

碎屑岩を伝わる弾性波速度に関する研究

第I部 碎屑岩を伝わる弾性波速度の含有水分に伴う変化について

南 雲 昭 三 郎*

Studies on the Elastic Wave Velocity in Clastic Rock

Part I Effect of Water Content on Elastic Wave Velocity in Clastic Rock

By

Shōzaburō Nagumo

Abstract

1. Introduction

As regards the effect of water content on the elastic wave velocity in clastic rock, it has already been studied by many investigators: K. Iida,⁴⁾⁵⁾⁶⁾ D. S. Hughes,³⁾ J. E. White R. L. Sengbush¹⁵⁾ and others.

Some discrepancy in their results, however, shows us that the effect should be examined and explained in connection with the texture, degree of lithofication and physical property in clastic rock.

The examination of the effect on the bases of the physical property of clastic rock will lead to a better understanding of velocity controlling factors, and undoubtedly promote the geological interpretation of seismic data.

The writer, firstly, carried out some experiments on the medium and coarse sandstone, whose elastic wave velocity ranges from about 4 km/sec to 2 km/sec, and on a few samples of shale.

2. Experimental Procedure

Longitudinal wave velocity is measured by using ultrasonic pulse method, which was pioneered by D. S. Hughes²⁾ and developed by many others.⁷⁾¹⁰⁾¹²⁾ The principle of our measuring apparatus is similar to those of above investigators. The brief description of block diagram and circuits diagram is presented in the Appendix I. Ba TiO₃ discs of 30 mm in diameter and 4 mm in thickness were used for transmitter and receiver respectively. An example of photographic records is illustrated in Fig. 1.

The size of a rock specimen is almost 5 cm in diameter and 5~8 cm long. In order to achieve the water saturation, dry specimen was placed in a metal box attached to a vacuum pump, which was run 1 hour at 0.002 mm Hg, and then was immersed in distilled water which had been de-aerated in vacuum. Air was then slowly admitted, and the specimen was kept in water for 7 days.

Velocity variation was measured in the evaporation process under room temperature about 25°C and atmospheric pressure.

After natural evaporation, specimen was dried by using infrared ray, and then in an oven at 110°C for 2 hours.

* 物理探査部

3. Experimental Results

The samples used in this experiment were tabulated in Table 1.

Variation of longitudinal wave velocity with respect to water content in medium and coarse sandstone is illustrated in Fig. 2, and that in shale is in Fig. 6 and in Table 2. Relation between velocity and porosity in sandstone is illustrated in Fig. 4. In sandstone, the wave velocity-water content curve is generally composed of 2 components, namely, increasing component and the other decreasing component in proportion to the water content.

4. Discussion of Results

Water in clastic rock is classified into crystalline water, absorbed water, connate water, contact moisture and free water according to its condition. The condition where free water or contact moisture exist is generally called "funicular stage" or "pendicular stage" respectively. Among these waters, only free water and contact moisture are thought to affect on the elastic property of clastic rock under the present experimental condition.

The processes through which each water affects on the elastic property may be classified into (1) mechanical process, which is the mechanical interaction between water and elastic constituent particles, and (2) chemical process, which involves complex chemical interaction between water and cementing materials. The latter process, as shown in the text book of soil mechanics⁹⁾¹³⁾ is so complex that the following discussion is limited in the former process. The mechanical effect of each water is examined under the model of granular substances fixed on contact plane.

1) Ppendicular Stage

In ppendicular stage, capillary pressure is caused by contact moisture in the granular substance. The variation of the velocity was calculated with respect to various particle size and tablated in Table 4.

As regards constituent particles, the capillary pressure is equivalent to the external pressure. The effect of external pressure on the elastic property of granular substance has already been treated by T. Takahashi and Y. Sato.¹⁴⁾ The model, however, couldn't explain the high velocity in clastic rock under the atmospheric pressure. In order to improve this point, a modification was made on their theory to the case where the particles are fixed on the contact plane. The description of the theory is presented in Appendix II.

The longitudinal wave velocity V_p^* through the granular substance, of which particles are fixed on the contact plane, is as follows:

$$V_p^* = \sqrt{V_1^2 + V_0^2}$$

where

$$V_1^2 = 0.865 \left(\frac{n}{10} \right)^{2/3} \left(\frac{\rho^*}{\rho} \right)^{2/3} \left(\frac{1}{\rho} \right)^{1/3} V_{\rho}^{4/3} P^{1/3}$$

$$P = P_{o1} + P_{o2}$$

V_0 : longitudinal wave velocity under $P = 0$

V_{ρ} : longitudinal wave velocity of the particle

P_{o1} : external pressure

P_{o2} : capillary pressure

N : number of contact sphere

ρ : density of the particle

ρ^* : apparent density of the granular substance

Variation of the velocity with respect to the pressure P is graphically illustrated in Fig. 1 of Appendix II, and is numerically tabulated in Table 4 for pressure range 0-100 bar. By using Tables 3 and 4, the amount of velocity increases due to capillary pressure can be inferred with respect to both the various particles size and various longitudinal wave velocity V_0 .

For example, when the velocity V_0 is 2.0~4.0 km/sec, the amount of velocity increase is only 30 m/s~10 m/s in the case of particle size of 0.1 mm, and is 200 m/s~100 m/s in the case of particle size of 1×10^{-5} mm.

Consequently, the velocity increase due to forced dry in sandstone, as seen in the left side of Fig. 2, is inferred through the capillary pressure appeared in the matrix and cement among particles.

On the otherhand, no velocity increase due to dry in shale is deduced from unsuitability of the granular model of clay size for shale. This phenomenon is due to the property of shale, which is likely to break into pieces with water saturation. Dr. Iida's experiment on soft sediment, however, had shown the velocity increase with dry.

This is very suggestive for the further study on the change of elastic property through lithofication process from soft sandstone of shale.

2) Funicular Stage

In funicular stage, free water plays a role in the elastic property of rock through mechanical interaction with constituent elastic particle.

F. Gassmann¹⁾ studied the effect of saturated water on the elastic property of porous medium. According to his paper, the relations of elastic constants between saturation and dry conditions are

$$k = \hat{k} \frac{\bar{k} + Q}{\hat{k} + Q}, \quad Q = \frac{\hat{k} (\hat{k} - \bar{k})}{n (\hat{k} - \bar{k})}$$

$$\mu = \bar{\mu},$$

$$\rho = \bar{\rho} + n,$$

$$\bar{\rho} = \hat{\rho} (1 - n),$$

where

k, \bar{k} : bulk modulus of porous media in saturation and dry respectively

$\mu, \bar{\mu}$: rigidity modulus of porous media in saturation and dry respectively

$\rho, \bar{\rho}$: apparent densities modulus of porous media in saturation and dry respectively

\hat{k}, \bar{k} : bulk modulus of constituent material and water

$\hat{\rho}$: density of constituent material

n : porosity

The above relation between bulk modulus k and \bar{k} is graphically illustrated in Fig. 7.

As regards rigidity, F. Gassmann assumed that rigidity of the framework does not change with water saturation.

Instead of this assumption, we shall be able to assume that the Poisson's ratio does not change due to the saturation condition. Under this assumption, wave velocity variation in saturation condition was calculated, and illustrated in Fig. 7 (in the case of $\sigma = \bar{\sigma}$) and in Fig. 8 (in the case of $\mu = \bar{\mu}$).

Comparison of experimental data and these calculated values was tabulated in Table 5.

In this comparison, minimum velocity in experiments corresponds to the dry velocity in F. Gassmann's theory, because Gassmann's dry velocity means the velocity of the framework. As regards sandstone, under the assumption of $\mu = \bar{\mu}$, the increased value of calculated velocity in saturation condition is about 50 % of the experimental result. Under the assumption of $\sigma = \bar{\sigma} = 0.25$, however, the conformity between calculated value and experimental value is striking.

Concerning the variation of Poisson's ratio with saturation, it will be examined by experiment in future.

5. Summary and Conclusion

Variation of longitudinal wave velocity with respect to water content was measured for medium and coarse sandstone and shale specimens, which were obtained from boring cores of paleogene coal bearing formation. The experimental results were examined under the model of granular substances fixed on the contact plane.

The factors which control the elastic property of elastic rock with water saturation under room temperature and atmospheric pressure are the elastic property of framework itself, internal pressure caused by capillary pressure in matrix and cement and the mechanical interaction between elastic particles and contained water.

Wave velocity-water content curve is generally composed of 2 elements, namely, increasing and decreasing components.

The former is the effect of mechanical interaction between elastic particle and contained water, and the latter is the effect of internal pressure appeared in matrix and cementing material.

Results obtained for sandstone are as follows:

(1) Longitudinal wave velocity remarkably decreases as saturation is reduced from 10 % to 20~30 %. The velocity variation due to saturation is controlled by the elastic property of framework and the interaction between elastic particles and contained water. The amount of this velocity variation in saturation condition is explained very well by the F. Gassmann's theory, if his assumption of rigidity invariant ($\mu = \bar{\mu}$) due to saturation is replaced by the new assumption of Poisson's ratio invariant ($\sigma = \bar{\sigma}$).

(2) As water content is reduced from 20~30 % to dry condition, longitudinal wave velocity increases again a little amount. This velocity variation is controlled by the internal pressure and framework.

The increase amount of this velocity in dry condition is explained by the internal pressure caused by capillary pressure among matrix and cement in sandstone.

Result obtained for shale is as follows:

(3) Wave velocity is nearly constant from 100 % to 30~40 % saturation, and then decreases below that water content. Velocity increase in dry condition was too small to be recognized.

The model of granular substances of clay size does not seem to be suitable to shale.

Appendix I. Apparatus

Brief description of the apparatus was presented in block diagram (Fig. 1) and circuits diagram (Figs. 2, 3, 4), though circuits are currently improved.

Appendix II. On the elastic property of granular substances of which particles are fixed on the contact plane

T. Takahashi and Y. Sato's theory¹⁴⁾ on the elastic property of granular substances was extended to the case where the particles are fixed on the contact plane. Binding forces between particles, which were taken into consideration this time, are

- (1) binding force due to the external pressure,
- (2) binding force due to internal pressure caused by contact moisture,
- (3) binding force due to cementing material.

Elastic wave velocity though dry clastic rock under atmospheric pressure may depends upon the latter two factors.

Elastic energy per unit volume was calculated by static stress-strain consideration. The elastic wave velocity was, then, obtained by using Takahashi-Sato's theory.

The longitudinal wave velocity V_p^* through the granular substance, of which particles are fixed at the contact plane, becomes

$$V_p^* = \sqrt{V_1^2 + V_0^2},$$

where

$$V_1^2 = 0.865 \left(\frac{n}{10} \right)^{2/3} \left(\frac{\rho^*}{\rho} \right)^{-2/3} \left(\frac{1}{\rho} \right)^{1/3} V_p^{4/3} P^{1/3}$$

$$P = P_{01} + P_{02}$$

V_0 : longitudinal wave velocity under $P = 0$

V_p : longitudinal wave velocity of material of the particle

P_{01} : external pressure

P_{02} : capillary pressure

n : number of contact sphere

ρ : density of material of the particle

ρ^* : apparent density of the granular substance

1. 緒 言

最近超音波パルスの技術が普及するにつれて、岩石についても、そのなかを伝わる弾性波速度が比較的簡単に測定されるようになってきた。そこで、地震探鉱を実施する場合、調査地の試錐コアとか、坑内外の岩石試料について速度測定を行い、地震探鉱の計画とか、走時の解析、あるいは結果の地質的解釈等に利用されようとしている。しかし、岩石の状態は天然に存在する場合と、実験室に持込まれた場合とでは、その状態が変化しているので、また超音波パルスと地震探鉱で使用している弾性波としては、波長が著しく異なっているため、超音波パルス法によつて測定した弾性波速度を、地震探鉱で測定された速度に直接対応させることには、まだ数多くの疑問が残されている。すなわち、圧力や含有水分の変化によつて岩石の力学的性質がどの程度変化するものか、また

種々の厚さ、速度をもつた単層の重なり合つた地層において、平均速度はどのようになるのかなどの疑問が残されている。いわゆる速度検層の結果を充分活用するためには、このような色々の因子についてわれわれの知識が増加しなければならないと思われるので、今回まず含有水分の弾性波速度に及ぼす影響について実験を行つた。

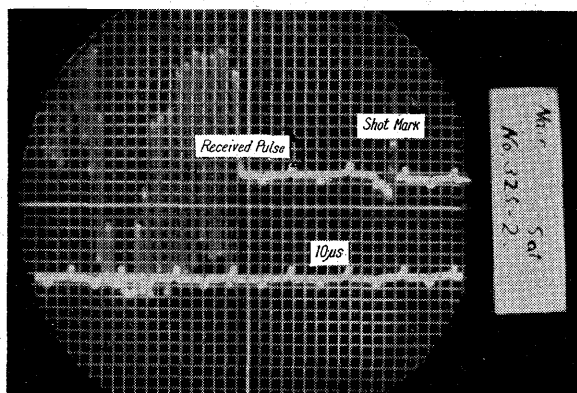
岩石のなかに含まれる水分の弾性波速度に及ぼす影響については、すでに多くの研究が行われている。飯田汲事¹⁵⁾は速度 1 km/sec 以下の砂、粘土について、振動法により実験を行い、含有水分の増加とともに縦波、横波速度が著しく減少することを報じており、D. S. Hughes¹⁶⁾は速度 3 ~ 4 km/sec 程度の硬い砂岩について超音波パルス法で、種々の圧力の下で実験を行い、逆に水分の増加とともに縦波速度が増加することを報じている。また J.E. White, R.L. Sengbush¹⁵⁾ は地表層の砂層について直接速度を測定し、地下水面で縦波速度が増

加することを報じている。

これらの実験結果から知られるように、含有水分の弾性波速度に及ぼす影響は岩石の種類や石化 (lithofication) の程度によつて異なつてゐる。したがつて、含有水分の影響は岩石の種類や、石化の程度の物理的性質と関連して解明されることが必要だと思われる。またこのことは、含有水分の影響を調べることによつて、岩石のなかを伝わる弾性波速度を支配している多くの因子を分析する手懸かりが得られることを示しているように思われる。以上の観点から筆者はまず砕屑岩 (clastic rock) の中・粗粒砂岩および頁岩について実験を行つた。

2. 実験の経過

速度測定の方法としては超音波パルス方式を用いた。すなわち、岩石試料の一端に超音波直流パルスを与え、その透過したパルスを岩石の他端で受振し、その走行時間と、岩石の長さから速度を求めめる方式である。この種の装置の原理は D. S. Hughes²⁾, J. Oliver, F. Press¹⁰⁾, A. Kubodera⁷⁾, D. Shimozuru¹²⁾ らの報じているものと大体同じであるが、詳細については補足 I を参照されたい。振動子としては直径 80mm, 厚さ 4 mm, 円板型、厚み振動固有周波数 500kc のチタン酸バリウムを使用した。記録の 1 例を第 1 図に示す。



第 1 図 記録の 1 例
An Example of Photographic Record

時間目盛は $10\mu\text{s}$ ごとで、ブラウン管面にとりつけた目盛板を補助に用い、弾性波の走行時間が $30\mu\text{s}$ 以下の場合には 10 目盛 (1 目盛 2 mm) を $10\mu\text{s}$ に、 $30\mu\text{s}$ 以上の場合には 5 目盛を $10\mu\text{s}$ に合わせた。したがつて $1\mu\text{s}$ が 1 目盛あるいは $1/2$ 目盛になるので、測定時間の精度は初動の立上りが鋭い場合には、前者では $\pm 0.1\mu\text{s}$ 、後者では $\pm 0.2\mu\text{s}$ 程度である。

横波については初動以後に横波らしい低い周波数の大

きい振幅の波が現われることもあつたが、横波としての判定が難しいので今回は縦波についてのみ実験を進めた。したがつて弾性常数を求めることができなかった。この点を後日装置を改良して横波も測定したいと思つてゐる。

実験に用いた岩石試料は石狩炭田の奈井江における試錐コア⁹⁾のなかから中・粗粒砂岩および頁岩を選んだ。これらは古第三紀夾炭層のもので、深度は 250 m から 700 m までのものである。コアの直径は 40~60 mm で、長さは 50~100 mm 程度に切断した。このコアは特にこの実験のために保存されたものでなかつたので、自然に乾燥した状態にあつた。それでまず自然乾燥状態で縦波速度を測り、次に水分を充分浸み込ませ、その後、実験室内に放置して、乾燥過程で速度の変化を次々に測定した。

水分を充分浸み込ませるためには、コアを密閉した容器に入れ、真空ポンプで約 2×10^{-3} mmHg の減圧下で約 1 時間排気し、次に注入する水の溶解ガスを約 1 時間排気し (このとき真空度は約 1×10^{-2} mmHg に下る)、次にこの減圧下で、その水をコアを入れた容器のなかに注入し、約 30 分かけて徐々に大気圧に戻し、その状態で 7 日間放置した。このような操作で岩石内に浸入する水分の飽和度は、岩石の孔隙率によつて異なると思われるが、飽和に達したかどうかは後日他の方法で孔隙率を測定し検討する予定であるが、D. S. Hughes⁹⁾ によれば 80~100 % のことである。

乾燥過程は実験室内に放置し適当な時間間隔で測定した。すなわち体積の小さい岩石試料は乾燥し始めは約 1~2 時間間隔で測定したが、多くのものは 4~8 時間間隔で測定した。内部と表面とがなるべく一様に乾燥するように、夜間はビニール布にくるんで一定水分の状態を保たせた。ある程度乾燥すると 1 週間位放置しても含有水分の量に変化しなくなるので、その状態を自然乾燥状態とした。自然乾燥状態からもつと乾燥した状態については、赤外線を用いて約 40°C で 3~8 時間乾燥させ、さらに進んだ乾燥は 110°C で 2 時間乾燥させ、これを乾燥状態とした。

3. 実験の結果

実験に用いた岩石試料の種類、採集深度、比重、最大体積含水率を第 1 表に示す。

中・粗粒砂岩についての含有水分に伴う縦波速度の変化を第 2 図に示す。

第1表 実験に用いた試錐コアの岩石種類、深度、最大含水状態の見かけ比重、縦波速度、最大体積含水率を示す表
いずれも古第三系夾炭層のもの

Rock Specimens used for Experiment
Origin is Miocene, Ishikari Coal Field

コアの番号	岩石の種類	深度	最大含水状態の見かけ比重	最大含水状態の縦波速度	最大体積含水率
number of specimen	description	depth (m)	density (saturation)	longitudinal velocity (km/sec)	effective porosity (%)
No. 325-1	中(粗)粒砂岩	724	2.57	3.86	6.1
No. 325-2	"	"	2.52	3.72	9.1
No. 317	中粒砂岩	715	2.64	5.06	2.2
No. 300-1	中(粗)粒砂岩	699	2.58	4.43	3.7
No. 300-2	"	"	2.58	4.52	5.0
No. 265	(中)粗粒砂岩	643.5	2.52	3.88	9.5
No. 242-2	"	600	2.49	3.75	11.0
No. 10	粗粒砂岩	245	2.44	3.17	15.2
No. 173-3	頁岩	493	2.65	4.07	5.1
No. 22	"	262	2.90	13.2	

含有水分の量の表現として飽和度 S_{sat} を使用したかったが、完全飽和の吟味がまだできていないので、見掛け飽和度 S_a を

$$S_a = \frac{\text{含有水分の重量}}{\text{最大含水重量}}$$

と定義して用いた。もしも完全飽和すれば、これは飽和度に一致し、最大体積含水率は有効孔隙率^{註2)}に一致する。

註1) 岩石を構成している固体物質、液体、空気をそれぞれ s, w, g の記号で表わすと、全体積 V 、全重量 W は

$$V = V_s + V_w + V_g, \quad W = W_s + W_w + W_g$$

で表わされ、飽和度 s 、体積含水率 r 、孔隙率 n は

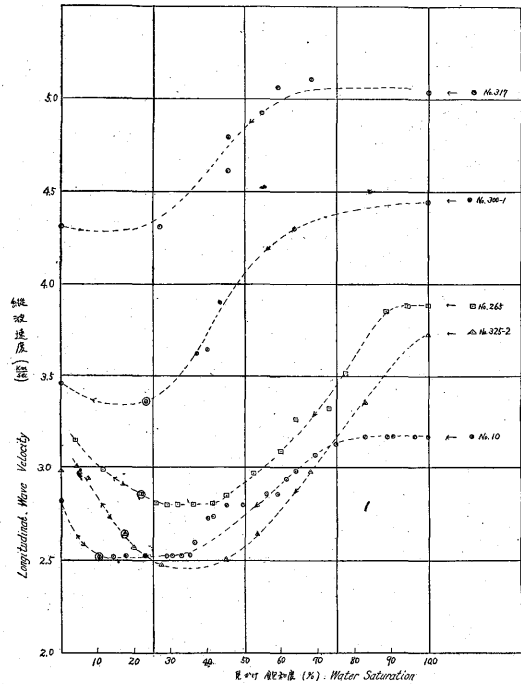
$$s = \frac{V_w}{V_w + V_g} \times 100,$$

$$r = \frac{V_w}{V} \times 100,$$

$$n = \frac{V_w + V_g}{V} \times 100$$

として定義される。

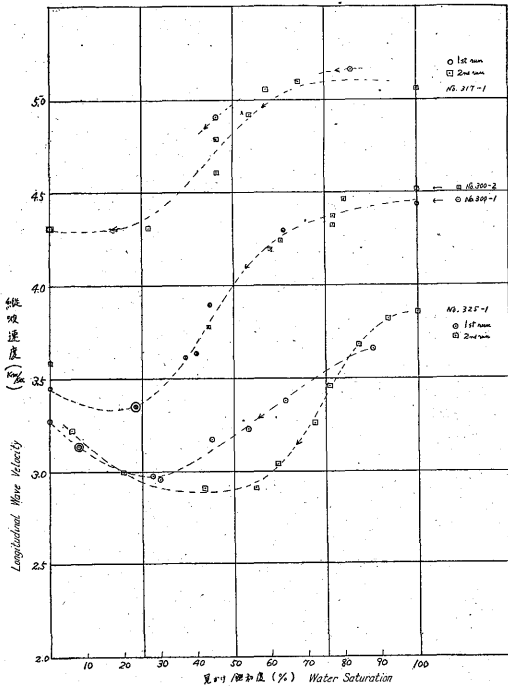
註2) 有効孔隙率 (effective porosity) とは孔隙のなかで互に流通している孔隙の、全体積に対する比である。



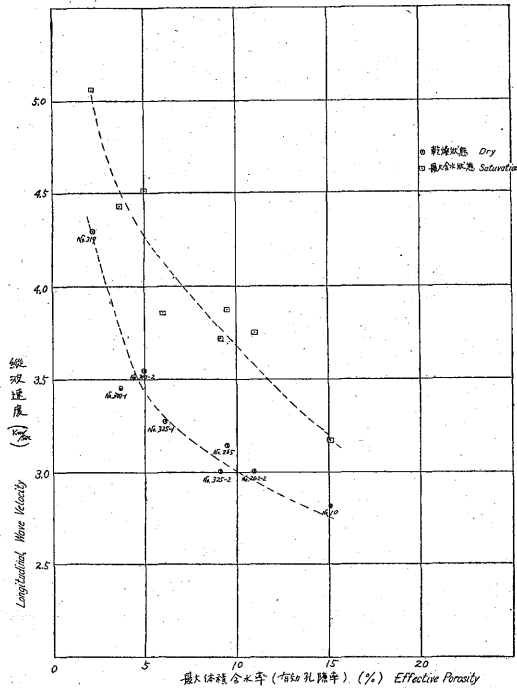
第2図 中・粗粒砂岩について、含有水分に伴う縦波速度の変化

Longitudinal Wave Velocity as a Function of Water Content for Medium and Coarse Sandstone

第2図から水分に伴う速度変化の様子をみてみると、コア No. 10, No. 265 はみかけ飽和度 100% から 80~90% までほぼ一定の速度を示しているが、その附近から比較的急激に速度が減少し始める。No. 300-1, No. 325-2, No. 317 は含水量が少ないのでこの速度が減少し始めるところが明瞭には観測されなかった。水分の減少とともに、減少してゆく縦波速度はみかけ飽和度約 30% 前後の所で最小値を示す。No. 300-1, No. 10 はその状態が自然乾燥状態であるが、No. 325-2, No. 265 はそこからさらに水分が減少して自然乾燥状態に至り、その間、速度は最小値からふたたび増加してゆく。第2図において、自然乾燥状態を◎印で囲んでおいた。自然乾燥状態に至った試料を赤外線乾燥させると速度はさらに増加し、110°C 2 時間の乾燥を行うと速度はさらに増加している。これらの含有水分に伴う速度変化の傾向および変化量が、2.5~4.5 km/sec の速度範囲にある色々の中・粗粒砂岩について非常に似ているので念のため No. 317, No. 300-1, No. 325-1 についても一度水分を飽和させて実験を行ってみた。その結果は第3図に示すように、1 回目のときと大差がないことがわかった。なお No. 300-1 は 2 回目水に浸けておいたらすぐれてしまったので、同一コアからとった No. 300-2 について実験を行つたところ、第3図にみられるように全く等しい傾向を示した。



第3図 含水試験を2回試みたときの含水による速度変化
Longitudinal Wave Velocity as a Function of Water Content Comparison of 1st and 2nd runs,

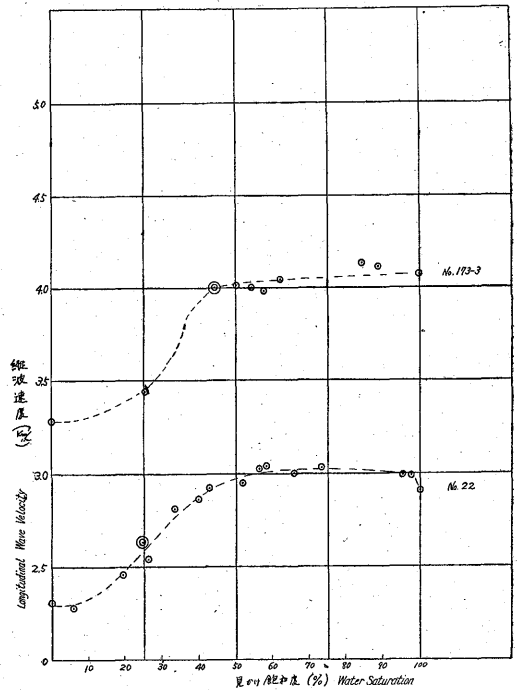


第4図 中・粗粒砂岩について最大体積含水率と縦波速度との関係(乾燥, 飽和状態について)
Longitudinal Wave Velocity Versus Effective Porosity for Sandstone in Dry and Saturation

これらの中・粗粒砂岩について最大体積含水率と、見かけ飽和状態、乾燥状態における速度との関係を第4図に示した。

最大体積含水率と孔隙率とは、孔隙率の小さいものでは、20%程度の誤差があるかも知れないが、その誤差範囲において、第4図は縦波速度と孔隙率との関係を表わしており、孔隙率が小さいほど速度が速くなっていることがわかる。すなわち、中・粗粒砂岩という1つの岩石の種類を考えた場合、2.5~4.5 km/sec 程度の速度差が単に孔隙率の差によっても生じうることを示しているものである。なお No. 300-1 のほかに No. 298 は自然乾燥状態で 3.75 km/sec の速度を示していたが、水分がほとんどはいらず、水のなかに放置していたら1週間位でくずれ始め、砂粒子と粘土微粒子とに分解してしまった。これらのことは碎屑岩の速度を支配している因子のなかで、孔隙率およびセメンテーションがかなり重要な因子であることを示しているものと考えられる。

次に頁岩についての実験結果を第5図に示す。



第5図 頁岩について、含有水分に伴う縦波速度の変化
Longitudinal Wave Velocity as a Function of Water Content in Shale

一見して頁岩の含有水分に伴う速度変化の傾向は、中・粗粒砂岩の場合とはかなり異なっていることがみられる。みかけ飽和状態から約40~50%まで速度変化はほとんど無く、40~50%からしだいに速度が減少する。No. 173-3については、40%で自然乾燥状態であり、No. 22については20%のところまで自然乾燥状態であつた。強

第2表 頁岩について、自然乾燥状態と乾燥状態との縦波速度

Velocity Decrease with Dry in Shale

コア番号	岩石の種類	深度 (m)	自然乾燥状態の速度 (km/sec)	乾燥状態の速度 (km/sec)
Ya No. 26	頁岩	615	3.56	3.02
Ya No. 48	"	950	4.10	3.32

コアは筑豊炭田の古第三系のもの

制乾燥させると速度はさらに減少し、中・粗粒砂岩の場合にみられたような乾燥に伴う速度の増加はみられなかった。

頁岩についてはこのほか数箇の試料について実験を試みたが、多くのものは含水によって割れてしまった。それで他の頁岩について自然乾燥状態と強制乾燥状態との速度変化を実験してみたところ、第2表のようになり、いずれも速度が減少した。

頁岩についてはまだ実験数が少ないので、例えば天然の含水状態からの乾燥過程を利用するなどして、さらに実験を進めたいと思っている。

なお、含水による体積の変化について飯田波事⁹⁾が土の場合についてかなりの量になることを報告しているのので、以上の岩石試料について自然乾燥状態と、最大含水状態とについて空气中・水中の重量差から体積変化を測定してみたが、いずれも体積変化は1%以下であった。

4. 結果の検討

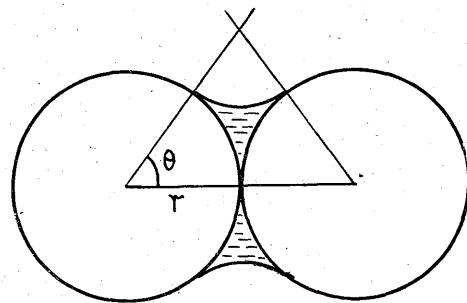
砕屑岩のなかに含有されている水分は、その存在の状態によって、結晶水・層間結合水・層間自由水・接触水分・自由水(流動水)というように分類されている¹⁰⁾。結晶水、吸着によって保有されている層間結合水、吸着によって保有されている層間自由水は普通の水とは物理的性質が異なっており、粒子間に強い結合力を生じているもので、今回の実験操作ではほとんど粒子間から分離されないことが知られている。一方乾いた砕屑岩を水に浸した場合、岩石内の孔隙のなかに毛管現象によって浸入してゆく水は、自由水あるいは流動水と呼ばれ、その水の状態は *funicular stage* と呼ばれている。また湿った岩石を乾燥させた場合、*funicular stage* にある水は表面に流動して蒸発していくが、ある程度減水すると構成粒子の接触面にある水は流通できなくなり、表面張力によって粒子間に残される。この水分はいわゆる接触水分(*contact moisture*)と呼ばれ、その含水の状態は *pendicular stage* と呼ばれている。したがって今回の実験は、これら自由水、接触水分の岩石を伝わる縦波速度に及ぼす影響を示しているものと考えられる。

これらの自由水、接触水分の砕屑岩の弾性的性質に影響を及ぼす過程としては、第1に、水と弾性粒子としての構成粒子との弾性的相互作用と、第2に、これらの水がセメント物質との間に起す化学的物性的相互作用とが考えられる。後者は、ゾル化、ゲル化あるいは粘土粒子の物理的性質の変化、あるいは電気化学的作用を含み、粘土鉱物や土質力学の教科書¹¹⁾に説明されているように非常に複雑なので、今回はまず、第1の弾性的相互作用について考察を試み、それによつて今回の実験結果がどの程度説明されうるものか調べてみる。

砂岩についての縦波速度—飽和度曲線を見ると、2つの要素から成り立っていることがわかる。1つは水分とともに増加する傾向のものであり、他の1つは水分とともに減少する傾向のものである。そして最低速度が20~30%の所にみられる。最大充填密度である面心立方のつめ合せ状態で *funicular stage* から *pendicular stage* に移る飽和度が24%であることが知られているので¹²⁾、この速度の最低はおそらくその状態に対応するものと考えられる。したがって以下 *funicular stage*, *pendicular stage* のそれぞれの状態について接触水分、自由水と弾性粒子との弾性的相互作用を調べてみる。

4.1 *Pendicular stage* について

Pendicular stage において、接触水分は粒子間を結ぶ水膜に働く毛管力によって、粒子間に結合力を作用さ



第6図 接触水分
Contact Moisture

せる。これによつて生ずる粒子間の圧力は毛管圧力(*capillary pressure*)と呼ばれる。第6図のように接触した等半径の弾性球の集合体についてこの毛管圧力Pは

$$P = \frac{1}{r} \frac{2\pi T}{1 + \tan \theta/2}$$

{ r: 球の半径
T: 水の表面張力, 75dyne/cm

で表わされ、その圧力の大きさは第3表の通りである。この毛管圧力は、弾性粒子の結合に対しては、岩石の外部から作用する圧力と全く等価であると考えられる。

第3表 色々の大きさの粒子間に発生する毛管圧力
Capillary Pressure Appeared among Particles
of Various Size

	sand		silt	clay	
粒子の半径 (mm)	1×10^{-1}	1×10^{-2}	1×10^{-3}	1×10^{-4}	1×10^{-5}
毛管圧力 (kg/cm ²)	0.005	0.05	0.47	4.7	47

等半径の弾性球のつめ合わされた、いわゆる粒状物体についての外部圧力の影響については高橋・佐藤の理論¹⁾がある。今回その理論を、補足Ⅱに記すように、外部圧力のほかに、セメント物質や収着水などの結合力が存在する場合に拡張してみた。すなわち、外部圧力の無い場合に色々の値の速度をもつ粒状物体について、前記の圧力の影響を調べてみた。詳細は補足Ⅱを参照されたい。縦波速度 V_p^* は

$$V_p^* = \sqrt{V_1^2 + V_0^2}$$

$$V_1^2 = 0.865 \left(\frac{n}{10} \right)^{2/3} \left(\frac{\rho^*}{\rho} \right)^{-2/9} \left(\frac{1}{\rho} \right)^{1/3} V_p^{4/3} P^{1/3}$$

V_0 : $P=0$ の場合の縦波速度
 $\bar{P} = P_{01} + P_{02}$
 P_{01}, P_{02} : 外部, 内部圧力
 V_p : 粒子の物質の縦波速度
 ρ : 粒子の物質の比重
 ρ^* : 粒状物体のみかけ比重
 n : 接触粒子の数

で表わされる。この結果は補足Ⅱ第1図に図示してあるが、そのなかの圧力 0~100 bar の部分をさらに細かにみるために表にしてみると第4表ようになる。

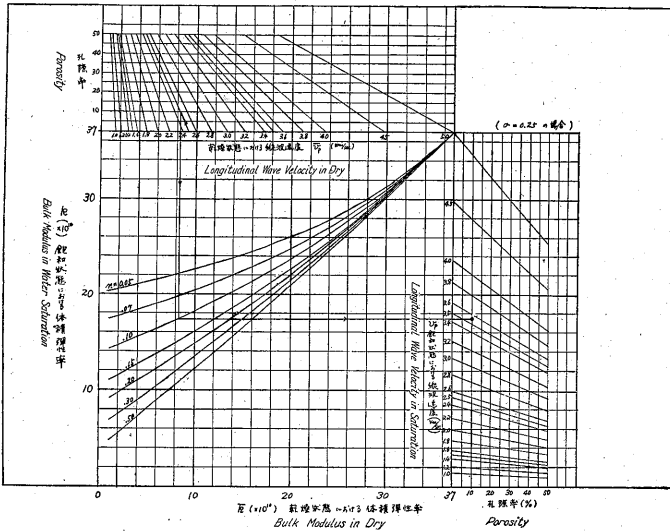
第3表, 第4表から色々の大きさの粒子間に生ずる毛

管圧力によって起る縦波速度の増加を、色々の V_0 をもつ岩石についてみると、例えば 0.1 mm 程度の細砂粒子によって起る縦波速度の増加は V_0 が 2.0~4.0 km/sec について 10~30 m/sec 程度であり、 1×10^{-5} mm 程度の粘土粒子によって起るそれは、100~200 m/sec 程度となる。したがって第2図にみられるような中・粗粒砂岩についての乾燥による速度増加は、もし乾燥による毛管圧力の増大によるものであるとすれば、それは中・粗粒砂岩という岩石の名前が示す中・粗粒砂岩粒子間に生ずる毛管圧力によるものではなく、粒子を埋めているより細かい粒子のマトリックスあるいはセメントの間に発生する毛管圧力によるものであろうと推定される。

これに反し、粘土粒子から構成されている頁岩については、乾燥による速度増加がみられないが、それは、頁岩については粘土粒子程度の大きさの弾性球のつめ合わせというモデルがあてはまらないものと考えられる。すなわち、頁岩はもともと粘土粒子から構成されていたものであるが、石化に伴って粘土粒子間の結合が密になって、個々の粘土粒子の粒子としての特性が失われてきたものと考えられる。このことは、頁岩に水分を含ませたり、乾燥させたりすると、くずれのではなく割れ易く、また個々の粘土粒子に分解しないということからもある程度推定される。したがって頁岩について粒状物体のモデルがもしあてはまるものとしても、構成粒子の大きさは、頁岩という名前の示す粘土粒子程度の粒子ではなく、もつと大きい構成粒子を考えるべきだと思われる。飯田汲事¹⁾は速度 600 m/sec 程度の柔い粘土について、含水による速度の減少を報告しているので、頁岩の前身である siltstone, mudstone 等について実験を続け、石化 (lithofication) に伴う弾性的性質の変化をさらに

第4表 色々の V_0 をもつ粒状物体を伝わる弾性波速度の圧力による変化
Velocity Increase due to Pressure for Granular Substances of Various V_0

圧力 (bar)	V_0 (m/s)							
	0	0.01	0.1	1.0	10.0	50.0	100.0	
0	0	230	338	497	729	982	1,070	
500	500	541	604	705	884	1,076	1,170	
1,000	1,000	1,026	1,055	1,117	1,237	1,381	1,464	
1,500	1,500	1,518	1,538	1,580	1,668	1,777	1,842	
2,000	2,000	2,013	2,028	2,061	2,129	2,215	2,268	
2,500	2,500	2,501	2,523	2,549	2,604	2,675	2,719	
3,000	3,000	3,009	3,019	3,041	3,087	3,148	3,184	
3,500	3,500	3,507	3,516	3,536	3,575	3,628	3,659	
4,000	4,000	4,006	4,014	4,031	4,066	4,112	4,140	
4,500	4,500	4,505	4,512	4,528	4,559	4,600	4,625	



第7図 F. Gassmann 理論による乾燥状態と飽和状態における体積弾性率および縦波速度 ($\sigma = \bar{\sigma} = 1/4$ の場合) の関係
Variation of Bulk Modulus and Chart of Longitudinal Wave Velocity Variation in the Case of $\sigma = \bar{\sigma} = 1/4$ for Porous Medium with Saturation

(第7図の説明)

k と \bar{k} との関係は

$$k = \hat{k} \frac{\bar{k} + Q}{\hat{k} + Q}, \quad Q = \frac{\bar{k}(\hat{k} - \bar{k})}{n(\hat{k} - \bar{k})}$$

$$\hat{k} = 37.0 \times 10^{10} \text{ C.G.S.}$$

$$\bar{k} = 2.10 \times 10^{10} \text{ C.G.S.}$$

$$\hat{\rho} = 2.66$$

から孔隙率 n をパラメーターにして求めた。

乾燥状態、飽和状態における縦波速度 (\bar{v}_p, v_p) は、ポアソン比を 0.25 と仮定して

$$\bar{v}_p = \sqrt{\frac{\bar{k} + \frac{4}{3}\bar{\mu}}{\hat{\rho}}}, \quad \bar{\rho} = \hat{\rho}(1-n), \quad \bar{\sigma} = 0.25$$

$$v_p = \sqrt{\frac{k + \frac{4}{3}\mu}{\rho}}, \quad \rho = \hat{\rho} + n, \quad \sigma = 0.25$$

から求めた。

この図は体積弾性率の、乾燥状態 (\bar{k}) から飽和状態 (k) に増加する量が、孔隙率の小さいほど、また \bar{k} が小さいほど大きくなっている様子を示している。

上端、右端の曲線群は、縦波速度と、体積弾性率、孔隙率との関係を示しているもので、この図表の使い方の1例を図中大実線で示しておいた。すなわち $\bar{v}_p = 2.5 \text{ km/sec}$, $n = 0.010$ の岩石について飽和状態の縦波速度を求める場合には、まず上端において、 $\bar{v}_p = 2.5 \text{ km/sec}$ の曲線をたどり、 $n = 0.10$ との交点をおさえる。この点を下におろすと \bar{k} が求められ、 $\bar{k} = 8.3 \times 10^{10}$ となり、さらに下におろして $k-\bar{k}$ 曲線群の $n = 0.10$ との交点をおさえる。この点を水平に右にのぼしていくと k が求められ、 $k = 17.4 \times 10^{10}$ となる。この点をさらに右に伸べていき、右端の $k-n$ 曲線線群において $n = 0.10$ との交点をおさえる。速度 v_p をパラメーターにした $k-n$ 曲線群から速度を読みとれば、飽和状態における縦波速度が $v_p = 3.55 \text{ km/sec}$ と求められる。飽和状態の速度 v_p と孔隙率が与えられた時、乾燥状態の速度 \bar{v}_p を求めるには上の過程を逆に行えば良い。

詳しく調べてみたいと思う。

4.2 Funicular stage について

Funicular stage にある水は、粒子間の孔隙を自由に流通しうるので、もはや粒子間に毛管圧力は発生しないが、岩石全体としては水分と固体との混合物としての性質が表われてくるであろう。F. Gassmann¹⁾ は、孔隙のある弾性物質について、飽和状態にある水分の影響を研究した。それによれば、水分が飽和した岩石の体積弾性率は、水分が無いときの体積弾性率のほかに、構成物質の体積弾性率と水の体積弾性率とのある平均の体積弾性率が加わって、大きくなることを示している。飽和状態と乾燥状態との体積弾性率の関係を、F. Gassmann から引用すれば

$$k = \bar{k} \frac{\hat{k} + Q}{\bar{k} + Q}, \quad Q = \frac{\bar{k}(\hat{k} - \bar{k})}{n(\hat{k} - \bar{k})},$$

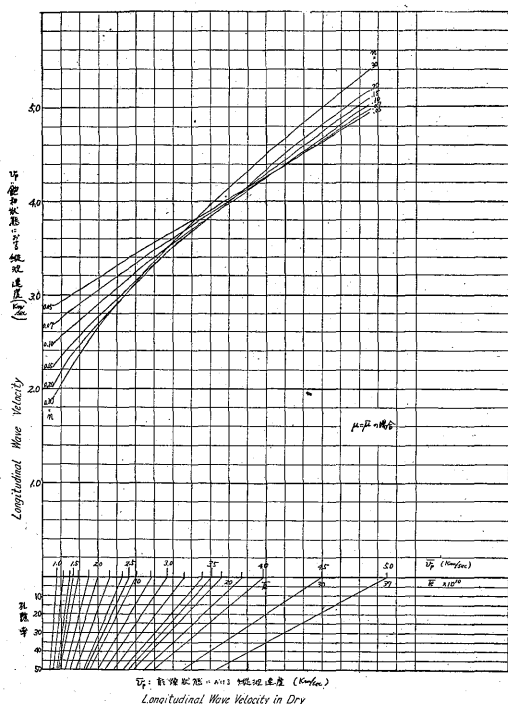
$$\mu = \bar{\mu},$$

$$\rho = \bar{\rho} + n, \quad \bar{\sigma} = \hat{\rho}(1-n)$$

ここで

- k, \bar{k} : 飽和状態、乾燥状態における体積弾性率
- $\mu, \bar{\mu}$: 飽和状態、乾燥状態における剛性率
- $\rho, \bar{\rho}$: 飽和状態、乾燥状態におけるみかけ比重
- $\hat{k}, \hat{\rho}$: 岩石の構成物質、水の体積弾性率
- $\hat{\rho}$: 岩石の構成物質の比重
- n : 孔隙率

となつている。この式から k と \bar{k} との関係を色々の孔隙率 n について計算してみると第7図のようになる。またこれから縦波速度の乾燥状態、飽和状態との関係を求めてみると第8図のようになる。F. Gassmann は水分飽和によつて剛性率が変わらないと仮定したが、その代わりポアソン比が変化しないと仮定して乾燥状態の速度と飽和状態と速度との関係を求めてみると第7図のようになる。F. Gassmann のいう乾燥状態というのは内部圧力を全く考えていない場合であり、その弾性的性質は frame のそれを表わしているものなので、実験で得られた最低速度が F. Gassmann のいう乾燥状態における速度に対応するものと考えられる。したがって実験で得られた最低速度から飽和状態における速度への増加量と、以上の理論的に予期される増加量とを比較してみると第5表のようになる。これをみると、剛性率が変わらない ($\mu = \bar{\mu}$) という仮定のもとでは、理論的な速度増加量は実験値の約50%程度である。しかるにポアソン比が変わらない ($\sigma = \bar{\sigma} = 0.25$) という仮定のもとでは、第5表の $\mu = \frac{3}{5}k$ の欄にみられるように、多くのコアについ



第8図 F. Gassmann の理論による乾燥状態と飽和状態、
とにおける縦波速度 ($\mu = \bar{\mu}$ の場合) の関係
Variation of Longitudinal Wave Velocity with
Water Saturation for Porous Medium in the
Case of $\mu = \bar{\mu}$, after F. Gassmann's Theory

(第8図の説明)

飽和状態における縦波速度は、剛性率 μ が乾燥状態の
それと変わらないとして、

$$v_p = \sqrt{\frac{k + \frac{4}{3}\bar{\mu}}{\rho}}$$

$$\mu = \bar{\mu}$$

第5表 含水による縦波速度増加の実験値と F. Gassmann による理論値との比較

Comparison of Experimental Value with Theoretical Value Velocity Increase with Saturation

岩石の種類 description	コア-番号 number	有数孔隙率 effective porosity (%)	最小速度 minimum velocity (km/sec)	最大飽和状態 の速度 velocity in saturation (km/sec)	F. Gassmann による理論 値 (theoretical value)	
					$\mu = \bar{\mu}$ (km/sec)	$\mu = \frac{3}{5}k$ ($\sigma = 0.25$) (km/sec)
中・粗粒砂岩 (sandstone)	No. 325-1	6.1	2.90	3.86	3.50	3.95
	No. 325-2	9.1	2.50	3.72	3.12	3.70
	No. 317	2.2	4.30	5.06	4.44	4.90
	No. 300-1	3.7	3.35	4.43	3.80	4.40
	No. 300-2	5.0	3.35	4.52	3.76	4.15
	No. 265	9.5	2.80	3.88	3.28	3.70
	No. 242-2	11.0	2.60	3.75	3.07	3.55
頁岩 (shale)	No. 10	15.2	2.50	3.17	2.90	3.30
	No. 173-3	5.1	3.30	4.07	3.76	4.15
	No. 22	13.0	2.30	2.90	2.90	3.35

5. 要約および結論

砕屑岩を伝わる弾性波速度の含有水分に伴う変化について、今回は縦波速度について、古第三紀夾炭層の中・粗粒砂岩および頁岩について実験を行い、その実験結果を接触面において固結された粒状物体のモデルのもとに考察を行った。

含有水分に伴う弾性波速度の変化を支配しているおもな因子は、**frame** の弾性的性質と、マトリックスあるいはセメント物質のなかに発生する毛管圧力による内部圧力と、構成弾性粒子と弾性体としての水との弾性的相互作用とである。

縦波速度—飽和度曲線は一般に2つの要素から成り立っており、その1つは飽和度とともに速度増加を示すものであり、他の1つは飽和度とともに速度の減少を示すものである。前者は弾性粒子と含有水分との弾性的相互作用によるものであり、後者はマトリックスやセメント物質内に発生する内部圧によるものである。

中・粗粒砂岩についての結果を要約すると、

(1) 縦波速度は、飽和度が100%から20~30%まで減少するにつれて著しく減少する。この速度変化は、**frame** の弾性的性質と、構成弾性粒子と弾性体としての含有水分との弾性的相互作用によつて支配されるものであり、その速度変化量は、F. Gassmann の理論によつて、たゞ飽和によつて剛性率が変わらないという仮定を、ポアソン比が変わらないという仮定に修正するこ

とによつて非常によく説明される。

(2) 飽和度が20~30%からさらに乾燥に近づくと、縦波速度はたゞ少しく増加する。この速度変化は**framework** の弾性的性質と、内部圧力によつて支配されるものであり、その速度変化量は接触面において固結された粒状物体のモデルによつて説明され、内部圧力はおもにマトリックやセメント物質内に発生するものと推定される。

頁岩についての結果を要約すると、

(3) 縦波速度は、飽和度100%から30~40%までほぼ一定であり、それ以下になると速度は減少する。乾燥による速度増加は認められなかつた。粘土粒子程度の大きさの粒子の場合としての粒状物体のモデルは頁岩には適合しない。

以上砕屑岩のなかで、中・粗粒砂岩および頁岩について実験および考察を行つてきたが、今後さらに柔い堆積岩について実験を行い、上述の考え方をさらに吟味、発展させてゆきたいと思う。

謝 辞

今回の仕事に関して実に多くの人々のお世話を受けた。なかでも、終始御指導と御激励を賜つた名古屋大学飯田汲事博士、結果の解釈について討論していただいた地震研究所佐藤泰夫助教授、測定器械の設計を御指導していただいた電波研究所中田美明博士、菅宮夫技官に厚く感謝の意を表わしたい。

補足 I 実験装置について

岩石の速度測定および弾性波伝播の模型実験用の装置については、すでに D. S. Hughes⁹⁾ 始め多くの研究者⁷⁾¹⁰⁾¹²⁾ によつて、そのブロックダイアグラムにより原理的説明がなされており、各部分の種々の回路については Radiation Laboratory Series に詳説されている。しかしいずれも装置全体についての回路結線図が記されていないので、実際に装置を製作しようとするときに非常に不便を感じるので、今回筆者の回路結線図を、まだ日々改良を加えている状態ではあるが、一応記して何らかの御参考に供したいと思う。

1. 構成と原理

装置のブロックダイアグラムを第1図に示す。装置は大別して衝撃部と観測部と入力増幅部とからなる。観測部はさらにスイープ回路、時間目盛回路、輝度変調回路およびブラウン管部とからなる。まず衝撃部において、同期トリガーパルスが発生する。観測部においては、このトリガーパルスを受けて基準矩形波を作り、この基準矩形波はその時間幅のなかで、(i) 時間軸スイープの

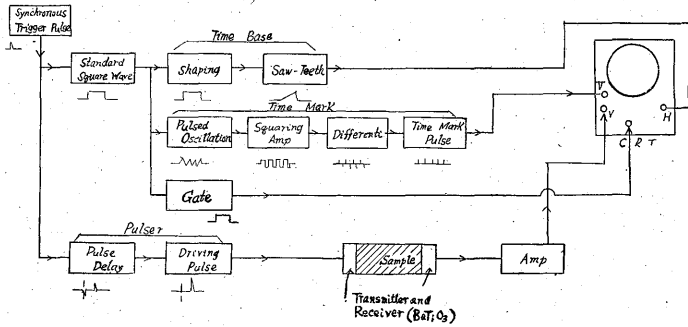
鋸歯状波を作り、(ii) パルスドオッシレーションにより時間目盛を作り、(iii) 輝度変調用のゲートパルスを作る。これらはブラウン管の水平軸・垂直軸・輝度変調端子にそれぞれ送られる。衝撃部においては、トリガーパルスを任意の時間遅延させて、大電力のパルスが発生し、振動子を駆動する。受振振動子に誘起された電圧は増幅部によつて増幅され、ブラウン管の垂直軸に送られる。この現象が同期トリガーパルスによつて繰返され、ブラウン管面上には静止像となつて現われる。

2. 回路結線図

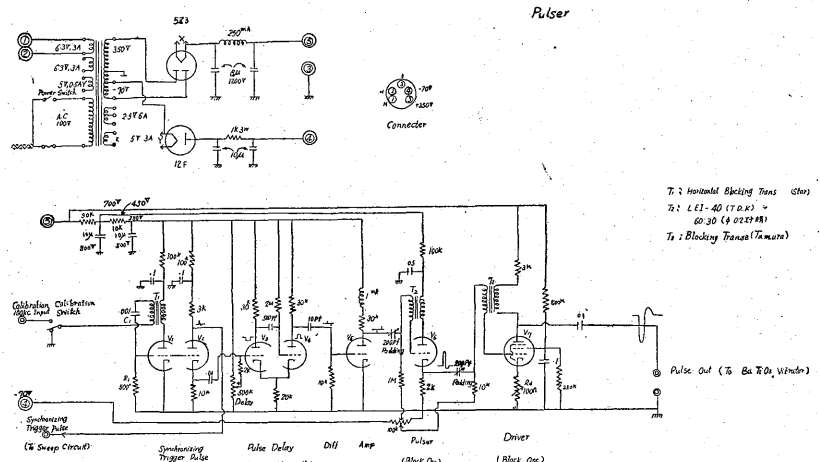
各部の回路結線図を第2, 3, 4図に示す。以下簡単に各回路を説明する。

衝撃部 (第2図)

同期トリガーパルスは $1/2$ 6SN7 (V_1) によるプロツキング発振を用いた。プロツキングトランスとしてはテレビ用水平軸プロツキングトランスを使用してみたが充分使用できる。繰返し周波数は C_1 , R_1 によつて、特に R_1 によつて簡単に換えられるが、現在は約 150~に



第 1 図 岩石速度測定装置のブロック、ダイアグラム その 1

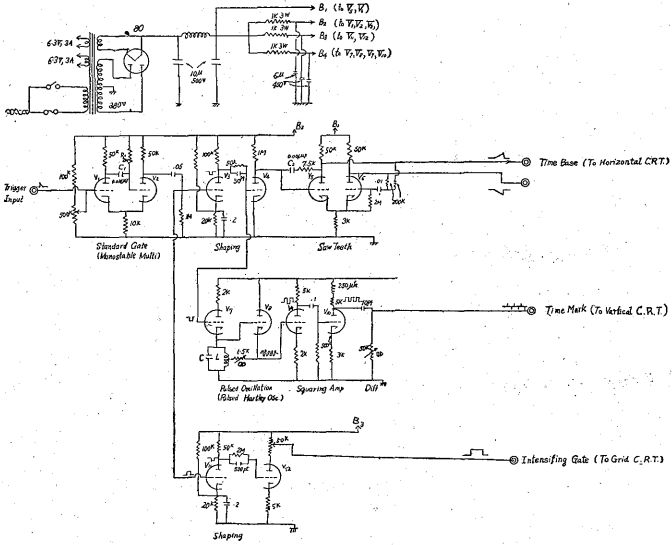


第 2 図 岩石速度測定装置 その 2
Pulser

T: Horizontal Blocking Trans (6X6)
T: LEI-40 (T.O.K.)
60.20 (4.02.2.18)
T: Blocking Trans (Tamura)

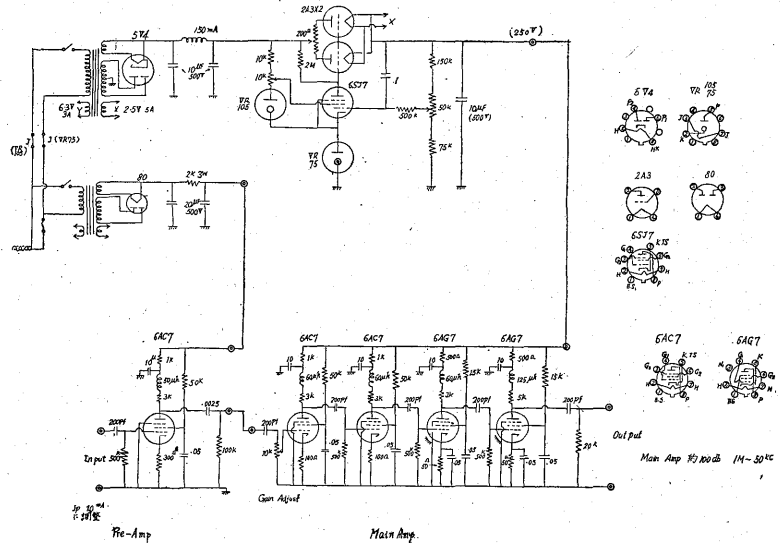
地質調査所月報 (第 8 卷 第 9 号)

40—(518)

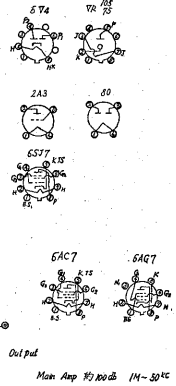


第 3 図 岩石速度測定装置 その 3
Sweep Eime Mark

T: LEI-40 (T.O.K.)
25.25 (4.02.2.18)
L: LEI-40 (T.O.K.)
4.02.2.18
All Tube 6SN7



第 4 図 岩石速度測定装置 その 4
Amplifier



してある。この繰返し周波数の下限はブラウン管の輝度とスポットの鋭さに関係し、上限は出力管の消費しうる電力、および岩石試料内の弾性波の減衰時間に関係する。衝撃までのパルス遅延は、6 SN 7 (V_3, V_4)の単発マルチバイブレーターと RC の微分回路を用い、 V_3 のグリッドバイアスによつて遅延時間を可変にした。この遅延時間は、時間軸スイープの直線性の良い所を選べるように、また透過パルスの初動が時間目盛に重ならないように、0~50 μ s 程度の遅延が可変にしてある。振動子の駆動パルスは $1/2$ 6 SN 7 (V_6) と 6 BG 6 (V_7) との2段のプツキング発振を用いた。出力は 6 BG 6 (V_7)のプレート側から取り出している。なお 6 BG 6のグリッドバイアスを可変にして不必要の時働かないようにしてある。プロッキングトランスとしては V_6 には TDK の L.E. I.—40型のオキサイドコアに 0.2 mm のエナメル絹巻線を 60:30に巻き自作した。 V_7 用のトランスは最初 L.E. I.—60型コアにリツ線 25:25に巻いて自作したが、最近田村製作所製のものに変えた。この出力段はこの種の実験で一番肝心な所なので、現在種々改良を試みている。

観測部 (第3図)

基準矩形波は 6 SN 7 (V_1, V_2)の単発マルチを用いた。グリッドバイアスと C_1, R_1 の値でその幅は任意に変えられるが現在は 400 μ s 程度にしてある。時間軸スイープとしては、この矩形波を V_4 によつて整形し、6 SN 7 (V_5, V_6)のプツキプル鋸歯状波発生回路を用いた。スイープの幅は V_1, V_2 の C_1, R_1 と V_5, V_6 の R_2, C_2 によつて色々可変できるが、この部分で発生するスイープの幅を長くしておいて、そのスイープを任

意に拡げたりあるいは縮めたりすることができると、初動以後の波の形や、反射波の様子をみたりするのに便利なので、この鋸歯状波はブラウン管オツシロスコープに付属している水平軸増幅器に入れてみたところ、案外直線性が良いので、現在そのまま使用している。時間目盛としては、基準矩形波によつて 6 SN 7 (V_7, V_8)の 100 kc のパルスドハートレーオツシレーターを駆動させ、 V_9, V_{10} で矩形波にし RC で微分して、これをブラウン管の垂直軸の片軸に入れた。周波数の較正には別に 100kc の水晶発振器を製作した。較正のため同期トリガーパルスを水晶発振器に同期させる必要があるので、同期トリガーパルスの所に同期端子を設けていた。次に輝度変調用のゲートは、スイープ時間だけ輝度を輝かせて、それ以外は消失しておくためのもので、基準矩形波を V_{11} で整形し、 V_{12} のプレートから適当な電圧を取出している。ブラウン管オツシロスコープとしては東芝製の 1001—C型を使用した。測定にはオツシロスコープの一部しか使用しないが、色々回路の調整の際にオツシロスコープが必要なので、このオツシロスコープをそのまま測定用に使い、専用のブラウン管部は設けなかつた。

増幅部 (第4図)

増幅部は 6 AC 7 2段、6 AG 7 2段のメインアンプと、6 AC 7 1段のプリアンプとからなつている。アンプはいずれもシャントピーキングを施した抵抗結合方式である。周波数特性は約 30kc~2 Mc の帯域幅を持たせた。電源としてはメインアンプに真空管補償方式の定電圧装置を用いた。

補足 II 接触面において固結された粒状物体を伝わる弾性波速度について (高橋一佐藤理論の拡張)

1. 等半径の弾性球を密につめ合わされた、いわゆる粒状物体を伝わる弾性波について、われわれはすでに高橋一佐藤理論¹⁰⁾を持っている。しかし、そこには、粒子間の結合力としては外部から加えられた圧力だけしか取り扱われていないので、外部圧力が無くなると弾性波速度は 0 になつてしまい、大気圧で相当の弾性波速度をもつ岩石については、まだ不充分のところがある。粒状物体のモデルは砂岩のような砕屑岩についてはかなり適合するものと予想されるので、外部圧力が加えられていない状態でなお色々の速度を持つように、高橋一佐藤の理論を拡張してみた。

砕屑岩を構成している粒子間に働いている結合力としては、

- (i) 外部圧力によるもの
 - (ii) 接触水分による毛管圧力によるもの
 - (iii) セメント物質や吸着水、取着水などによるもの
- 等が考えられる。そして (ii) (iii) の結合力が外部圧力が無くなつた状態においても、岩石の弾性を保持しているものと考えられる。

高橋一佐藤の理論では、固体論における格子振動と同じ方法で弾性球の運動エネルギーを求め、それを弾性エネルギーとして弾性常数および速度を導いている。それで今回、弾性エネルギーを応力—歪の関係を用いて静的な考えで求めてみたところ、上記の種々の結合力が簡単に導入できることがわかつた。なお、セメント物質による結合力を考える場合、セメント物質が多量存在し

て、その剛性率や体積弾性率の影響がはいつてくる場合は、非常に複雑になるので、簡単のために、粒子間の接触面に着水のように存在している微量のもののみを考え、単に接触面において粒子を固結しているだけで、その弾性的性質が無視しう程度のセメントを考えるものとする。

2. 単位体積あたりの弾性エネルギーを求める。まず1つの粒子に着目し、接触している他の粒子との間に生ずる弾性エネルギーを求める。注目する粒子(0)、および接触粒子(j)の位置坐標、および変位をそれぞれ $R_0, R_j; r_0, r_j$ ($j=1, 2, \dots, n$)、(n : 接触粒子の数)とし、接触粒子間の中心を結ぶ単位ベクトルを

$$t_j = \frac{1}{2r} (R_0 - R_j) \quad (1)$$

r : 粒子の半径

とする。粒子の半径 r が弾性波の波長に較べて充分小さい場合には、 o 粒子の j 粒子に対する相対変位(歪)

δr_j は

$$\delta r_j = r_j - r_0 \quad (2)$$

となる。この歪の中心線への成分は $(\delta r_j \cdot t_j) t_j$ となる。 o - j 粒子間に働く応力を ΔF_j とすれば、 o 粒子と j 粒子との間に生ずる仕事 ΔW_j は

$$\Delta W_j = \Delta F_j \cdot (\delta r_j \cdot t_j) t_j \quad (3)$$

となる。ゆえに o 粒子とすべての接触粒子との間に生ずる仕事 ΔW は

$$\Delta W = \sum_{j=1}^n \Delta W_j \quad (4)$$

となる。

さて粒子間に働く応力が1で述べたように

ΔF_1 : 外部圧力によって粒子間に働く応力

ΔF_2 : 接触水分の毛管圧力によって働く応力

ΔF_3 : セメント物質や着水などの結合力によって働く応力

から成り立っている場合には、 o - j 粒子間に働く応力 ΔF_j は

$$\Delta F_j = \Delta F_{1j} + \Delta F_{2j} + \Delta F_{3j} \quad (5)$$

で表わされる。

さてここで応力 ΔF_j と歪 δr_j との関係を求めなければならぬ。まず内部圧力による応力 ΔF_2 を考えてみると、内部圧力は粒子の接触面の囲りに存在する水膜の表面張力によるものであり、粒子に対してはその接触面の囲りに作用し、粒子を引きつけ合わせているものである。したがって粒子にとって内部圧力は外部圧力と等価であると考えられる。したがってこれらの $\Delta F_1, \Delta F_2$ は弾性球としての変形によって釣合うものと考えられる。次にセメント物質や着水などの結合力によって生ずる

応力 ΔF_3 については、この結合力は接触面において粒子を固結しているだけのものと考えられるので、 ΔF_3 は弾性球としての変形には関係なく、粒子間の相対変位に応じてこのセメント物質内に発生する歪によって釣合うものと考えられる。以上の観点から応力 ΔF_j と歪 δr_j との関係について、応力 $\Delta F_1, \Delta F_2$ とは弾性球としての変形によって釣合い、 ΔF_3 はセメント物質や着水内の歪によって釣合うものと仮定する。

$\Delta F_1, \Delta F_2$ については高橋—佐藤理論の場合と同じように

$$\Delta F_{1j} + \Delta F_{2j} = k_1 (\delta r_j \cdot t_j) t_j \quad (6)$$

となり、 k_1 は Hertz の衝突理論によつて

$$k_1 = \frac{1}{\pi \theta} \sqrt{\frac{ra}{2}} \quad (7)$$

$$\begin{cases} P_1 + P_2 = (3\pi\theta)^{-1} (2r)^{1/2} a^{3/2} \\ \theta = (\lambda + 2\mu) / 4\pi\mu(\lambda + \mu) \\ P_1: \text{粒子間に働く外部圧力} \\ P_2: \text{毛管圧力} \\ \lambda, \mu: \text{粒子の物質のラーメ常数} \end{cases}$$

で与えられる。 ΔF_3 については、さらにセメント内の歪が粒子間の歪に比例するものと仮定すれば

$$F_{3j} = k_3 (\delta r_j \cdot t_j) t_j \quad (8)$$

となる。比例常数 k_3 の表現がどうなるかはわかっていないが、その量は後でわかるように、内部圧力および外部圧力が無い場合の、岩石の速度から決められるものである。この比例要請が成り立つかどうかは今後の実験に待ちたいと思う。(6) (8) の式の意味、すなわちわれわれの設けた仮定の意味をさらにくわえていえば、粒子が k_1, k_3 という係数をもつバネで並列に結合されているというように考えているわけである。

したがって(3) (4) (6) (8) 式から、 o 粒子とすべての接触粒子との間に生ずる仕事 ΔW は

$$\Delta W = \sum_{j=1}^n (k_1 + k_3) (\delta r_j \cdot t_j)^2 \quad (9)$$

となる。したがって単位体積あたりの仕事量 U は、みかけ比重を ρ^* とすると、単位体積中に ρ^*/m 個 (m : 1 個の粒子の質量) の球があることになるから、

$$\begin{aligned} U &= \frac{1}{2} \frac{\rho^*}{m} \Delta W \\ &= \frac{1}{2} \frac{\rho^*}{m} (k_1 + k_3) \sum_j (\delta r_j \cdot t_j)^2 \quad (10) \end{aligned}$$

となる。係数 $1/2$ は各粒子について仕事量を加え合わせると1つの接触面に生じた仕事が2回ずつ計算されるからである。(10) 式が求める単位体積あたりの弾性エネルギーである。

3. (10) 式の弾性エネルギーが高橋—佐藤理論の弾性エネルギーの形式に一致することを示す。 δr_j の直角

坐標 x, y, z 軸への成分を $\delta u_j, \delta v_j, \delta w_j$ とし、 $o-j$ 粒子間の中心線ベクトル t_j の x, y, z 軸への成分を t_{j1}, t_{j2}, t_{j3} とすれば歪の定義から

$$\begin{cases} \frac{1}{2r} \delta u_j = x_1 t_{j1} + \frac{1}{2} x_6 t_{j2} + \frac{1}{2} x_5 t_{j3} \\ \frac{1}{2r} \delta v_j = \frac{1}{2} x_6 t_{j1} + x_2 t_{j2} + \frac{1}{2} x_4 t_{j3} \\ \frac{1}{2r} \delta w_j = \frac{1}{2} x_5 t_{j1} + \frac{1}{2} x_4 x_{j2} + x_3 t_{j3} \end{cases} \quad (11)$$

$$\begin{cases} x_1 \equiv e_{xx} = \frac{\partial u}{\partial x}, & x_4 \equiv e_{yz} = \frac{\partial w}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial z} \\ x_2 \equiv e_{yy} = \frac{\partial v}{\partial y}, & x_5 \equiv e_{xz} = \frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial x} \\ x_3 \equiv e_{zz} = \frac{\partial w}{\partial z}, & x_6 \equiv e_{xy} = \frac{\partial v}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial y} \end{cases} \quad (12)$$

となる。したがって

$$(\delta \mathbf{r}_j \cdot \mathbf{t}_j)^2 = a^2 (x_1 t_{j1}^2 + x_2 t_{j2}^2 + x_3 t_{j3}^2 + x_4 t_{j2} t_{j3} + x_5 t_{j3} t_{j1} + x_6 t_{j1} t_{j2})^2 \quad a=2r$$

となり、単位体積あたりの弾性エネルギー U は

$$U = \frac{1}{2} \frac{\rho^*}{m} (k_1 + k_3) a^2 \sum_j (x_1 t_{j1}^2 + x_2 t_{j2}^2 + x_3 t_{j3}^2 + x_4 t_{j2} t_{j3} + x_5 t_{j3} t_{j1} + x_6 t_{j1} t_{j2})^2 \quad (13)$$

となる。(13) 式で

$$\begin{cases} v_0^2 = \frac{(k_1 + k_3) a^2}{m} \\ k = k_1 + k_3 \\ \varepsilon = \frac{m v_0^2}{2} \end{cases}$$

とおけば高橋-佐藤の表現 ((10) 式) に全く一致する。したがってこれから先の議論は高橋-佐藤理論がそのまま成り立ち、たゞその k を

$$k = k_1 + k_3$$

とおきかえればよいことがわかる。

4. 弾性波速度を求める。以上の議論によつて、外部圧力のほかに、毛管力による内部圧力や、セメント物質・収着水などによる結合力が作用している粒状物体を伝わる縦波横波の速度 v_p^*, v_s^* は、高橋-佐藤理論において $k = k_1 + k_3$ とおいて求められる。すなわち

$$\begin{cases} V_p^* = a \sqrt{\frac{n}{10}} \sqrt{\frac{k}{m}}, & k = k_1 + k_3 \\ V_s^* = V_p^* / \sqrt{3} \end{cases} \quad (14) \quad (15)$$

となる。

外部から加える静水圧を P_{10} とし、この外部圧力によつて粒子間に働く力 P_1 は高橋-佐藤の場合に示されているように

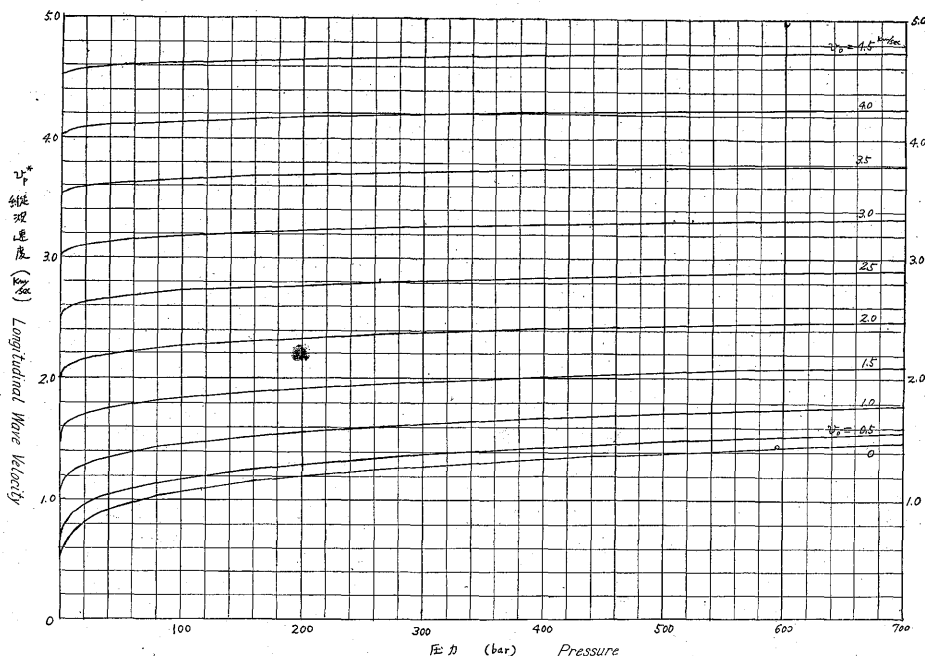
$$P_{10} = \left(\frac{n}{4\pi r^2} P_1 \right) \left(\frac{\rho^*}{\rho} \right)^{2/3} \quad (16)$$

となる。毛管圧力によつて粒子間に働く力を P_2 とし、この毛管圧力による内部圧力を P_{20} とすれば同様に

$$P_{20} = \left(\frac{n P_2}{4\pi r^2} \right) \left(\frac{\rho^*}{\rho} \right)^{2/3} \quad (17)$$

となる。したがって粒子間に働く力 P は

$$\begin{aligned} P &= P_1 + P_2 \\ &= B(P_{10} + P_{20}) \end{aligned} \quad (18)$$



第 1 図 色々の v_0 をもつ粒状物体を伝わる弾性波速度の圧力による変化
Variation of Longitudinal Wave Velocity due to Pressure for Granular Substances of Various V_0

$$B = \frac{4\pi r^2}{n} \left(\frac{\rho^*}{\rho} \right)^{-2/3} \quad (18)$$

となる。(18)を(7)に代入して k_1 を求めると

$$k_1 = C(P_{10} + P_{20})^{1/3} \quad (19)$$

$$C = (3\pi\theta)^{-2/3} 2^{1/3} \frac{3}{2} r^{1/3} \quad (19')$$

となる。したがって

$$k = C(P_{10} + P_{20})^{1/3} + k_3 \quad (20)$$

となる。(20)を(14)に代入すれば縦波速度が求められ

$$V_p^* = \sqrt{V_1^2 + V_0^2} \quad (21)$$

$$\begin{cases} V_1^2 = 0.865 \left(\frac{n}{10} \right)^{2/3} \left(\frac{\rho^*}{\rho} \right)^{-2/3} \left(\frac{1}{\rho} \right)^{1/3} V_p^{4/3} \\ \quad (P_{10} + P_{20})^{1/3} \\ V_0^2 = \frac{3n}{10\pi\rho} k_3 \\ V_p, \rho: \text{粒子の物質の縦波速度, 比重} \end{cases} \quad (22)$$

となる。

V_1 は高橋-佐藤理論の速度と全く等しいものであり、たゞ圧力が外部圧力と内部圧力との和になっている。したがって、外部圧力が無い場合でも毛管圧力が増加することによつて V_1 も増加する。 V_0 は外部、内部圧力がともに無い場合における速度を与えているものである。したがって固結した碎屑岩が大気圧の下で色々の速度をもっているのはおもにこの V_0 による差であると考えられる。色々の V_0 について圧力による縦波速度の変化を図示すれば第1図のようになり、 V_0 が小さいほど圧力による速度増加量は大きく、 V_0 が大きいほど速度増加量は小さくなっている。

文 献

1) Gassmann, F.: Über der Elastizität Poröser Medien, Vierteljahrsschrift der Naturforschenden Gesellschaft in Zürich, Heft 1, 1951

2) Hughes, D.S., W. L. Pondrom & R.L. Mims: Transmission of Elastic Pulses in Metal Rods, Phys. Rev., Vol. 75, No. 10, 1949

3) Hughes, D. S.: Variation of Elastic Wave Velocity with Saturation in Sandstone, Geophys., Vol. 17, 1952

4) Iida, K.: The Velocity of Elastic Waves in Sand, 地震研究所彙報, Vol. 16, 1938

5) Iida, K.: Velocity of Elastic Waves in a Granular Substance, 地震研究所彙報, Vol. 17, 1939

6) Iida, K.: Elastic and Viscous Properties of a Certain Kind of Rock, 地震研究所彙報, Vol. 17, 1939

7) Kubodera, A.: Determination of Elastic Wave Velocities in Rocks by Means of Ultrasonic Impulse Transmission, Jour. Phys. Earth., Vol. 2, 1954

8) 河内英幸・春城清之助: 北海道奈井江石炭試錐調査報告, 地質調査所月報, Vol. 6, No. 12, 1955

9) 最上武雄: 土質力学, 岩波全書, 1951

10) Oliver, J., F. Press & M. Ewing: Two-dimensional Model Seismology, Geophys., Vol. 19, 1954

11) 理工学研究所編: 塑性変形の理論と応用, 第7章, コロナ社, 1950

12) Shimozuru, D.: Study on the Elasticity near the Melting Point, 地震研究所彙報, Vol. 32, 1954

13) 須藤俊男: 粘土鉱物, 第3章IV節, 岩波全書, 1953

14) Takahashi, T. & Y. Sato: On the Theory of Elastic Waves in Granular Substance I, II, Vol. 27, 1949, Vol. 28, 1950

15) White, J. E. & R. L. Sengbush: Velocity Measurements in Near-Surface Formations, Geophys., Vol. 18, 1953