線) と $\rho_{K \max}/\rho_1=f[(AB/2)\rho_{K \max}/h_1]$ (破線曲線) なる関係を示すノモグラム (ただし $\mu_3=1$ の場合) (B. B. Дорощев による)

例 $\rho_1=15 \Omega\text{m}$, $h_1=20 \text{ m}$, $\rho_2=150 \Omega\text{m}$, $h_2=90 \text{ m}$, $\rho_3=5 \Omega\text{m}$, $h_3=\infty$ の場合について、VES 曲線を図式作成すること。

1) $\Gamma\Pi$ 2-1 図葉 ($\rho_2 > \rho_1$) の坐標系原点と坐標 $y=\rho_1=15 \Omega\text{m}$, $x=h_1=20 \text{ m}$ をもつ用紙上の点 O とを重ね (第167図), $\mu_2=10$ なる径数の曲線 1 を用紙上に移す (この曲線の $\Gamma\Pi$ 2-1 図葉上の位置は $\mu_2=9$ ならびに $\mu_2=19$ なる2つの曲線間の内挿より求められる)。

2) 直線 $h_1+h_2=110 \text{ m}$, $S_{1,2}=S_1+S_2=h_1/\rho_1+h_2/\rho_2=20/15+90/150=1.93$, $T_{1,2}=T_1+T_2=h_1\rho_1+h_2\rho_2=13800$ をひく。A 点の縦坐標は $\rho_{1,2}=85 \Omega\text{m}$ となる。

3) 異方性三角形 AHC より λ を決定し、第168図に示されているノモグラムから $\epsilon=1.36$ を発見する。両対数坐標系におけるこの値は線分 AK に等しい。

4) K 点を記入し、 $\Gamma\Pi$ 2-1 図葉 ($\rho_2 > \rho_1$) の坐標系原点とこの点とを重ね合せて、径数

$$\mu_2' = \rho_3/\rho_{1,2} = 5/85 = 0.059^*$$

なる漸近曲線を移す。

5) T_2 に近いが μ_3 の値が異なる2つのK型曲線3と4を移す。

6) 求める曲線5をひく。この曲線の右の部分は曲線1に、左の部分は曲線2に合流する。中間部は曲線3と4の間に位置を占める。

A. M. Пылаев はK型曲線の右枝の作成に K 点ではなく H 点から $S_{1,2}$ 線上で上方に $K'H$ 離れた点 K' を利用して、この点を2層図葉 $\Gamma\Pi$ 2-1 ($\rho_2 > \rho_1$) の坐標系原点と重ねることを提案した。この点の坐標は特別なノモグラム [20] から決定される。全ソ石油産業界傘下の研究所で計算し作成された3層理論曲線を使って吟味すると、大抵の場合、 K 点より K' 点を利用した方がより正確な結果が得られている。

Q 型曲線の図式作成

Q 型 VES 曲線の図式作成においても、これまで説明したすべての場合と同様にして曲線の左の部分が作られる(第170図曲線1)。ついで、最初の2層は厚さ

$$h_{1,2} = \eta(h_1 + h_2) \quad (377)$$

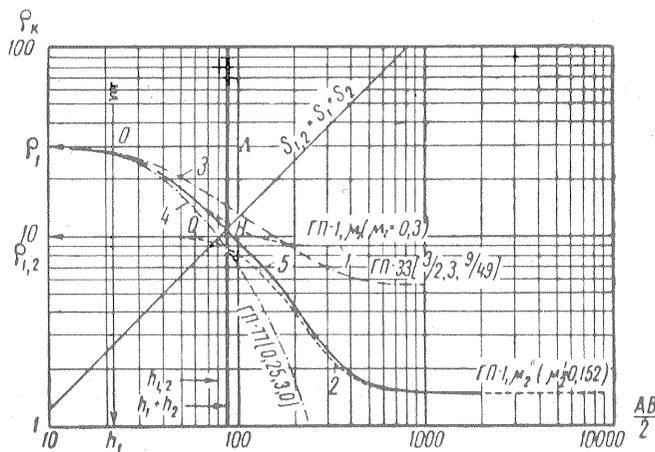
比抵抗

$$\rho_{1,2} = \eta \frac{h_1 + h_2}{\frac{h_1}{\rho_1} + \frac{h_2}{\rho_2}} \quad (378)$$

を有する仮想の一層によって置きかえられる。ここに η は μ_2, ν_2 に関する係数である。つづいて、図葉 $\Gamma\Pi$ 2-1 の坐標系原点と点 Q (坐標 $h_{1,2}, \rho_{1,2}$) とを一致させ、図葉から、径数

$$\mu_2' = \rho_3/\rho_{1,2}$$

の右方漸近曲線2を得る。



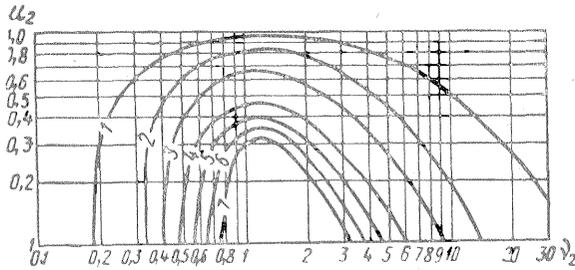
第170図 Q型曲線の図式作成例

Q 点の位置を決定するのに、垂線 $AB/2 = h_1 + h_2$ と斜線 $S_{1,2} = S_1 + S_2$ との交点 H が記入され、次いで H 点から直線 $S_{1,2}$ に沿って左下方に向けてある距離だけ離れた点を求めればよい。その数値は第171図に引用された μ_2 と ν_2 についてのノモグラムから発見される。 Q 点の位置が決まり、右枝の形状が決定されたならば、中間部の形状を求めねばならない。与えられた

* この曲線は $\Gamma\Pi$ 2-1 図葉の $\mu_2' = 1/9, \mu_3' = 1/19$ なる径数の内挿より求められる。

値より若干大きいかまたは小さい値の μ_2, ν_2, μ_3 に対する 2 つの曲線 3 と 4 とを 3 層図葉から用紙上に移して、求める曲線 5 の中間部をひく。こうして、曲線 5 は左側で曲線 1 に、右側で曲線 2 に漸近し、中間部が曲線 3 と 4 の中間に入るような曲線となる。

坐標系が相対坐標系 A, ξ の場合、点 O は坐標系原点、点 Q は $A_H = 1 + \nu_2, \xi_H = 1 + \nu_2 / 1 + \nu_2 / \mu_2$ なる坐標をもつ H 点から直線 $S_{1,2} = 1 + \nu_2 / \mu_2$ 沿いに左下方に線分 QH だけ離れている。この線分の数値は第 171 図*に引用されているノモグラムによって決定される。



第 171 図 線分 QH の長さ (mm で表わされている) を μ_2 と ν_2 の関数として図示したノモグラム。ただし、VES 曲線の対数尺の単位が 6.25 cm に等しい場合に対する数値が使用されている。

例 次の断面に対する VES 曲線の図式作成: $h_1 = 22 \text{ cm}, \rho_1 = 30 \Omega\text{m}; h_2 = 66 \text{ m}; \rho_2 = 9 \Omega\text{m}; \rho_3 = 1.5 \Omega\text{m}; h_3 = \infty$.

1) $\Gamma\text{II } 2-1$ 図葉原点を用紙上の点 O : $h_1 = 22 \text{ m}, \rho_1 = 30 \Omega\text{m}$ と一致させ (第 170 図), 用紙上に径数 $\mu_2 = 0.3$ なる曲線 1 を移す。この曲線は 2 層図葉の径数 $\mu_2 = 0.33$ と $\mu_2 = 0.25$ なる 2 つの曲線間の内挿によって発見される。

2) 点 H の位置の決定。そのために直線 $h_1 + h_2 = 88 \text{ m}$ と $S_1 + S_2 = 0.735 + 7.35 = 8.09 \text{ mho}$ をひく。

3) 第 171 図に引用されたノモグラムから与えられた μ_2 と ν_2 とに対する QH の値として 3.8 mm を発見する。 H 点から左下方に直線 $S_{1,2}$ に沿って点 Q の位置を決定する。

4) 点 Q と図葉 $\Gamma\text{II } 2-1$ の坐標系原点とを一致させ、径数 $\mu_2' = \rho_3 / \rho_{1,2} = 1.5 / 9.9 = 0.152$ なる曲線 2 をひく。

5) 与えられた μ_2 と ν_2 に対する Q 型曲線に近似した曲線 3 と 4 とを用紙にかき入れ、その間をとおるようにして、求める曲線 5 をひく。

点 H, A, K および Q の位置の記入を迅速かつ容易にするため付録 XVII, XVIII (同様に XIX, XX) に示された特殊の図葉を利用してよい。これらの図葉には $\mu_2 = \text{const.}, \nu_2 = \text{const.}$ ** に対する関係式 $\frac{\rho_{1,2}}{\rho_1} = f\left(\frac{h_{1,2}}{h_1}\right)$ を示す 2 組の曲線群が記載されている。

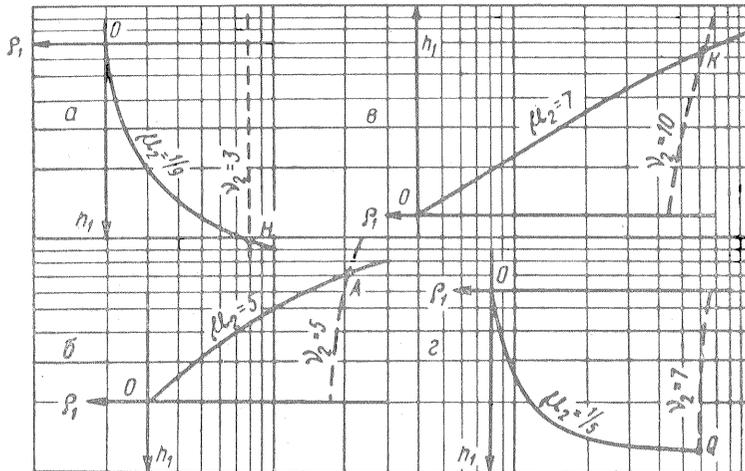
図式作成される曲線の坐標系原点 $O (h_1, \rho_1)$ に関する求めるべき点 H, A, K および Q の

* 対数単位長が 6.25 cm 等しい尺度に対するものである。

** 図葉 H では $\nu_2 = \text{const.}$ における関係式 $\frac{\rho_{1,2}}{\rho_1} = f\left(\frac{h_{1,2}}{h_1}\right)$ は縦軸に平行で横軸を $(1 + \nu_2)$ なる坐標の点で切る直線群を表わす。図葉 A, K および Q では $\nu_2 = \text{const.}$ における関係式 $\frac{\rho_{1,2}}{\rho_1} = f\left(\frac{h_{1,2}}{h_1}\right)$ は曲線となる。これらは図葉の横軸を $1 + \nu_2$ に等しい坐標点で横切る。図葉 H, A, K および Q の詳細については § 61 で説明する。

座標は補助図葉 H, A, K および Q の座標系原点に関して、与えられた径数 μ_2, ν_2 に対する曲線 $\mu_2 = \text{const.}, \nu_2 = \text{const.}$ の交点の位置から決定される。そこで、点 H, A, K および Q の位置を VES 曲線用紙上に記入するには、これらの曲線の型 (H, A, K もしくは Q) に応じて指定された補助曲線図葉上に用紙をのせ、曲線の原点 $0 (h_1, \rho_1)$ と図葉 H (H 型曲線作成の場合、以下同様)、図葉 A 、図葉 K あるいは図葉 Q の座標系原点とを一致させ、さらに図葉と用紙の座標軸とをそれぞれ平行になるように保つ。次いで、与えられた係数 μ_2 と ν_2 に対する曲線群 $\mu_2 = \text{const.}$ および $\nu_2 = \text{const.}$ の曲線 $\frac{\rho_{1,2}}{\rho_1} = f\left(\frac{h_{1,2}}{h_1}\right)$ の交点をみいだせば、これが求むる点 (H, A, K または Q) であり、それを用紙上に移す。第 172 図に点 H, A, K および Q の位置決定例が紹介されている。

- 1) 点 H $\mu_2=1/9, \nu_2=3$ (同図 a)
- 2) 点 A $\mu_2=5, \nu_2=5$ (同図 b)
- 3) 点 K $\mu_2=7, \nu_2=10$ (同図 B)
- 4) 点 Q $\mu_2=1/5, \nu_2=7$ (同図 r)



第 172 図 補助図葉 $H(a), A(b), K(B)$ および $Q(r)$ の使用による点 H, A, K および Q の決定

4 層 曲 線 の 図 式 作 成

4 層 VES 曲線は 3 層 VES 曲線図式作成法を 2 度適用して作成される。

最初、第 4 層を無視して、第 3 層の厚さが無限大であると仮定し、上部 3 層に関係ある曲線部分を作成する。このことが可能であるのは電流電極間隔が第 4 層深度より小さければその層の影響が VES 曲線の最初の部分にはほとんど現われてこないからである。

VES 曲線の左枝作成に際して、類似の 3 層曲線が見当たらない場合には、2 層図葉 Γ 2-1 から径数 $\mu_2 = \rho_2 / \rho_1$ なる曲線 1 を移す (第 173 図)。次に、既述のように、上部 2 層を厚さ $h_{1,2}$ 、比抵抗 $\rho_{1,2}$ なる等価層 (仮想的 1 層) によって置きかえる。

4 層曲線の左の部分が曲線のどの型に帰するかに応じて、次の値を求める。

- a) H 型曲線 (第 161 図 a および第 162 図) に対して

$$\left. \begin{aligned} \rho_{1,2} &= \frac{h_1 + h_2}{\frac{h_1}{\rho_1} + \frac{h_2}{\rho_2}} \\ h_{1,2} &= h_1 + h_2 \end{aligned} \right\} \quad (379)$$

b) A 型曲線 (第 161 図 6 および第 165 図) に対して

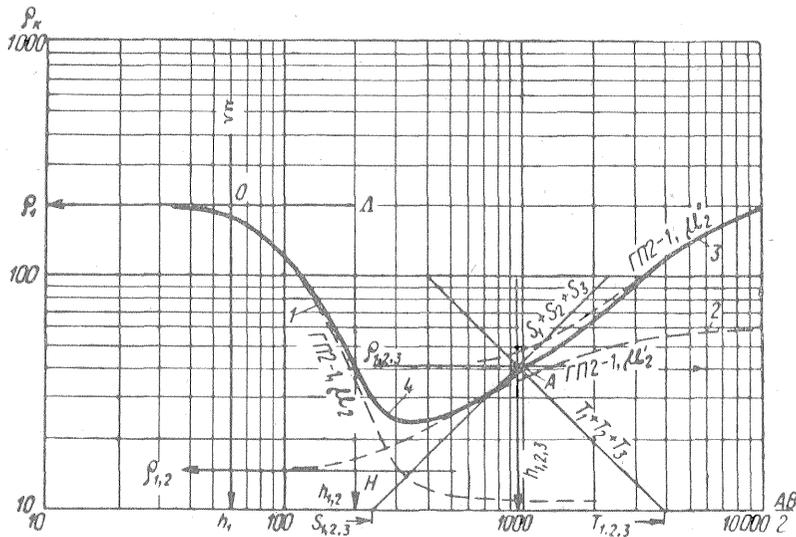
$$\left. \begin{aligned} \rho_{1,2} &= \sqrt{\frac{h_1\rho_1+h_2\rho_2}{\frac{h_1}{\rho_1}+\frac{h_2}{\rho_2}}} \\ h_{1,2} &= \sqrt{(h_1\rho_1+h_2\rho_2)\left(\frac{h_1}{\rho_1}+\frac{h_2}{\rho_2}\right)} \end{aligned} \right\} \quad (380)$$

c) K 型曲線 (第 161 図 6 および第 167 図) に対して

$$\left. \begin{aligned} \rho_{1,2} &= \sqrt{\frac{h_1\rho_1+h_2\rho_2}{\frac{h_1}{\rho_1}+\frac{h_2}{\rho_2}}} \\ h_{1,2} &= \varepsilon\sqrt{(h_1\rho_1+h_2\rho_2)\left(\frac{h_1}{\rho_1}+\frac{h_2}{\rho_2}\right)} \end{aligned} \right\} \quad (381)$$

d) Q 型曲線 (第 161 図 r および第 170 図) に対して

$$\left. \begin{aligned} \rho_{1,2} &= \eta \frac{h_1+h_2}{\frac{h_1}{\rho_1}+\frac{h_2}{\rho_2}} \\ h_{1,2} &= \eta(h_1+h_2) \end{aligned} \right\} \quad (382)$$

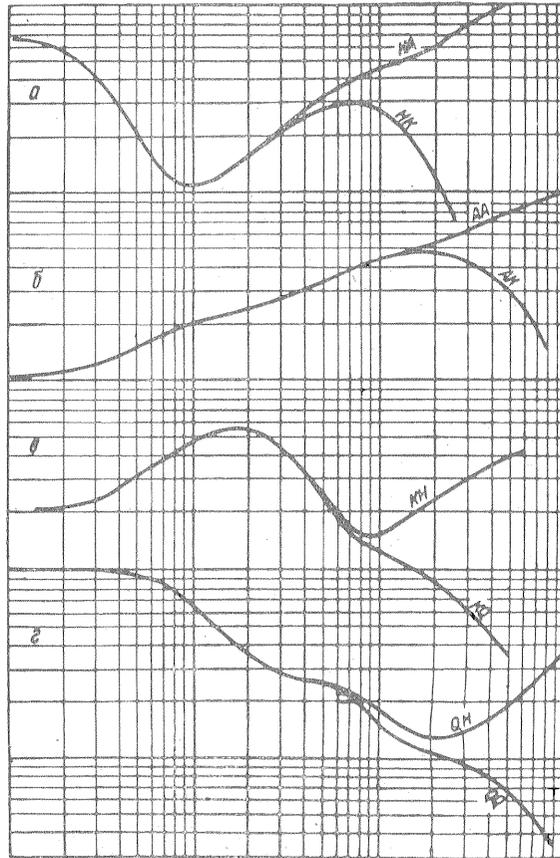


第 173 図 HA 型 4 層 VES 曲線作成例

つづいて、2 層図葉から径数 $\mu_2' = \rho_3/\rho_{1,2}$ なる曲線 2 を用紙に移して、3 層図葉の曲線と 3 層曲線の極小点および極大点とを利用して、3 層断面 ($\rho_1, h_1, \rho_2, h_2, \rho_3, h_3 = \infty$) に対する 3 層曲線を作る。4 層曲線の右部の作成には仮想的層 $\rho_{1,2}$ と次層 ρ_3 の代りに新しい仮想的層 $\rho_{1,2,3}$ を使う。この層の厚さ、比抵抗は曲線の型 (HA, HK 等々) に応じて次の式から算出される。

HA 型曲線: (第 174 図 a)

$$\begin{aligned} \rho_{1,2,3} &= \sqrt{\frac{h_{1,2}\rho_{1,2}+h_3\rho_3}{\frac{h_{1,2}}{\rho_{1,2}}+\frac{h_3}{\rho_3}}} = \sqrt{\frac{(h_1+h_2)^2}{\frac{h_1}{\rho_1}+\frac{h_2}{\rho_2}}+h_3\rho_3} \\ &= \sqrt{\frac{(h_1+h_2)^2+(S_1+S_2)T_3}{(S_1+S_2+S_3)(S_1+S_2)}} \end{aligned} \quad (383)$$



第174図 4層曲線の型

$$\begin{aligned}
 h_{1,2,3} &= \sqrt{\left[\frac{(h_1+h_2)^2}{h_1+h_2} + h_3\rho_3 \right] \left(\frac{h_1}{\rho_1} + \frac{h_2}{\rho_2} + \frac{h_3}{\rho_3} \right)} \\
 &= \sqrt{\frac{[(h_1+h_2)^2 + T_3(S_1+S_2)](S_1+S_2+S_3)}{S_1+S_2}} \quad (384)
 \end{aligned}$$

HK 型曲線：（第174図 a）

$$\begin{aligned}
 \rho_{1,2,3} &= \sqrt{\frac{\frac{(h_1+h_2)^2}{h_1+h_2} + h_3\rho_3}{\frac{h_1}{\rho_1} + \frac{h_2}{\rho_2} + \frac{h_3}{\rho_3}}} = \sqrt{\frac{(h_1+h_2)^2 + T_3(S_1+S_2)}{(S_1+S_2+S_3)(S_1+S_2)}} \quad (385)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 h_{1,2,3} &= \varepsilon_{1,2,3} \sqrt{\left[\frac{(h_1+h_2)^2}{h_1+h_2} + h_3\rho_3 \right] \left(\frac{h_1}{\rho_1} + \frac{h_2}{\rho_2} + \frac{h_3}{\rho_3} \right)} \\
 &= \varepsilon_{1,2,3} \sqrt{\frac{[(h_1+h_2)^2 + T_3(S_1+S_2)](S_1+S_2+S_3)}{S_1+S_2}} \quad (386)
 \end{aligned}$$

AA 型曲線：（第174図 b）

$$\begin{aligned} \rho_{1,2,3} &= \sqrt{\frac{\sqrt{(h_1\rho_1+h_2\rho_2)\left(\frac{h_1}{\rho_1}+\frac{h_2}{\rho_2}\right)\left(\frac{h_1\rho_1+h_2\rho_2}{\rho_1+\rho_2}\right)+h_3\rho_3}}{\sqrt{\frac{(h_1\rho_1+h_2\rho_2)\left(\frac{h_1}{\rho_1}+\frac{h_2}{\rho_2}\right)}{(h_1\rho_1+h_2\rho_2)\left(\frac{h_1}{\rho_1}+\frac{h_2}{\rho_2}\right)+\frac{h_3}{\rho_3}}}}} \\ &= \sqrt{\frac{h_1\rho_1+h_2\rho_2+h_3\rho_3}{\frac{h_1}{\rho_1}+\frac{h_2}{\rho_2}+\frac{h_3}{\rho_3}}} = \sqrt{\frac{T_1+T_2+T_3}{S_1+S_2+S_3}} \end{aligned} \quad (387)$$

$$\begin{aligned} h_{1,2,3} &= \sqrt{\left[\sqrt{(h_1\rho_1+h_2\rho_2)\left(\frac{h_1}{\rho_1}+\frac{h_2}{\rho_2}\right)\frac{h_1\rho_1+h_2\rho_2}{\rho_1+\rho_2}+h_3\rho_3} \right.} \\ &\quad \times \left. \sqrt{\frac{(h_1\rho_1+h_2\rho_2)\left(\frac{h_1}{\rho_1}+\frac{h_2}{\rho_2}\right)+\frac{h_3}{\rho_3}}{\frac{h_1\rho_1+h_2\rho_2}{\frac{h_1}{\rho_1}+\frac{h_2}{\rho_2}}}} \right]} \\ &= \sqrt{(h_1\rho_1+h_2\rho_2+h_3\rho_3)\left(\frac{h_1}{\rho_1}+\frac{h_2}{\rho_2}+\frac{h_3}{\rho_3}\right)} = \sqrt{(T_1+T_2+T_3)(S_1+S_2+S_3)} \end{aligned} \quad (388)$$

AK 型曲線: (第 174 図 6)

$$\rho_{1,2,3} = \sqrt{\frac{h_1\rho_1+h_2\rho_2+h_3\rho_3}{\frac{h_1}{\rho_1}+\frac{h_2}{\rho_2}+\frac{h_3}{\rho_3}}} = \sqrt{\frac{T_1+T_2+T_3}{S_1+S_2+S_3}} \quad (389)$$

$$\begin{aligned} h_{1,2,3} &= \varepsilon_{1,2,3} \sqrt{(h_1\rho_1+h_2\rho_2+h_3\rho_3)\left(\frac{h_1}{\rho_1}+\frac{h_2}{\rho_2}+\frac{h_3}{\rho_3}\right)} \\ &= \varepsilon_{1,2,3} \sqrt{(T_1+T_2+T_3)(S_1+S_2+S_3)} \end{aligned} \quad (390)$$

KH 型曲線: (第 174 図 6)

$$\begin{aligned} \rho_{1,2,3} &= \frac{\varepsilon_{1,2} \sqrt{(h_1\rho_1+h_2\rho_2)\left(\frac{h_1}{\rho_1}+\frac{h_2}{\rho_2}\right)+h_3}}{\frac{\varepsilon_{1,2} \sqrt{(h_1\rho_1+h_2\rho_2)\left(\frac{h_1}{\rho_1}+\frac{h_2}{\rho_2}\right)} + \frac{h_3}{\rho_3}}{\sqrt{\frac{h_1\rho_1+h_2\rho_2}{\frac{h_1}{\rho_1}+\frac{h_2}{\rho_2}}}}} \\ &= \frac{\varepsilon_{1,2} \sqrt{(h_1\rho_1+h_2\rho_2)\left(\frac{h_1}{\rho_1}+\frac{h_2}{\rho_2}\right)+h_3}}{\varepsilon_{1,2} \left(\frac{h_1}{\rho_1}+\frac{h_2}{\rho_2}\right) + \frac{h_3}{\rho_3}} \\ &= \frac{\varepsilon_{1,2} \sqrt{(T_1+T_2)(S_1+S_2)+h_3}}{\varepsilon_{1,2}(S_1+S_2)+S_3} \end{aligned} \quad (391)$$

$$\begin{aligned} h_{1,2,3} &= \varepsilon_{1,2} \sqrt{(h_1\rho_1+h_2\rho_2)\left(\frac{h_1}{\rho_1}+\frac{h_2}{\rho_2}\right)+h_3} \\ &= \varepsilon_{1,2} \sqrt{(T_1+T_2)(S_1+S_2)+h_3} \end{aligned} \quad (392)$$

KQ 型曲線: (第 174 図 6)

$$\begin{aligned} \rho_{1,2,3} &= \eta_{1,2,3} \frac{\varepsilon_{1,2} \sqrt{(h_1 \rho_1 + h_2 \rho_2) \left(\frac{h_1}{\rho_1} + \frac{h_2}{\rho_2} \right) + h_3}}{\varepsilon_{1,2} \left(\frac{h_1}{\rho_1} + \frac{h_2}{\rho_2} \right) + \frac{h_3}{\rho_3}} \\ &= \eta_{1,2,3} \frac{\varepsilon_{1,2} \sqrt{(T_1 + T_2)(S_1 + S_2) + h_3}}{\varepsilon_{1,2}(S_1 + S_2) + S_3} \end{aligned} \quad (393)$$

$$\begin{aligned} h_{1,2,3} &= \eta_{1,2,3} \left[\varepsilon_{1,2} \sqrt{(h_1 \rho_1 + h_2 \rho_2) \left(\frac{h_1}{\rho_1} + \frac{h_2}{\rho_2} \right) + h_3} \right] \\ &= \eta_{1,2,3} [\varepsilon_{1,2} \sqrt{(T_1 + T_2)(S_1 + S_2) + h_3}] \end{aligned} \quad (394)$$

QH 型曲線：（第 174 図 r）

$$\begin{aligned} \rho_{1,2,3} &= \frac{\eta_{1,2}(h_1 + h_2) + h_3}{\frac{\eta_{1,2}(h_1 + h_2)}{\rho_3} + \frac{h_3}{\rho_3}} = \frac{\eta_{1,2}(h_1 + h_2) + h_3}{\frac{h_1}{\rho_1} + \frac{h_2}{\rho_2} + \frac{h_3}{\rho_3}} \\ &= \frac{\eta_{1,2} \frac{h_1}{\rho_1} + \frac{h_2}{\rho_2} + h_3}{S_1 + S_2 + S_3} \end{aligned} \quad (395)$$

$$h_{1,2,3} = \eta_{1,2}(h_1 + h_2) + h_3 \quad (396)$$

QQ 型曲線：（第 174 図 r）

$$\begin{aligned} \rho_{1,2,3} &= \eta_{1,2,3} \frac{\eta_{1,2}(h_1 + h_2) + h_3}{\frac{\eta_{1,2}(h_1 + h_2)}{\rho_3} + \frac{h_3}{\rho_3}} = \eta_{1,2,3} \frac{\eta_{1,2}(h_1 + h_2) + h_3}{\frac{h_1}{\rho_1} + \frac{h_2}{\rho_2} + \frac{h_3}{\rho_3}} \\ &= \eta_{1,2,3} \frac{\eta_{1,2} \frac{h_1}{\rho_1} + \frac{h_2}{\rho_2} + h_3}{S_1 + S_2 + S_3} \end{aligned} \quad (397)$$

$$h_{1,2,3} = \eta_{1,2,3} [\eta_{1,2}(h_1 + h_2) + h_3] \quad (398)$$

ここに、 $\rho_1, \rho_2, \rho_3; h_1, h_2, h_3; S_1, S_2, S_3; T_1, T_2, T_3$; はそれぞれ第 1, 第 2 および第 3 層の比抵抗, 厚さ, 縦電導度および横抵抗である。また $\eta_{1,2}$ と $\varepsilon_{1,2}$ とは Q 型および K 型断面の最初の 2 層に関する補正係数で、 $\eta_{1,2,3}$ と $\varepsilon_{1,2,3}$ とは上部 2 層の代用等価層 $h_{1,2}, \rho_{1,2}$ と第 3 層 h_3, ρ_3 とから構成される Q 型および K 型断面に対する補正係数である。

$\rho_{1,2,3}$ と $h_{1,2,3}$ とを決定して

$$\begin{aligned} \rho_1 &= \rho_{1,2,3} & h_1 &= h_{1,2,3} \\ \rho_2 &= \rho_4 & h_2 &= \infty \end{aligned}$$

とみなして、図葉 ΠΠ 2-1 から径数 $\mu_2'' = \rho_4 / \rho_{1,2,3}$ なる曲線 3 を用紙に移す。最後に、3 層曲線集の中から

$$\begin{aligned} \rho_1' &= \rho_{1,2} & h_1' &= h_{1,2} \\ \rho_2' &= \rho_3 & h_2' &= h_3 \\ \rho_3' &= \rho_4 & h_3' &= h_4 = \infty \end{aligned}$$

に近い曲線を利用して形状をととのえる。

例 次の断面について HK 型 4 層曲線の図式作成

$$\begin{aligned} \rho_1 &= 1800 \text{ } \Omega\text{m} & h_1 &= 20 \text{ m} \\ \rho_2 &= 200 \text{ } \Omega\text{m} & h_2 &= 40 \text{ m} \\ \rho_3 &= 1800 \text{ } \Omega\text{m} & h_3 &= 240 \text{ m} \\ \rho_4 &= 0 & h_4 &= \infty \end{aligned}$$

まず $h_3 = \infty$ と仮定する。曲線の左部を作成するため、直接 3 層曲線集から図葉 ΠΠ 3-15 または図葉 ΠΠ 3-54 の曲線 1 [1/9, 2, 1] を利用することができる。そのために、図葉原点と VES 曲線用紙上の坐標 $\rho_K = \rho_1 = 1800 \text{ } \Omega\text{m}$, $AB/2 = h_1 = 20 \text{ m}$ なる点 O とを重ねて H 型曲線

および
をひく。

$$\tau_{1,2} = 1 + \nu_2 \mu_2 = 1 + 16 = 17$$

3) 異方性三角形 AHC から $\lambda = 1.18$ を決定し、第 168 図に示されたノモグラムより $\epsilon = 1.23$ をみいだす。これを対数尺を使って表わしたものが、線分 AK の長さを決定する。

4) 点 K に記入し、その坐標

$$\nu_{1,2} = A_K = 7.4, \quad \xi_K = 3$$

を決定する。

5) K 点を図葉 $\Gamma\Pi$ 2-1 の坐標系原点に一致させて、径数 $\mu_2' = \mu_3 / \xi_K = 0.2 / 3.0 = 0.067$ なる曲線 2 を移す (曲線 2 は $\Gamma\Pi$ 2-1 の $\mu_2 = 1/9$ および $1/19$ の両曲線間の内挿によって作られる)。

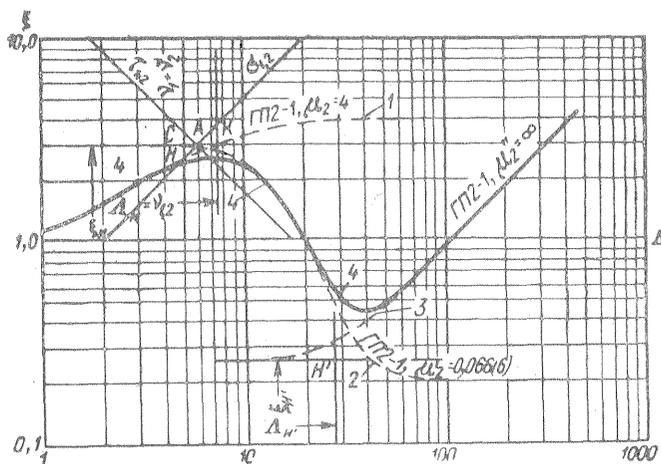
6) 点 H' の坐標を決定する。

$$A_{H'} = \nu_{1,2} + \nu_3 = 7.4 + 20 = 27.4$$

$$\xi_{H'} = \frac{\nu_{1,2} + \nu_3}{\xi_K + \mu_3} = \frac{27.4}{3.0 + 0.2} = 0.267$$

つづいて H' 点と図葉 $\Gamma\Pi$ 2-1 の原点とを重ねて $\mu_3' = \infty$ なる曲線 3 を作成する。

7) 求める 4 層曲線 4 をひく。それは左の部分で曲線 1 に、右の部分では曲線 3 に漸近し、中央に近い部分で曲線 2 を横切り、K 点の近傍で曲線 1 と 2 の下部を、H 点付近で曲線 2 と 3 の上側をとらなければならない。極大部で曲線をひく際、誤差を大きくしないようにするには、与えられた値に近い積 $\nu_2 \mu_2$ と径数 μ_3 に対する K 型 3 層曲線を利用せねばならない。一方、極小部では $\mu_4 = \infty$ における比 $\sigma_2' = \frac{\nu_3}{\nu_{1,2}} = \frac{\mu_3}{\xi_K}$ に近い値の H 型曲線を利用せねばならない。



第 176 図 KH 型 VES 4 層理論曲線の図式作成例

4 層およびそれ以上の多層曲線の図式作成において、点 H, A, K および Q の位置の決定のためには、3 層曲線の場合と同様に、断面の上部層を仮想的な層でおきかえ、その層の厚さと比抵抗とを決定する補助図葉 H, A, K および Q を利用するのがよい。この際、3 層曲線の図式作成法の項で述べたように、最初、上部の 2 層に対する点 H, A, K および Q の位置が決定され、同時にその点が確認される。続いて、比抵抗 $\rho_{1,2}$ 、厚さ $h_{1,2}$ からなる仮想的層と第 3 層 (比抵抗 ρ_3 , h_3) からなる断面に対する新しい点 H, A, K および Q の位置が発見される。以下同様にして多層断面に対する点 H, A, K および Q の位置を決め、すでに紹介した方法を用いてこの断面に対する曲線を図式的に作成することが可能である。(以下月報第 16 巻第 11 号につづく)