553+551.48/.49: 550.836+550.36

地下水(広義)の地熱探査方法に適用される地熱 の場の理論問題について*

N. A. Ogilvi

小西善治訳

序

地下水は、岩圏上部の温度の場に影響を及ぼす最も活性な因子の1つである。この種の水は 永久運動過程において、時には地球の内部に深く浸透し、時にはふたゝび地表上に現われ、著 しく多量の熱を伝達することがある。したがって地下水の上昇、下降運動地域では、地熱の場 は、著しい変化を示す。

現代の火山活動地域および活発な外成的過程の起こっている局部的地域――ガスまたは石炭 の地下燃焼地帯、鉱床の酸化地帯等――を研究の対象外におくとなれば、地下水で誘起される 地熱の場の異常は、それ自体の値が最大となるであろう。それ以外に、この種異常は、最も広 く分布している。

地下水の循環条件下で誘発される著しい熱異常帯および地熱の場の形成において地下水は, 独占的な役割を占めているから、地熱の場の解析にあたっては、一方では、さまざまな水理地 質学的因子を全面的に考慮に入れることが必要となるとともに、他方では、温度異常の観測に よって、きわめて多種多様な水理地質学的課題の解決も可能となる。

地熱的方法で解決されうる水理地質学的,応用地質的問題群は,全体としてみた地熱の場の関 係、とくに地熱の場と地下水の循環条件との相互的結び付きに関するわれわれの知識の発達に したがって絶えず増大している。この場合、時にはこのような相互的結び付きの純粋の解析学 的研究について、地熱的方法の新しい実際的適用方法が考えだされるようになってきている。

本論文では、水理地質学および応用地質学のあらゆる課題を詳細にとりあげることはできな い。そこで第1表にみられるように,要約しておく。

課題	決 定 方 法
1. 泉源の水温により地下水の 循環深度決定	泉源温度の測定, この測定温度と気候・地形・地質因 子との対比
 水理地質調査によって求め られた含水層準による泉源 の分類 	泉源温度測定,測定温度(水温)と湧出高度,傾斜面の日射(傾斜方位), 植生の特性との相関図表の作成
3. 地下水の成因および循環条 件に関する考え	地下水の熱様式の系統的観察,水温と他の物理化学的 特性および泉源の湧出量との相関関係を求めること, さまざまな泉源の水温の相互対比,等温度線または等 温度異常線図の作成,半対数尺度の温度断面図の作成

第1表 地熱方法によって解決されうる水理地質学および応用地質学の 領域中の主要課題

Н.А. Огильви: Вопросы теории геотемпературных полей в приложении кгеотермическим методам разведки подземных вод, Проблемы кгеотермии, и практического использования тепла земли, 1, Академия наук СССР, Москва 1959

地質調查所月報 (第12巻第2号)

4.	冲積層または他の被覆岩層 下の上昇水の局部湧出箇所 の決定	浅いボーリング孔網内における温度測定, この温度 と,制御温度測定ステーションで測定された温度との 対比等温度線または等温度異常線図の作成,半対数尺 度の温度断面図の作成
5.	基盤岩石に現われる割れ目 の決定	ー層深部ボーリング孔による地熱図の解析,被観測地 熱の場と,そのモデル化および計算値との対比を行な うこと
6.	地下水の上昇,または下降 運動の際の浸透速度の決定	明白な温度図表の凹面また凸面の特殊解析,水温と深 度との相関図の作成 移動温度の地表面帯に対しては,深度による温度の変 動振幅の変化状態を解析すること
7.	比較的深くないボーリング 孔からの温泉湧出に対して 必要な(ボーリング)孔深 計算	地質断面および考えられる上昇侵透流を考慮に入れて 温度図表から外挿法によって求められる
8.	熱力学的方法に基づく鉱床 調査,現在実際的にはいま だ検証されていない	地下水内における(研究対象鉱床)物質の化学的ポテ ンシャルと地下水温度の対比,一層深所に温度曲線お よび化学ポテンシャルを外挿する方法
9.	天然蒸気探査	第4, 第5課題と同一方法を行ない, 温度図表と地激 における水の相平衡曲線と対比すること
10.	帯水帯に対する坑道切羽の 近接予報	作孔に先立って温度測定を行ない, この温度と, モデ ルまたは計算によって求められた規準の場の温度との 対比
11.	坑道の湧水源の決定	抗道の湧水温度と所与の地域の理論温度断面との対比
12.	ボーリング孔に対する地下 水流の位置決定	温度図表の解析,ボーリング孔内における温度の回復 速度の研究,人工的に誘発された温度の場の方法
13.	ボーリング孔における水の 強吸収帯の決定	同
14.	セメントミルク・リングの 上昇高の	セメント固化に基づく,温度効果によって, 歪みを生 じた温度図表の解析
15.	ボーリング孔の地質断面の 研究	温度ロンギング

表中に掲られた課題解決は、いまだ完全なものではない。水理地質学的研究および応用地質 学的研究に寒暖計を適用するならば、研究成果を著しく補足できるであろう。

地下水の図式的地熱探査法は次のように細分される。

1) 地下水自体の温度とその温度の時間的変化特性の研究(地下水の熱様式の研究)

- 2) 地下水の浸透場,温度および化学的組成の相関関係の研究
- 3) 地下水によって誘発される地殻の温度の場における異常の研究

4) 人工的に誘発された温度の場の観察

そのほかに地熱探査法は、どのような地熱帯で探査が行なわれるかによって、その種類が若 干異なってくる。

地下水の地熱探査法の大部分または応用地質学の解は、地球の堆積物被覆または(厚くない)

72-(144)

基盤岩層における天然の温度の場の研究に基づいている。したがって水理地質学的および応用 地質学的課題の解決のために地熱方法を適用するには、まず第一に、厚さ5~10 kmを超えない 地球上部殻における天然の温度の場の学説の研究が必要とされる。しかし温度の場の学説は、 深所の地球温度に関する仮説的問題をとりあげ、全体としての地球の温度履歴には完全にふれ られていない。さらにまた水理地質学、応用地質学に地熱方法を適用するのには、まず温度測 定方法を研究するとともに、岩石および地下水の温度性質を知ることが重要である。

すでに 1899 年 De Launay は次のように述べている。"最初に、熱源の温度に関するさま ざまな問題の研究をとりあげるとともに、まず第1にこの温度の正確な測定法を研究すること が必要である"。

実際上,この種温度は、ボーリング孔または坑道で測定できる。しかしボーリング孔や坑道 では、岩石の規準温度場がそれぞれ乱されている。したがって研究に先立って、坑道またはボ ーリング孔の温度場の歪みを考慮に入れることが問題となってくる。研究者は、掘さく後ボー リング孔の熱様式が不安定となるために発生する温度の歪みを考慮に入れることが必要とな る。(この種の温度の歪みは、ケーシングの影響により、またボーリング孔における水または 溶液の対流運動等によって起こるものである。)

含水水準のサンプリング調査を行なう場合には、全採水間隔にわたって採取水により、温度 の平均化が起こる。さらにこの場合には、溶存ガスの分離と断熱膨張とによって温度の特殊の 歪みが起こることがある。

地熱の研究の場合に起こる重要な問題は,岩石の熱性質,その熱伝導・温度伝達度・熱容量 の決定方法である。地熱探査法の正しい問題設定にとって重要なことは,特定の問題を満足さ す器具の問題である。

天然の地熱の場は、薄い地球の上部岩層――20~30m―の可変温度帯と岩圏の一層深所岩層の安定またはほとんど安定に近い温度帯に分けられる。

1. 可 変 温 度 帯

可変温度帯は、地球の表面層における太陽エネルギの浸透によって起こる。昼夜の交代、季 節の変化は、複雑な周期的法則によって伝播される可変熱流を誘起する。

地球の最表面活動層---主として土壌層と一致する---では、熱伝導は、次のようにして発 生する。

(1) 岩石(土壤)の熱伝導度が土壤の湿度および構造の変化によって(時間の経過に伴なって)著しく変わる条件下の分子熱伝導

(2) 浸透(土壤)降雨による熱の移動

(3) 土壌に侵入する空気による熱の対流移動

(4) 輻射

可変温度帯の活動層以下では,熱伝達は岩石の実際上不変の性質の下でほとんど分子熱伝導 のみによって起こる。このような同質岩石条件下での温度変化は,有名なフーリェの法則に従 う。

$$U - \bar{U} = A_0 \exp\left(-z\sqrt{\frac{\pi}{a\tau}}\right) \cos\left(\frac{2\pi t}{\tau} - z\sqrt{\frac{\pi}{a\tau}}\right)$$

(1)

Ū 一 可変温度帯における平均温度

U-t時間モメントにおける深度 zの温度

 $A_0 - z = 0$ の場合の地表面の温度振幅

a= ^--岩石の熱伝導係数 (λ-熱伝導係数, c-熱容量, γ-岩石の容積重量)

τ — 温度波の周期

73-(145)

非同質岩石条件下では、フーリェの単純な相関関係は乱される。著者は、2層状媒質中にお ける熱波の伝達に対して、次の方程式を求めている。

筆者は、空間中を伝達する温度の周期的変化を簡単に表わすために熱波と呼ぶことにする。

$$U_{1} - \bar{U} = A_{0} \sum_{m=0}^{\infty} K^{m} \exp\left[-\beta(m+\xi)\right] \cos\left(\frac{2\pi t}{\tau} - \beta_{m} - \beta\xi\right) - A_{0} \sum_{m=1}^{\infty} K^{m}$$
$$\exp\left[-\beta(m-\xi)\right] \cos\left(\frac{2\pi t}{\tau} - \beta_{m} + \beta\xi\right)$$
(2)

$$U_2 - \bar{U} = A_0(1 - K) \exp\left(-\beta_x\right) \sum_{m=0}^{\infty} K^m \exp\left(-\beta_m\right) \cos\left(\frac{2\pi t}{\tau} - \beta_m - \beta_x\right)$$
(3)

 $U_1 - z \le h$ (h = 上部層の厚さ)下の上部層の岩石温度

 $U_2 - z \ge h$ 下の下部層の岩石温度

$$\beta = 2h\sqrt{\frac{\pi}{a_1\tau}} \tag{4}$$

ξ - 相対深度

$$\xi = \frac{z}{2k} \tag{5}$$

$$x = \frac{1}{2} + \left(\xi - \frac{1}{2}\right)\sqrt{\frac{a_1}{a_2}}$$
(6)

𝕂 − 熱波の反射係数

$$k = \frac{b_2 - b_1}{b_2 + b_1} \tag{7}$$
$$b_1 = \sqrt{\lambda_1 c_1 \gamma_1}$$
$$b_2 = \sqrt{\lambda_2 c_2 \gamma_2} \tag{8}$$

(指数1は上部層, 2は下部層を示す)

上述の相関関係から次のことが考えられる。すなわち熱波の伝達性質は、上部層の熱性質は、かりでなく、下部層の熱性質にも影響を及ぼす。

例えば沖積堆積物が一層熱伝導度の高い基盤岩石上にある場合には、K係数は正 $(b_2 > b_1)$ となるであろう。したがって沖積層における熱波の消滅は、同質岩石の場合に比較して迅速に行なわれる。 $b_2 \rightarrow \infty$ (K=1)の領域内では、深度に比例する熱波振幅の減衰は、初期値Aから下部層面の0まで直線状に起る。

K=1 の場合は、下部層面が一定の温度を維持している時の条件に対応する。 例えば、この ような条件は、氷層または凍結岩石中における熱波の伝達条件であって、この場合には、氷の 溶融潜熱によって、10°の定温度が保たれている。

また K=1 の条件は,次のような場合に遵守されるであろう。すなわち含水層を覆う地層中の温度変化の場合であって、この場合には、上昇水が多量に流入するので、温度は、実際上変わらない。

K<0 の場合には,熱波の減衰は同質空間におけるよりも緩慢に起こる。K が負の場合は, 一層緻密質,粘土質岩石類が,緻密度および熱伝導の低い砂質堆積物上に存在する場合に発生 する。

深度に比例して起こる熱波の減衰は、あらゆる場合を通じて認められる。

K=1の場合には、熱波の振幅は、下部層面上で 0° まで減少する。(たゞし、z=hとする) 他の場合には、熱波の振幅は、それぞれの法則により減衰するが、深い箇所においても、理 論的には、0とならない。しかし測定精度は、実際急速に落ちてくる。

74 - (146)

季節的変動が所与の測定精度で感じられない水準を、定温水準と名付ける。定温水準の深度 は、さまざまな深度について組織的に温度測定を行なって決められる。同質岩石に対する計算 は、半対数網に、深所と相関関係をなす温度の変動振幅変化曲線を描いて求められる。(Ogilvi の提案にかかるグラフ解析法)。

定温水準は主として地表面の起伏 を対応して繰り返され、谷およびそ の他の負地形地帯では、地表面に若 干近づく。しかし正の地形地帯で は、定温水準は、著しく深所にさが る。

定温水準の温度は,任意の深度の 周期的凍結帯以下の可変温度帯で測 定された岩石の多年平均温度に相等 している。

熱伝達条件は季節によって変わる から,浅所 δ の岩石の多年平均温度 は,空気の多年平均温度と異なって いる。多くの場合において, δ の値 は正である。



気象観測所のデータによると、δ 値は平均 3.7°であって、1.4~6.8°の範囲内の変動を示 す。δ 値は主として積雪量に左右され、積雪期間が長くなり、 積雪量が多い場合には大きくな る。

山嶽地域では、岩石の多年平均温度および 定温水準深度の平均温度(定温度)は、地域 の高度が高まると低下する。しかし地域(山 嶽)の高度に比例する定温度変化の法則は、 空気の平均多年温度変化よりも複雑である。 このような現象(複雑)は、積雪量の変化、 さまざまな勾配面の日射条件、微気条因子、 微・巨視山嶽地形因子および微・巨視的地質 学的、水理地質学的因子の総和によって起こ るものである。

含水割れ目の発達していない岩石塊および 崖砕堆中では、冷却空気の深所――100 m の 深度に達することがある――対流浸透が局部 的に認められることがある。このような地帯 では、岩石の異常冷却が造成され、南部地域 でも、多年凍土帯の"目"が現われることが ある。

地表層中における温度の規準的動きは,水 がこの層に僅か浸透しても著しく乱される。 筆者は, wの速度で定浸透が起こる場合に対 して,次のような方程式を求めた。この方程 式によれば,同質岩石中の温度を計算するこ とが可能である。



75 - (147)

地質調調所月報 (第12巻第2号)



76-(148)

5

23

4.4

6.8

2.9

1.4

3.8

3.7

チェリャビンスク地域

全観測所データの平均値

方程式 (9) から誘導されるように,温度の変動振幅は深度とともに指数法則により消滅する (第3図・第4図)。そのうえ水の上昇運動下における消滅速度 ($\omega > 0$ の場合) は、定浸透の場合 (w < 0)に比較して著しく大きく、温度の変動振幅の滅衰は、浸透流を伴なわない同質岩石中におけるよりも緩慢に起こる。



不定浸透の場合, すなわち w が時間の函数の場合には, 函数 U(z, t) は著しく錯雑化する。 温度曲線は, 非対象的となる。とくに, 雪融時の春季の強烈な浸透は, 非対象曲線 (第5図) で 明らかとなり, 正の温度が相当な深度に浸透し, 夏季および冬季の温度波相がさまざまな転位 値を示す。

常に水が流れているカル付近のさまざまな深度における温度の動きを研究すると,水の浸透 値を評価することが可能である。他方において,下方から上方へ垂直浸透現象が見られる地域 例えば,被圧水が,被覆ローム層を媒介として吸い上げられている中央アジアのある地域で は,それらの地域の土壌の汚染を誘起している。これらの地域では,幾何学的方法によれば, 上昇運動の浸透速度が決定できるとともに,水が最も強烈に上昇する地帯を指摘することも可 能である。

2. 安定またはほとんど安定状態の温度

多年にわたる観察結果によると、定温水準以下では、深度に比例して温度が規則的に上昇し 始めることが知られている。地熱勾配は、地域によって異なっている。多くの場合には、地熱

77 - (149)



勾配は、深度によって異なっている。

Berchem の発表したデータによると、さまざまな国々における平均地熱勾配と熱の流れは、 第3表に掲られた値をもつ。

Beryakova のデータによると、ソ連では、第4表に掲られてあるような地熱勾配と熱の流 れを示す。

teh tab		咖 十 浴 府	勾 配 (km)		熱 流 (カロリー 1 cm ² /sec)				
70	÷.,	430	A N K D	から	まで	平均	から	まで	平均
ア	フリ), カ	3,048	7.0	22.3	12.0	0.75	1.52	1.1
カ	ナ	ダ	2,134	9.1	15.8	13.1	0.69	1.32	0.96
7	хÿ) . カ	2,743	18.6	39.0	25.8	0.93	1.70	1.47
1	ラ	ン	914	·				· - ·	0.87
英		B	1,200	13.3	79	34.4	0.68	2.87	1.33
太	平.	洋	1,520	40	214	83.0	0.4	3.3	1.45
大	西	洋	1,440	23.7	54.8	38.6	0.58	1.42	0.98
平	ан на н	均		7.0	214	43.0	0.4	2.87	1.24

第3表 さまざまな国および海洋に対する地熱勾配と熱流との平均値

現在では、熱流の地域的分布および地質構造との結び付きに関して判断を下すためのデータ は、依然として少ない。

同時に、熱流図の編さんは、きわめて重要な地球物理学的方法である。この図によれば、全 体としての地球構造に関する概念および地球の造構発達史における熱要因の役割に関する概念 を著しく精確化することができるであろう。さらに熱流の決定は、地熱勾配を変えうるあらゆ

-telt - tab	1,000 m 深 度 の	100~1,000 m 間 隔		
-ш -ц,	平均。温度 (°C)	平均 地 熱 階 (m/°C)	平均地熱勾配 勾配/100 m	
中央カフカズ	90.7	12.0	8.3	
ダゲスタン	55.6	21.4	4.7	
西部カフカズ	50.4	25.1	4.0	
アプシイロソスキー半島	47.2	27.4	3.6	
西部カフフズ前地	41.9	31.6	3.2	
ドンバス	39.6	32.2	3.1	
エムヴァ	41.4	33.3	3.0	
ゥ ゥ ィ ナ (西 部)	31.4	42.9	2.3	
下部ポーヴォルヂェ	28.6	49.5	2.0	
サマルスカヤルウカ	24.8	64.3	1.6	
ヴァシイキイリャア	18.4	82.6	1.2	
白ロシャ	23.4	86.5	1.2	
カムスコーエウラル前地	17.4	88.2	1.1	
クリヴォイログ	19.5	112.5	0.9	

第4表 ソ連のさまざまな地域における平均温度,地熱階,地熱勾配

資

る要因の全面的計算の解に対して要請される重要な問題である。

われわれの研究対象となる地球上方層(厚さ 5~10 km)の地熱勾配は、次の要因に左右され

る。

1) 深い箇所,おそらくは、皮殻下の基体からでる熱流の強度

2) さまざまな熱伝導度をもつ岩石の賦存条件と形態

3) この地帯(水準)における定温水準の起伏と定温値

4) 新期火山地域

5) 造構運動の運動エネルギーによって起る熱源

6) 放射能過程による熱源

- 7) 岩石の外因的,内因的熱反応および相状態の変化によって生じる局部的熱源,すなわち 貯熱量
- 8) 熱を伝達する地下水およびガスの循環条件
- 9) 新期造山運動によって起こる不安定現象

10) 過去の気候条件(氷河期)と関連性のある不安定現象

Kropotkinは、多くの地熱測定データを統計的に処理して次のような結論に達している。すなわち地熱勾配に卓越的に影響を及ぼす因子は、深所からくる熱流の強度である。

筆者の研究によると、平均地熱階は、楯状地域では 100 m/°C, Plate-forme 地域では 30 か ら 80 m/°C, 新第三紀の縁辺地域および第三紀の前沈降凹地では, 20 から 30 m/°C, 新火山 活動地域では 5 から 20 m/°C である。

Kropotkinの見解は、基本的には正しいようである。しかし、地熱勾配の測定結果の単純平 均を行なう場合には、岩圏の一層地表面近い地帯と関連性をもつある種の要因が地熱勾配に対 して及ぼす影響を除外できないことを指摘しておく必要がある。例えば、山嶽地域では、熱勾 配に対して本質的意味をもつものは、局地地形である。谷底地域では、地熱勾配は、その規準 値を 3~5 倍上廻っている。そのうえ地形の歪影響は、侵食断面値を数倍上廻る深度まで現わ れている。山嶽地域では、多くのボーリング孔は、純粋の技術的原因により河谷に配例されて いるから、地熱勾配の測量結果の平均値は、当然、鉱山施設のある地域ではこの種勾配値は高 くなってくる。

地質調調所月報 (第12巻第2号)

谷底における 2 深度の温度 U および地熱勾配 g は、次の方程式により第一近似を求めることが可能である。

a) 円形谷に対しては、その断面は、半径の半円周で表わすことができる。

$$U = U_0 + g \infty \left(\gamma + z - \frac{\gamma^2}{\gamma + z} \right) g = g \infty \left[1 + \frac{\gamma^2}{(\gamma + z)^2} \right]$$
(11)

g∞ — 規準勾配,たいし,地形の歪みがみられない深所の地熱勾配 b) 深く蝕刻された山嶽地帯の河谷,その断面は,相当の精度で,垂直長半軸αと,水平短 半軸cとをもつ半楕円形で,表わすことができる。

$$U = U_0 + g \infty \frac{a \sqrt{c^2 + z^2 + 2az} - c(a+z)}{a-z} \quad g = \frac{g \infty}{a-c} \left[\frac{a(a+z)}{\sqrt{c^2 + z^2 + 2az}} - c \right]$$
(12)

c) 平谷の断面は水平半長軸 a をもつ半楕円形で示される。

$$U = U_0 + g \infty - \frac{a(c+z) - c\sqrt{a^2 + z^2 + 2cz}}{a - c} \quad g = \frac{g \infty}{a - c} \left[a - \frac{c(z+c)}{\sqrt{a^2 + z^2 + 2cz}} \right]$$
(13)

このようにして g=1.05 g∞ とおき、与えられた河谷形態に対応する形態に基づいて、断面 の規模にとられた z が求められる。この場合下部印荷母線のポテンシャルは、一定にとられ る。当地の地質学的構造に関する何らのデータがある場合には、モデル断面は、岩石の熱伝導 係数に対応して、さまざまな誘電帯に誘電紙を分ける。しかし下部印荷母線はこの深度の予期 される等温度線の歪みを考慮に入れて、低度の歪みを附与することが可能である。このように して電気モデルを作成してから、等電気ポテンシャル線を求めると、容易に等温度線に換算す ることができるであろう。

局地地域以外に,地熱の場に本質的な影響を与えるものは,さまざまな熱伝導度をもつ岩石 の賦存形態である。

水平状に横たわる層状岩層にあっては、ボーリング孔における温度の増大曲線は、破線で表わされ、そのうえ各岩層は、次の相関関係で地層の熱伝導係数と関連性をもつ勾配 *gi* で特徴づけられる。

 $g_1\lambda_1 = g_2\lambda_2 = \cdots = g_i\lambda_i = c \Sigma$

(14)

角 ♥ で傾斜する層状岩層にあっては, Korutnikov が示しているように i 指数をもつ地層の 垂直地熱勾配は, 次式に等しいであろう。

 $g_i = g_0 \sin^2 \psi + \left(\frac{1}{m} \cos^2 \psi\right)$

(15)

μi — 初期地層——比較が行なわれる——の熱の伝導係数と i 地層の岩石の熱伝導係 数との比率

傾斜層における規準地下温度の場の特性は、電気モデルで求められた第6図,第7図の等温 度線に示されてある。第8図は、規準地下温度の場において、さまざまな熱伝導度をもつ岩石

註1) 一層精確にいえば、上方の電流印荷母線は定温度水準に沿って設けるべきである。しか し実際上では、上方断面線については、比較的僅かな誤差が起こることを考慮に入れるべ きである。

80 - (152)



第8図 熱伝導度係数 λ1 と λ2 (λ1=10λ2)をもつ岩石類間に傾斜不整合面 (α=45°) が存在する場合の地

81-(153)

下温度の場のモデル化成績について





α





図)。

質の熱伝導度と著しく異なるならば、地下温度の場は著しく変化する。 地下温度の場に著しい影響を示すものは、ドーム構造および褶曲構造である(第9図・第10

層の間の傾斜不整合面の影響を示した等温度曲線である。 レンズ状岩層、鉱体および岩床等では、この種の地質物体を満たす物質の熱伝導度が周辺媒

地質調査所月報(第12巻第2号)



aー温度断面 bー褶曲軸に対して垂直な垂直断面における等温度線 c-a, b, c 垂直ボーリング 孔軸に沿う温度曲線

第9図 対象褶曲構造が存在する場合の地下温度の場のモデル化結果



実線―+35°から +42°までの地下温度 太い点線―褶曲の袖線 1―主脊斜軸 2―Nesvetaevo― Shakhtinsk 地向斜帯 細い線―影層 点―地下温度観測点

第 10 図 Nesvetaevo-Shakhtinsk 地向斜地帯の 1,000 m 水準の地下温度線 (Bunkovskii による)

ドーム状構造および背斜構造では、その中心部は一層熱伝導度の高い岩石類からなり、熱流 は上昇する。したがって等温度線は、平面ではドーム状構造または褶曲構造を描き、背斜部で は極大、向斜部では極小となる。褶曲軸に垂直の断面では、等温度線は、なだらかな形態で褶 曲断面が繰り返えされる。さらにまたドーム構造および背斜構造の中心部――熱伝導度の高い 岩石類からなる――では、温度勾配も大きくなる。このように等温勾配線も、ドーム状構造お よび褶曲構造を描く。等温度線および等温勾配線を対比すると、地熱異常が何と関連性をもっ ているか、すなわちその異常が岩石の賦存形態のみによるのか、あるいは上昇水およびガスに よって起こったものであるかが確認できる。

まず第一に温度の極大は、地熱勾配の極大を促進するであろう。かりに温度の上昇が上昇水 またはガスによって起こったものであるならば、このような上昇運動地帯における温度の上昇 は地熱(温度)勾配の減少(地熱階の増大)を伴なうであろう。

地表面の起伏および温度ならびにさまざまな熱伝導度をもつ岩石の賦存形態は、地熱の場に

従う主要条件を決定する受動的因子である。

この受動的主要条件のほかに,地熱の場は,地熱の内部的活性化源の全系列によって左右さ れ,地熱は,ガスまたは地下水によって活発に運ばれ,ある種の不安定現象が起こる。

3. 地熱異常の活性因子

放射源熱の役割

地下(地熱)温度に影響を及ぼす活性要因中で最も一般的な,かつ常にみられる因子は,岩 石中に含まれている放射性元素の崩壊によって岩石から放出される熱である。本質的には,放 射性崩壊によって岩石中に熱が連続的に発生することは,規準地熱の場の計算の際に考慮に入 れられるべき要因に属するであろう。

このような計算は、地球の一般的な造構発達史および長い地質学的期間における地熱の履歴 を研究する場合には、無条件的に必要である。数 km を超えない浅所を対象とする地熱探査 を目的とする場合には、岩石層の放射性崩壊によって放出される熱は完全に無視できる。

強度, $q \frac{\text{cal}}{\text{g.god}}$ の強度をもつ内部熱源が存在する場合には, 岩石の温度変化は次の方程式で表わされる。

$$\frac{\partial^2 U}{\partial x^2} = c\gamma \frac{\partial U}{\partial t} + q\gamma$$

 $\gamma - 岩石の重量容積$

 $c - 岩石の熱容量$

 $\lambda - 岩石の熱伝導係数$

定地熱状態の条件の下では

$$\frac{\partial^2 U}{\partial x^2} = \frac{q\gamma}{\lambda}$$

したがって

$$U = U_0 + g_0 x + \frac{1}{2} - \frac{q\gamma}{\lambda} x^2$$

(16)

酸性火成岩中では、平均してラジウム $1.4 \cdot 10^{-12}$ g/g、ウラン $4 \cdot 10^{-6}$ g/g、トリウム $13 \cdot 10^{-6}$ g/g、カリウム $2.8 \cdot 10^{-2}$ g/g を含み、強度 $q=6 \cdot 10^{-6}$ cal/g·god この種岩石の容積重量を 2.67 g/cm³ に等しいととり、熱伝導係数は $\lambda=6 \cdot 10^{-3}$ cal/cm sec·grad $(1.9 \cdot 10^{-5}$ cal/cm·grad·god) とする。

$$\Delta U = \frac{1}{2} \frac{g\gamma}{\lambda} x^2$$

その場合には、内部熱源に基づく規準値を上廻る温度の各深度別増加値は、第5表のように なる。

第 5 表

深	度	温度の増加	深 度	温度の増加
(k	m) -	(°C)	(km)	(°C)
	1	0.42	4	6.7
	2	1.68	5	10.5
	3	3.8	10	42.5

第5表から明らかなように,最も活性な酸性岩石類であっても 10 km 深度までは,規準熱 の場の計算の際には,放射性崩壊過程によって放出される熱を無視できる。放射性元素を著し く少量含む地球の堆積性被覆では *4U* 値はさらに低いであろう。

83 - (155)

地質調査所月報(第12巻第2号)

2. マグマ流出に基づく残留温度

規準地下温度(地熱)の場では,最大の歪みは新期火山作用過程で導入される。地表面,と くに深部では、マグマの溢流は、その温度の場を完全に乱す。さらに形成された温度異常は、 緩慢に均等化されるから、こんにちに至るまで第四紀の初期に発生したマグマの溢流に基づく 残留温度が維持されている。

熱の伝達は熱伝導によってのみ起こるものと考えると,残留温度が保存されている期間が近 似的に評価できる。このように仮定をおき,層状貫入岩体の厚さを *h*,賦存深度を *m* とする と次式^{注2)}により温度異常が計算できる。

$$\begin{split} \frac{U-U_0}{U_1-U_0} &= \frac{1}{2} \sum_{k=1}^{\infty} (-1)^k \Big[\operatorname{erf} \Big(\frac{(2k-1)(1+\xi)+\xi+x}{2\sqrt{\tau}} \Big) - \operatorname{erf} \Big(\frac{(2k-1)(1+\xi)+\xi-x}{2\sqrt{\tau}} \Big) \Big] \\ &+ \frac{1}{2} \sum_{k=1}^{\infty} (-1)^k \Big[\operatorname{erf} \Big(\frac{(2k-1)(1+\xi)-\xi-x}{2\sqrt{\tau}} \Big) - \operatorname{erf} \Big(\frac{(2k-1)(1+\xi)-\xi+x}{2\sqrt{\tau}} \Big) \Big] \end{split}$$
(17)

$$\begin{split} &\operatorname{erf}(z) &= \frac{2}{\pi_0} \int^z e^{-v^2} dv - \phi \, \overline{\varphi} \, \overline{\varphi} \, \mathrm{B} \mathfrak{B} \\ U &- t \, \overline{\xi} - x \, \overline{\xi} \, \overline{\xi}$$

方程式 (17) の右の部分の級数は急速に相似値となるから,計算にあたっては,最初の項の 1-2 項に限られる。したがって $\tau > 1$ の場合の温度異常は,次式により近似的に計算される。

$$\frac{U - U_0}{U_1 - U_0} \approx \frac{\xi^2 x}{2\nu' \pi \tau^{3/2}}$$
(18)

例えば、深度 m=1,000 m に賦存する厚さ h=200 m の貫入岩体に対しては、(18) 式により x=200 m (x=0.2) 深度では相対温度は $\tau=1.7$ の場合に $\frac{U-U_0}{U_1-U_0}=0.001$ となるであろう。

かりに初期貫入温度が岩石の初期温度を 1,000°上廻っているとするならば、すなわち $U_1 - U_0 = 1,000°$ の場合には、相対的温度 0.001 は、1°の温度異常に対応するであろう。温度 伝導係数 $a = 0.0095 \text{ cm}^2/\text{sec} \approx 30 \text{ m}^2/\text{god}$ (花崗岩の場合)とすると、一定値の場合には、温 度異常の維持期間 t は次のようにして求められる。

$$t = \frac{\tau m^2}{a}$$

以上の数値によると t=57,000 年となる。

このように計算すると、比較的薄いマグマ溢流物体の温度異常は地質学的観点からみれば、 比較的急速に消滅することが明らかである。したがって地球上部の地熱の場を解析すると、第 四紀に発生したマグマ活動は、実際上考慮に入れることができない。

深所に賦存する大規模の貫入岩体の残留温度は、著しく高められた条件の下では次式により

註2) 筆者はこの方程式を次のように仮定して求めた。貫入マグマおよび被覆岩石の熱性質は 同一であって、被覆岩石の初期時間モーメントにおける温度は零に等しいが、マグマ晶出 作用の潜熱 U₁ はきわめて小さく、貫入マグマの熱流は上方にのみ進行するが、貫入岩体 の下部は、完全に熱的絶縁体からなるものとみなした。 計算できる。

$$\frac{U-U_0}{U_1-U_0} = \frac{1}{2} \left\lceil \operatorname{erf}\left(\frac{1+x}{2\sqrt{\tau}}\right) - \operatorname{erf}\left(\frac{1-x}{2\sqrt{\tau}}\right) \right\rceil$$
(19)

料

この式は ξ→∞ の場合には、(17) 方程式から直接求められる。(19) 式から次のことが明ら かとなる。すなわち、相当長期間にわたって、深所からの温度変化は実際上直線状に発生する であろう。たゞし $\frac{1+x}{2\sqrt{7}} < 1$ とする。

$$\frac{U - U_0}{U_1 - U_0} = \frac{1}{\pi} \frac{x}{\sqrt{\tau}}$$
(20)

貫入岩体の熱影響は、熱異常としてではなく、地下温度勾配の全般的広域小増加として理解 される。

3. 外成的現象に基づく熱異常

活発な外成的現象(ガスおよび炭の地下燃焼、硫化物鉱体の酸化等)が発生している局部地 域では、 地熱(地下温度)の場は著しく乱される。

Safronov の計算によれば、硫化物鉱体の酸化が、鉱体面上において 0.04 cm³/god から 1 cm² の強度で進行する場合に顕著な熱異常が発生する。このような酸化強度は 0.4 mm/god の酸化面の沈降速度 (dropping speed) に対応するであろう。

Bashkirsk の"Yanga Tau" 療養所では、興味ある外成熱異常例がみられる。この療養所 は、ユウレザン河の高い右岸上にあって、Yanga Tau 山の南斜面の上部には、岩石が著しく加 熱され、場所によっては 100° に達する延長 1 km, 幅 100~150 m の北東方向の地帯がある。 岩石の割れ目からは、蒸気およびガスが噴出している。Yanga Tau の療養地の熱異常の成因 については、正確に知られていないが、この異常現象は、割れ目に沿って上昇するガスの地燃 焼によるものである。この種ガスの酸化に必要な空気は、右岸を構成する石灰岩のカルスト化 に伴なって形成された割れ目によって供給されたことが考えられる。このようにして、現在利 用されている天然のガス jet 条件が造成されたようである。

4. 隆起地塊の地下温度の場の不安定性について

地熱勾配に及ぼす低度の影響は、緩慢な現世の隆起とそれに伴なう地殻の侵蝕を示してい る。Benfield は、削剝作用が一定の速度の場合の地塊の緩慢な隆起を研究している。Benfield の対応計算によると、さまざまな削剝作用速度 v (cm/sec) 下で起こる、隆起に伴なう地表面の 温度変化速度 λ (勾配/sec)—定規準地熱勾配 $g(2\cdot 10^{-4}$ 勾配/cm) 岩石の熱伝導係数 $a(0.013 \text{ cm}^2/10^{-4}$ sec)(花崗岩) さまざまな深度における温度は、第7表のようである。

Benfield の計算によれば、1~2 km の深度の範囲内では、温度は、同時的に地表面の削剝作

		<i>l</i> =0.3	・10 千		
x	1	v=1.10 ⁻⁹ cm/sec		$v=3\cdot10^{-9}$ cm/sec	$v=14\cdot 10^{-9}$ cm/sec
km	$\lambda t = 0$	$\lambda t = -10^{\circ **}$	$\lambda t = -15^{\circ * * *}$	$\lambda t = -10^{\circ}$	$\lambda t = -10^{\circ}$
0	0.0 -	0.0	. 0.0	0.0	0.0
1	20.54	23.40	24.83	24.57	29.02
2	40.95	45.96	48.47	47.99	55.53
3	61.25	67.86	71.17	70.49	80.14
4	81.47	89.21	93.08	92.26	103.30
5	101.62	110.17	114.44	113.49	125.43

第 7 表 0 0 106 4

85 - (157)

地質調査所月報(第12巻第2号)

x		$v = 3 \cdot 10^{-9} \text{ cm/sec}$			
km $\lambda t = 0$		$\lambda t = -10^{\circ}$	$\lambda t = -15^{\circ}$	$\lambda t = -10^{\circ}$	
0	0.0	0.0	0.0	0.0	
1	23.63	24.26	24.55	33.21	
2	47.18	48.31	48.88	65.67	
3	70.50	72.17	73.00	97.39	
4	93.67	95.84	96.92	128.42	
5	116.67	119.32	120.64	158.80	

t=10.10⁶ 年

*** 地塊の隆起度 3,000 m

用を伴なう緩隆起で,規準温度に比較して 10~15℃ 上昇する。このような現象は,タイヤシャンの隆起山塊地域での温度調査の際に知られた。

隆起山塊地域での強烈な削剝作用は、谷に隣接する地域での規準地熱温度に著しい変化を及ぼす。このような地域での不安定温度の場の計算には、ネット(Net)調査法によるがよい。

5. 地下温度異常に及ぼす流体力学的要因について

水平層またはきわめて緩傾斜の地層に沿って地下水の緩慢な浸透が起こる場合には、これら の岩石層と周辺岩層との間に温度平衡が成立し、岩石層の賦存深度に固有の温度を獲得する。 割れ目または破砕帯に沿う地下水の上昇運動は、多くの場合、きわめて早い速度で起こる。そ のために割れ目中を循環する水温には、本質的な変化がみられないから、循環深度に関する知 識が得られる。

水の上昇運動が行なわれる割れ目の周辺の岩石中では,地下温度の場の異常が形成される。 この場は,一方では,岩石の規準熱伝導度により,他方では,上昇水が周辺岩石に僅か浸透す るために形成されるであろう。

しかし観察結果によれば、割れ目中を循環する上昇水は多くの場合、周辺岩石中に本質的に 浸透しない。例えば、Chvizhpse 温泉での研究によれば、1 さく井では、石灰岩中に温泉の湧 出するのがみられたが、それから数 m 離れた同一割れ目地帯では、温泉に出会しなかった。

割れ目にそって起こる局所地下水循環は,多くの炭坑および隧道で観察できる。ある場合に は坑道掘進の際にこのような割れ目帯を切ったので,多量の湧水が起こり,坑道が水没したこ とがある。

含水割れ目の周辺に起こった地下温度の場の異常が、単純な熱伝導現象と結び付いている場 合には、電気モデル化方法で容易に計算できる(第11図・第12図)。

上述の像から,明らかなように H-2 H オーダの距離(H は水の上昇深度を表わす)の地下 温度の場では、本質的な歪みがみられる。したがってこの場を観測すると、含水割れ目の探査 が可能になるとともに、坑道切羽が含水割れ目に近づいていることが予測できる。

含水割れ目の探査の場合には、数ボーリング孔の熱断面作成方法とともに、含割れ目帯を通 るボーリング孔の等地熱線図が利用できる。第11図および第12図でみられるように、このよう なボーリング孔の等地熱曲線図は、抛物線型の凸線型を示している。

水が含水割れ目から周辺岩石層中へ浸透する場合には、地熱異常は、著しくなるであろう。 含水割れ目に沿う上昇水が地表面上に直接湧出しないで、脆弱な堆積物(冲積層)中に浸透 し、そこで拡散し、循環地下水と混和する。したがって小採水井綱で地下水温度を観察すれば 冲積土下の上昇水の局所湧水口位置を精確に決定できる。すなわち採水井における直接温度測 定で求められた等温度線図を求めると、上昇水の局所湧水口位置が決定できる。たゞし、上昇



a-深度 z の割れ目の温度断面 b-割れ目に垂直に切られた断面の等温度線 c-割れ目から x 距離地帯の さく井の中心軸に沿う温度曲線

-x=-1h 2-x=0, 3-x=0.5h, 4-x=1h 5-x=1.5h, 6-x=2h, 7-x=4h

第 11 図 温度 U の地下水が深度 H (h 層) から割れ目に沿って上昇する場合の地下温度の場の モデル化結果を示す。(たゞし H=6 h)



a-深度zの割れ目の温度断面 b-割れ目に垂直に切られた断面の等温度曲線 c-割れ目から一定の距離に ある垂直さく井の中心軸に沿う温度曲線

1-x=2h, 2-x=0 3-x=2h, 4-x=5h, 5-x=10h

第12 図 U 温度をもつ水が h 層の H 深度から傾斜割れ目に沿って上昇する場合の地下温度の場 のモデル化成績を示す

87 - (159)

地質調査所月報 (第12巻 第2号)

水の温度と地下水温度とが著しく異なるものとする。しかし温度差が大きくないが,探水井が 同一深度をもち,温度測定が等時間間隔をおいて行なわれるならば, 全測定温度を対比して1 の規準温度が誘導される。このためには、探水地域に、温度測定所を設け、全探水期間にわた って、さまざまな深度の温度(移動温度帯の範囲)測定を行なう。この測値により等温度線図 を求めると、任意の深度および任意の温度に対して、規準温度を算出することが可能となる。 探水井で測定された温度と等温度曲線図で求められた規準温度とを比較すれば、温度偏倚値

がみいだされ、上昇水の湧出口の位置が決定される。

この方法によると, 上昇水の温度が地下水温度を 2~5°以上上廻る場合――2~5g(地下温度 階)のオーダの深度から水が上昇してくる場合にあたる――の上昇水の探査に利用できる。

水が割れ目から側方へ拡散する場合の水の冷却化過程を理論的に研究すると、その温度が外 因的因子により変わることが明らかとなる。このような研究は、半対数紙規模の温度断面図を 求めて、上昇水の湧出位置の地熱探査法を精確化することにある。この方法は、1933年に著者 が温泉探査に利用した。



51



第13図には、5~8 m 深度の深水井の温度測定値で求められた半対数網の温度断面像が掲げ られてある。この図面から明らかなように、温度曲線を直接に直して外挿を行なえば、含水割 れ目の位置を精確に決められる。この例では、割れ目の位置が約 1 m の誤差範囲で決定され た。

第14図には、類似の半対数温度断面が示されてある。この断面図では、半対数規模の温度曲 線の補正が示されてある。さらにこの図では,地下水が4号探水井へ流れ込んで,温度が反対 側よりも緩慢に低下していることが認められる。

88-(160)

上昇水の位置決定のほかに、地下水温度――上昇水の圧流入帯――を観察すれば、上昇水圧 および動水埋蔵量を評価することができる。この種評価は、地下水の観測温度、その水準、化 学的組成および泉の湧出量による。この場合には、他の地質学的および水理地質学的要因を考 慮に入れて水理地質学的図式を確立すべきである。

局部的割れ目または割れ目に沿って行なわれる水の盛んな上昇または下降運動とともに,多 くの場合,低浸透性層に基づく緩慢な垂直浸透運動も,観察される。

理論および実際的経験によれば,規準地下温度が著しく歪められるためには,きわめて低度 の水の上昇または下降浸透運動があればよいようである。第一次近似として,wの定速度をも つ上昇,下降浸透運動による熱流は、次のように表わされる。

$$q = w\gamma H + \lambda \frac{\partial U}{\partial x}$$

(21).

q — 熱流, cal/cm²·sec

w — 浸透速度 cm/sec

γ — 水容量 g/cm³

- *H* 水の熱包有量 cal/g
- λ 岩石の熱伝導係数(たゞしこゝでいう岩石とは、水の浸透ま たは拡散運動が起っていない条件下で決定される飽和水岩石 を指すものとする。)
- x 一 深度座標

水が上昇運動する際に,浸透流の方向が熱伝導による熱流の方向と一致する場合には,浸透 速度は正と考えられるであろう。下降運動の場合には対応的に *w*<0 となる。

確立された状態条件では、熱および水の流れは連続的であるから、次のようになる。 div q=0 (22)

w = const で、 $\lambda = \text{const}$ の場合には、次式が求められる。

$$\lambda \frac{\partial^2 U}{\partial x^2} + w \frac{d}{dx} (\gamma H) = 0$$
⁽²³⁾

比較的浅い深さで熱伝達が起こり、かつ温度変化が僅かの距離で発生するものとすると水の 密度および熱容量を一定とみなすことができる。その場合 *H=cU* (*c*=熱容量) とすると (23) 方程式は次のように書きかえられる。

$$\lambda \frac{\partial^2 U}{\partial x^2} + w\gamma c \frac{\partial U}{\partial x} = 0$$
(24)

水の上昇運動(w>0)条件下で(24)方程式を解くと、

$$\begin{aligned} U - U_0 &= \frac{g_0}{p} (1 - e^{-px}) \end{aligned} (25) \\ p &= \frac{w\gamma c}{\lambda} - \mathrm{cm}^{-1} \, \mathrm{o} 速 \mathcal{B}^{,\prime} \exists x - x, \, 熱流の伝達特性を決定する \\ \exists x - x \end{aligned}$$

$g_0 - x = 0$ の場合の初期地下温度勾配

(25) 方程式からみられるように,水の上昇運動下における地下温度勾配は,指数法則により深度に比列して減少する。

地下温度勾配がこのように減少するために水の上昇運動下の深所温度は,迅速に限界値に近 づき,深さをますにしたがって温度変化が停止するに至る。

温度が実際上限界値に達する深度は、単純な形で求められる。

$$px_{pr}=10$$

(27)

このようにして p=0.001 cm⁻¹ の場合には、深所温度は、最初の 100 m 距離の間だけ 増加 し、その後の地下温度は上昇水の温度に対応して一定値を保つであろう。

地質調査所月報(第12巻第2号)





90—(162)

岩石の熱伝導係数を $\lambda=0.01$ cal/cm·sec·grad と c=1 cal/g·grad, $\gamma=1$ g/cm³ にとると, 上述のパラメータ p 値は, 上昇浸透速度 $w=10^{-5}$ cm/sec または w=1 cm/日間に近い場合に 起こることが明らかになる。

この計算から明らかなように、深度が増すとともに、温度増加の規準的動きが完全に乱されるためには、水流の動勾配 0.01 条件下で、浸透係数 K=1.0 m/日間、例えば上昇の低浸透岩石中で起こる。したがって完全攪乱(温度勾配)には、極小の上昇浸透運動(水)があれば充分である。

(25) および (26) 方程式からは次の事実が誘導される。すなわち上昇浸透運動の熱図表は、 上昇水の限界温度値に徐々に近づく凸状曲線がなしている。

このような凸状曲線を解析すると、水の上昇運動速度を近似的に決定できる。第15図には、 6.25 cm scale のモデルで半対数規模に算出された(25)方程式の曲線が示されてある。

図上斜面面積計上に、45°の角度で対角線を引くと、その直線は、上昇または下降浸透が欠 失する場合の温度の線状増加曲線に対応するであろう。次に $U-U_0$ の温度差を縦軸に、 U_0 温 度点から算出された深度を横座標にとって熱図表の解析曲線に透明な対数紙に重ねると、熱図 表の曲線と斜面面積計の曲線の一つとが重なり合う。このように、熱図表と重なった斜面面積 計曲線上の指数は、pパラメータを示すから、岩石のそれぞれの熱伝導係数をとると、 ω 値が 容易に決定される。

第16図は、定温度水準以下——地下水の下部水準——の温度曲線が凸状特性を明らかにもつ ことを示している。第17図には、対数紙に描かれた同一曲線の下部が示されている。これを斜 面面積計と重ね合わすと、(第15図参照) この曲線が、指数 $p=0.8\cdot10^{-3}$ cm⁻¹, $p=0.4\cdot10^{-3}$ cm⁻¹ の理論曲線と精確に一致することが明らかとなる。例えば晶質のやゝ珪質石灰岩の熱伝導係数 $\lambda=6\cdot10^{-3}$ cal/cm·grad·sec 水の熱容量および比重を c=1 cal/g grad, $\gamma=1$ g/cm³ とすると $w=p\frac{\lambda}{c\gamma}$ の式から、前者に対しては、 $w=4.8\cdot10^{-5}$ cm/sec (4.15 cm/日間)、後者に対しては $w=2.4\cdot10^{-6}$ cm/sec (2.07 cm/日間)が求められる。



第 17 図 No. 518+No. 548 孔の場合の温度曲線を示す

次に w < 0 の場合に、一定の浸透現象が発生するならば、x = H でそれぞれの熱源によって 一定温度状態が維持されるとするならば定温度状態が可能となる。限界条件 $[U]_{x=0} = U_0$ と $[U]_{x=H} = U_1$ の場合には、浸透下で定熱伝導方程式を解くと次のようになる。

$$\frac{U-U_0}{U_1-U_0} = \frac{e^{px}-1}{e^{pH}-1}$$

(28)

他の限界条件の下では、浸透下の定温度状態とならないことがあるであろう。例えば、始め

91-(163)

地質調查所月報 (第12巻 第2号)

に、温度の線状増加現象 $[U]_{t=0} = U_0 + gx$ が起こる岩石塊中では t=0 から岩石塊の定冷却が発生するであろう。

この場合には、不安定熱流の微分方程式 $\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} - p \frac{\partial u}{\partial x} = \frac{1}{a} \frac{\partial u}{\partial t}$ と次の条件により、

 $[U]_{x=0} = U_0$

 $\lim_{x\to\infty} U = U_0 + gx$

 $[U]_{t=0} = U_0 + gx$

温度変化は、次方程式により進行するであろう。

$$U_{(x,\tau)} - U_0 = \frac{2g}{\pi p} e^{1/2x} e^{-1/4\tau} \int_0^\infty \frac{\beta \sin \beta x e - \beta^{2\tau}}{(\beta^2 + 1/4)^2} d\beta$$
(29)

こゝで x および τ は, x=px, $\tau=ap^{2}t$ とおいて決められる。 $p=\frac{w\gamma w^{2}w}{\lambda}$, $a=\frac{\lambda}{\gamma c}$ (λ =岩石 の熱伝導係数 γw , c_{m} —水の比重および熱容量, $\gamma \cdot c$ —岩石および水の比重および熱容量) とす る。

(29) 方程式から明らかなように、1cm/日間オーダの速度をもつ低い浸透現象が起こって も、岩石は急速に冷却する。

これらの諸数式を利用すれば、地下水の運動状態を決定できるであろう。